L'enseignement des mathématiques en Allemagne

Richard Cabassut
richard.cabassut@unistra.fr

L'Allemagne reste le premier partenaire politique et économique de la France. Il est donc intéressant d'observer son enseignement des mathématiques. Nous rappellerons d'abord le contexte institutionnel de cet enseignement, ce qui justifiera pourquoi nous nous limiterons à la région du Bade-Wurtemberg. Nous décrirons alors quelques éléments du programme de mathématiques des deux dernières années du lycée général. Nous proposerons un exemple de sujet pour le baccalauréat (*Abitur*). Nous conclurons en questionnant l'enseignement des mathématiques français à partir de ces expériences allemandes.

1 Un système éducatif varié régionalement

L'Allemagne est un pays fédéral dans lequel les régions (*Länder*) ont souveraineté pour l'enseignement primaire et secondaire : l'organisation du système scolaire, le type d'école, la nature et l'organisation des examens, le contenu des programmes ou la formation des professeurs peuvent varier grandement d'une région à l'autre. Par exemple l'école primaire dure 4 ans dans la plupart des régions, mais 6 ans à Berlin et dans le Brandebourg. La majorité des régions oriente à la fin de l'école primaire principalement vers trois types d'école secondaire : la *Hauptschule*[1], la *Realschule* ou le *Gymnasium* qui est le seul à préparer au baccalauréat (*Abitur*) qui permet l'accès à l'université[2]. Mais il existe des régions (dans l'ancienne Allemagne de l'Est ou encore la Sarre ou la Rhénanie-Palatinat) qui proposent en outre une école secondaire pour tous (la *Gesamtschule*), un peu l'analogue de notre collège unique. En 2007-2008, en Allemagne, après l'école primaire, 9,7 % des élèves fréquentaient une *Hauptschule*, 13,9 % une *Realschule*, 28,8 % un *Gymnasium* et 5,4% une *Gesamtschule*. Un dernier exemple : la Bavière conserve deux programmes de mathématiques (de base et approfondi) dans les deux dernières années avant le baccalauréat général (*Abitur*) tandis que le Bade-Wurtemberg n'a plus qu'un programme de mathématiques.
Il existe cependant une commission interministérielle permanente des ministres de l'éducation de chaque région, la KMK (*Kultusministerkonferenz*) qui essaie de développer des réformes soutenues par toutes les régions. De très grands changements impulsés au niveau fédéral comme le raccourcissement d'un an de la scolarité secondaire, passant de 9 ans à 8 ans donc des coupes dans

[1] A la fin de l'école primaire les élèves sont orientés vers différentes écoles secondaires à niveaux d'exigence croissants et à durées de cursus croissants. Le *Gymnasium*, de 10 ans à 18 ans, prépare à l'*Abitur* qui permet l'accès à l'université. En première approximation, on peut considérer que c'est l'équivalent de notre collège suivi du lycée général ou technique. La *Hauptschule* à l'opposé ne dure que 5 ans après l'école primaire. Elle donne une éducation générale moins approfondie qu'en Gymnasium. Les considérations y seront plus concrètes et plus pratiques, avec une initiation à la vie professionnelle. Souvent les élèves suivent après la *Haupschule* un enseignement professionnel en alternance (*Duale Ausbildung*). Il y a une classe passerelle (sixième année) qui permet de rejoindre éventuellement les autres filières. La *Realschule* C est une école intermédiaire entre la *Hauptschule* et le *Gymnasium*. Elle dure six années. Les élèves reçoivent une éducation générale plus complète que la *Hauptschule* et peuvent suivre ensuite des écoles professionnelles spécialisées (*Berufsfachschule*). Il existe également des classe passerelles pour rejoindre le *Gymnasium*. Il existe actuellement une discussion sur la suppression des *Hauptschule*. En Bade-Wurtemberg on les remplacerait par des *Werkrealschule*. Nous ne rentrerons pas dans ce débat, compliqué par les approches très différentes d'un *Land* à l'autre.

[2] La comparaison des accès à l'enseignement supérieur entre les deux pays est délicate. Notons l'existence d'autres examens professionnels qui permettent l'accès dans l'enseignement supérieur aux *Fachhochschulen* que l'on pourrait rapprocher des IUT ou BTS français. Il existe également des passerelles permettant le passage de la *Realschule* au *Gymnasium*.

les contenus (l'école secondaire commence un an plus tôt qu'en France). La Thuringe a une scolarité secondaire de 8 ans depuis 1949, alors que le Schleswig-Holstein sera une des dernières régions à terminer la mise en place de cette réforme en 2016. C'est pourquoi nous limiterons dans la suite notre comparaison à la seule région du Bade-Wurtemberg, voisine de la France, qui jouit avec la Bavière d'une des meilleures réputations en Allemagne au niveau de l'enseignement des mathématiques.

