Baccalauréat à l'espagnole

Philippe Langlois

Quelques indications sur l'enseignement espagnol

L'enseignement secondaire espagnol commence au niveau de notre cinquième. Le premier cycle dure actuellement 4 ans et le second cycle 2 ans (mais le ministère a annoncé que la répartition allait passer à 3-3).

Le second cycle s'appelle *Bachillerato*. Il comporte trois séries, chacune divisée en deux sous-séries, *Artes* (Arts plastiques ; Musique et Arts de la Scène), *Ciencias y Tecnología* (Sciences ; Technologie) *Humanidades y Ciencias Sociales* (Humanités ; Sciences sociales).

La série *Ciencias y Tecnología* a un enseignement mathématique de 4h : *Matemáticas* I et II (1ère année, 2e année). La branche « administration et gestion » de la sous-série *Ciencias Sociales* a aussi 4h de *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales* I et II.

L'accès à l'enseignement supérieur se fait sur la base d'un examen, la *Selectividad*, combinant selon une formule complexe la moyenne du contrôle continu (sur les deux années) et les notes d'épreuves terminales organisées sur le plan régional. Ces dernières comportent quatre épreuves obligatoires : espagnol, langue étrangère, histoire (de l'Espagne ou de la philosophie), plus une matière au choix de l'élève, à quoi s'ajoute le basque, le catalan ou le galicien dans les provinces concernées. Le candidat peut passer en outre jusqu'à quatre épreuves facultatives.

Le résultat est une note (sur 10, avec 3 décimales, mais les épreuves facultatives peuvent apporter un maximum de 4 points supplémentaires, portant ainsi le plafond théorique à 14).

On remarquera que, même en série scientifique, le candidat peut ne pas passer d'épreuve terminale de mathématiques.

Le pourcentage d'admis était en 2011 de 85,8%, mais la note globale obtenue à la *Selectividad* joue un rôle important, décimales comprises, car chaque université fixe le nombre maximum d'étudiants qu'elle accepte d'accueillir et l'admission se fait en fonction de la note.

Deux mots sur les contenus du Bachillerato

Dans la série *Ciencias y Tecnología*, le programme de première année (*Matemáticas* I) est divisé en cinq blocs : *Estadística y Probabilidad*, *Geometría*, *Funciones*, *Aritmética y Álgebra*, *Resolución de Problemas*. Celui de seconde année (*Matemáticas* II) en comporte trois : *Álgebra lineal*, *Análisis*, *Geometría*. À noter que la géométrie est essentiellement analytique.

Dans la série *Ciencias Sociales*, le programme de première année comporte quatre parties : *Aritmética y álgebra*, *Funciones*, *Estadística y Probabilidad*, *Resolución de *problemas*. *Celui de seconde année en comporte trois : Álgebra, Análisis, Estadística y Probabilidad*.

L'examen terminal ne porte que sur le programme de seconde année.

Deux épreuves de « bac »

Nous donnons ci-après la traduction des épreuves de mathématiques relatives à la session de juin 2012 (il y a une session de septembre) dans la province de Madrid. Elles donnent une bonne image de la structure et de la tonalité générales.

Chacune comporte deux sujets au choix (*Opción A* et *Opción B*) ; le candidat doit traiter un seul des deux (panachage interdit). Le temps alloué est de 1h30, la notation est sur 10. La calculatrice est autorisée, pourvu qu'elle ne soit ni graphique ni programmable.

Matemáticas II (Opción A)

Exercice 1 (3 points)

On donne les matrices $A=\begin{pmatrix} k & k & k^2 \\ 1 & -1 & k \\ 2k & -2 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

a) (1,5 points) Discuter le rang de A en fonction des valeurs de k.
b) (0,75 points) Pour $k = 2$, trouver si elle existe la solution du système $AX = B$.
c) (0,75 points) Pour $k = 1$, trouver si elle existe la solution du système $AX = C$.

Exercice 2 (3 points)

On donne les points $P_1\,(1, 3, -1)$, $P_2\,(a, 2, 0)$, $P_3\,(1, 5, 4)$ et $P_4\,(2, 0, 2)$.

a) (1 point) Trouver la valeur de a pour laquelle les quatre points sont dans un même plan.
b) (1 point) Trouver les valeurs de a pour lesquelles le volume du tétraèdre $P_1P_2P_3P_4$ est égal à 7.
c) (1 point) Trouver l'équation du plan lieu des points équidistants de P_1 et P_3.

Exercice 3 (2 points)

Déterminer a, b, c tels que la fonction $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ admette pour $x = 1$ un maximum relatif de valeur 2 et que sa courbe représentative ait un point d'inflexion pour $x = 3$.

Exercice 4 (2 points)

Déterminer la valeur des intégrales définies suivantes :

a) (1 point) $\displaystyle\int_0^{\pi} e^{2x}\cos x\,dx$ b) (1 point) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 2x}\,dx$.

Matemáticas II (Opción B)

Exercice 1 (3 points)

On donne les fonctions $f(x)=\dfrac{3x+\ln(x+1)}{\sqrt{x^2-3}}$, $g(x)=(\ln x)^x$, $h(x)=\sin(\pi-x)$.

a) (1 point) Déterminer le domaine de définition de $f(x)$ et la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

b) (1 point) Calculer $g'(\mathrm{e})$.

c) (1 point) Calculer, dans l'intervalle $(0,2\pi)$, les coordonnées des points d'intersection avec l'axe des abscisses et les coordonnées des extremums relatifs de $h(x)$.

Exercice 2 (3 points)

On donne les droites $d_1 : \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z}{2}$; $d_2 : \begin{cases} x=-1-\lambda \\ y=3+\lambda \\ z=5 \end{cases}$.

a) (1 point) Étudier leur position relative.

b) (1 point) Déterminer la plus courte distance de d_1 à d_2.