2 Programmes de mathématiques en Bade-Wurtemberg

2.1 des mathématiques pour tous avant le bac

Nous nous intéresserons au programmes du *Gymnasium* du Bade-Wurtemberg, qui ont connu une réforme importante en 2002. Avant 2002, les deux dernières années du *Gymnasium*, il y avait deux programmes de mathématiques : un programme de base (*Grundkurs*) à raison de trois cours de 45 min par semaine, ou un programme approfondi (*Leistungskurs*) à raison de cinq cours de 45 min par semaine. Les lycéens choisissaient entre ces deux cours suivant la spécialisation de leur baccalauréat. La réforme de 2002 du Bade-Wurtemberg supprime cette distinction. On notera par exemple que la Bavière, la Rhénanie-Westphalie ou la Rhénanie-Palatinat conservent la distinction *Grundkurs* et *Leistungskurs*. Désormais en Bade-Wurtemberg il y a durant les deux dernières années du *Gymnasium*, un seul cours de mathématiques, à raison de 4 cours de 45 min par semaine : on considère donc que les mathématiques participent à la formation de base de tout bachelier jusqu'à l'entrée à l'université, contrairement à ce qui se passe en France pour la filière littéraire où les élèves préparant le baccalauréat peuvent être dispensés de cours de mathématiques. Les mathématiques ont une épreuve écrite obligatoire au baccalauréat. Le programme que nous allons étudier maintenant a été mis en place en classe 5 (10-11ans) et atteindra la classe 12 (17-18 ans) du baccalauréat en 2011. C'est le premier programme complet qui applique les deux grandes réformes structurelles : le raccourcissement d'un an de la scolarité secondaire et la fin de la distinction entre *Grundkurs* et *Leistungskurs* en mathématiques.

2.2 le programme de mathématiques de 2004

La KMK a également introduit neuf idées directrices en mathématiques pour structurer le programme en compétences mathématiques : nombre ; algorithme ; variable ; mesure ; espace et forme ; relation fonctionnelle ; données et hasard ; mise en réseau ; modélisation. Quatre compétences transversales sont également précisées : apprendre, justifier, résoudre un problème, communiquer. Dans le Bade-Wurtemberg, les deux dernières années avant le baccalauréat sont régies par un programme commun aux deux années. D'ailleurs c'est une nouveauté du programme de 2004, que de définir le programme par des textes couvrant, par quatre cycles de deux ans, les huit ans de *Gymnasium* (de la classe 5 à la classe 12). Ce programme s'énonce en termes de compétences mathématiques réparties suivant les idées directrices de la manière suivante.
« Par rapports aux idées directrices les étudiants disposent des compétences suivantes:

1) Idée directrice "nombre"
Comprendre et expliquer le concept de limite ;
Utiliser un processus limite dans la détermination de nombres.
Contenu :
• Limite ; nombre d'Euler e ; intégrale.

2) idée directrice "algorithme"
Déterminer les limites dans des cas simples ; dériver des fonctions composées; déterminer des primitives dans des cas simples; étudier la résolution de systèmes d'équations linéaires ; déterminer

l'ensemble des solutions d'un système linéaire d'équations.
Contenu :
• règles de dérivation pour le produit et la composition ;
• primitives (somme, facteur constant, substitution linéaire)
• algorithme de Gauss

3) Idée directrice "mesurer"
Appliquer le concept de reconstruction[3] à divers domaines d'application; valeur à calculer à l'aide de la calculatrice graphique.
Contenu
• valeur reconstruite, aire d'une surface limitée par une frontière curviligne (y compris le disque), volume (y compris la pyramide, le cône).
Valeur moyenne.

4) Idée directrice "espace et forme"
Décrire vectoriellement ou analytiquement des objets géométriques dans l'espace et analyser leurs positions relatives ; décrire et déterminer les propriétés des objets géométriques et leurs relations.
Contenus
• plans, angle, distances.

5) Idée directrice "relation fonctionnelle"
Décrire les dépendances discrètes ; propriétés particulières des fonctions à déterminer par le calcul et avec l'aide des calculatrices graphiques. Reconstruire une fonction à partir de son taux de variation.
Contenu :
• Suites, suites récurrentes,
• dérivées d'ordre supérieur, détermination des extrema et des inflexions, fonction exponentielle naturelles ; fonctions composées, asymptotes verticales et asymptotes horizontales
• fonction intégrale; théorème fondamental du calcul différentiel et intégral

6) Idée directrice "données et hasard"
Déterminer les probabilités dans des expériences aléatoires avec un univers des possibles infini ; Estimer quantitativement des hypothèses au sujet d'événements aléatoires.
Contenu
• distribution continue, procédure de test.