Exercice 3 (2 points)

On donne les matrices $\mathrm{A}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$, $\mathrm{B}=\begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & -2 \\ -2 & 3 & -7 & -8 \\ 3 & 2-a & 3+a & 3 \end{pmatrix}$.

a) (1 point) Étudier le rang de la matrice B en fonction de a.

b) (1 point) Pour $a=0$, calculer la matrice X qui vérifie $\mathrm{AX}=\mathrm{B}$.

Exercice 4 (2 points)

Calculer la valeur du déterminant $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & y & 1 & 1 \\ 1 & 1 & z & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

Matemáticas aplicadas a Ciencias Sociales II (Opción A)

Exercice 1 (3 points)

On considère le système d'équations linéaires dépendant du paramètre a :

$$\begin{cases} x+ay-7z=4a-1 \\ x+(1+a)y-(a+6)z=3a+1 \\ ay-6z=3a-2 \end{cases}.$$

a) Discuter le système selon les valeurs de a.
b) Résoudre le système dans le cas où il a une infinité de solutions.
c) Résoudre le système dans le cas $a = -3$.

Exercice 2 (3 points)

Une entreprise vinicole a dans un domaine 1200 ceps de vigne, dont chacun donne en moyenne 16 kg de raisin. Une étude préalable a établi que pour chaque cep ajouté la production moyenne de raisin par cep diminue de 0,01 kg. Déterminer le nombre de ceps qu'il faut ajouter pour obtenir la production maximum de raisins.

Exercice 3 (2 points)

Un jury de baccalauréat a examiné 80 élèves du lycée A, 70 du lycée B et 50 du lycée C. L'examen a été réussi par 80% des élèves du lycée A, 90% de ceux du lycée B et 82% du lycée C.

a) Quelle est la probabilité qu'un élève pris au hasard ait réussi l'examen ?
b) Un élève choisi au hasard a échoué à l'examen. Quelle est la probabilité qu'il vienne du lycée B ?

Exercice 4 (2 points)

On suppose que le poids en kilogrammes des élèves d'une école primaire le jour de la rentrée peut être représenté par une variable aléatoire de distribution normale, d'écart type égal à 2,8 kg. Un échantillon aléatoire de 8 élèves de cette école a donné les résultats suivants (en kg) :

26 27,5 31 28 25,5 30,5 32 31,5

a) Déterminer un intervalle de confiance au seuil de 90% pour le poids moyen des élèves de cette école au jour de la rentrée.
b) Déterminer la taille minimale que doit avoir un échantillon d'élèves pour que la valeur absolue de la différence entre la moyenne de l'échantillon et la moyenne globale soit inférieure ou égale à 0,9 kg au seuil de confiance de 97%.

Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II (Opción B)

Exercice 1 (3 points)

Un stade de football d'une capacité de 72000 spectateurs est complet lors d'un match entre les équipes A et B. Certains spectateurs sont supporters de l'équipe A, d'autres de l'équipe B, les autres d'aucune des deux. On sait par les ventes de tickets dans les deux villes les choses suivantes :

a) Aucun spectateur n'est supporter des deux équipes à la fois.
b) Pour 13 supporters de l'une ou l'autre équipe, il y a 3 spectateurs qui ne sont supporters d'aucune des deux villes.
c) Les supporters de l'équipe B sont 6500 de plus que ceux de l'équipe A.

Combien de spectateurs sont supporters de chacune des deux équipes ?

Exercice 2 (3 points)

On considère la fonction réelle de variable réelle définie par

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 \text{ si } x \leq 1 \\ -x^2 - 4x + 3 \text{ si } x > 1 \end{cases} .$$

a) Étudier la continuité et la dérivabilité de la fonction f.
b) Représenter graphiquement la fonction f.
c) Calculer l'aire de la région du plan délimitée par la courbe représentative de f, l'axe Ox, l'axe Oy et la droite $x = 2$.

Exercice 3 (2 points)

Soient A et B deux résultats d'expériences aléatoires telles que :

$$P(A \cap B) = 0{,}1 \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}6 \quad P_B(A) = 0{,}5.$$

Calculer $P(B), P(A \cup B), P(A), P_{\overline{A}}(\overline{B})$

Exercice 4 (2 points)

On suppose que la dépense en cadeaux de Noël faite par les individus d'une population donnée peut être représentée par une variable aléatoire de distribution normale de moyenne μ et d'écart type égal à 45 euros.

a) On prend un échantillon aléatoire simple et l'on obtient pour μ l'intervalle de confiance (251,6 ; 271,2) au seuil de confiance de 95%. Calculer la moyenne de l'échantillon et la taille de cet échantillon.

b) On prend un échantillon aléatoire simple de taille 64 pour estimer μ**.** Calculer l'erreur maximum commise dans cette estimation au seuil de confiance de 90%.

Conclusion

On le voit, les exercices proposés aux candidats en ***Matemáticas II*** sont d'une facture très classique : ils demandent une bonne maîtrise des techniques de base et une certaine rapidité, mais ne font guère appel à l'initiative, bien qu'aucune indication ne soit donnée pour assurer un quelconque guidage.
Les exercices de probabilités, de statistique et d'optimisation ou de dénombrement que l'on trouve en ***Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II*** semblent finalement plus originaux et plus susceptibles d'être utilisés dans nos classes.

Sitographie

Le lecteur qui a des notions d'espagnol peut trouver un choix de sujets sur les sites :

http://pedroreina.net/pau/

pour Madrid (avec certaines solutions)

http://catedu.es/matematicas_mundo/PAU/PAU.htm

pour Saragosse (avec les solutions).