7) Idée directrice "mise en réseau"
Connaître et utiliser des méthodes heuristiques pour gagner en connaissance ; démontrer avec l'aide de vecteurs ; résoudre des problèmes nécessitant l'utilisation de termes et des méthodes de divers secteurs des mathématiques.
Contenu :
• liens entre différents secteurs d'analyse, de géométrie et de stochastique.

8) Idée directrice "modélisation"
Modéliser mathématiquement à l'intérieur et à l'extérieur des mathématiques des faits et leur évolution également dans des contextes complexes.

---

[3] Nous avons préféré conserver une traduction littérale des termes «das Konzept der Rekonstruktion ». Ce concept est nouveau par rapport aux précédents programmes et il n'est pas défini dans le texte du programme. S'il est vrai qu'il apparaît dans la littérature scolaire principalement en lien avec l'intégration, on voit quelques références à ce concept dans des problèmes d'interpolation et d'approximation. Par exemple, dans le sujet de baccalauréat proposé dans cet article, dans la partie obligatoire l'exercice 4, ou dans la partie analyse au choix l'exercice 1, pourraient relever de ce concept de reconstruction

Contenu
• sélection d'objets de base appropriés (par exemple système de coordonnées, variable) ; adéquation fonctionnelle.
• équation différentielle pour de la croissance naturelle et limitée, des processus de croissance ou décroissance (également la croissance logistique).
• applications des systèmes linéaires. »

2.3 comparaison avec l'ancien programme du Bade-Wurtemberg

Le programme précédant le programme actuel a démarré en 1994 en classe 5 après l'école primaire et a été mis en œuvre à partir 2001 dans les deux dernières années du *Gymnasium*). Le programme actuel, mis en oeuvr e à partir de 2004, ne citent plus les contenus suivants qui apparaissaient explicitement dans l'ancien programme de 1994 : définition des limites de suites en n_0 et ε ; relation entre continuité et dérivabilité ; règle de l'Hospital ; méthode d'approximation de Newton ; règle de Simpson ; base et dimension ; matrice ; multiplication de matrices. En Allemagne les professeurs de *Gymnasium* sont bivalents[4] et l'informatique est une discipline à part entière distincte des mathématiques. Du fait que l'informatique est une discipline distincte des mathématiques, les notions liées à l'algorithmique peuvent apparaître en informatique plutôt qu'en mathématiques. Le domaine des probabilités, qui ne faisait pas l'objet d'une évaluation dans l'ancien *Abitur,* apparaît désormais dans l'examen. La géométrie analytique continue à avoir un poids important au détriment de la géométrie des transformations ou des configurations.

3 L'épreuve du baccalauréat

3.1 Les conditions de l'épreuve de mathématiques

Le sujet est élaboré de manière centralisée pour tout le Bade-Wurtemberg. La durée du test est de 240 minutes. L'examen se compose de deux parties. La première partie obligatoire couvre les domaines de l'analyse, de la géométrie et des probabilités. L'enseignant reçoit pour la partie obligatoire un sujet composé de neuf petits sujets reliés respectivement aux thèmes suivants : dérivation, primitive et intégrale, équations, étude de courbe, compétence liée aux fonctions, système linéaire d'équations et géométrie d'incidence, géométrie métrique, probabilité, et la compétence « décrire, comprendre et démontrer ». La seconde partie au choix est choisie par le professeur de la classe. L'enseignant reçoit pour la partie analyse au choix deux propositions de sujet et sélectionne l'un d'eux pour ses élèves. L'enseignant reçoit pour la partie géométrie / probabilités au choix deux propositions de sujet et sélectionne l'un d'eux : ces deux propositions comprennent à la fois de la géométrie et des probabilités.
L'étudiant reçoit en début d'examen le sujet obligatoire et les sujets choisis par son professeur. Il a d'abord à traiter la partie obligatoire sans aide (pas de calculatrice et pas de formulaire autorisés). Puis il rend la partie obligatoire traitée et reçoit les aides (calculatrice et formulaire) pour traiter la partie choisie par le professeur. Un total de 60 points est attribué à l'examen de mathématiques, 30 points pour la partie obligatoire et 30 points pour les parties choisies par le professeur.

3.2 Evaluation de l'examen

On notera que le système est complexe : une note préliminaire de contrôle continu portant sur les deux dernières années avant le baccalauréat est prise en compte pour l'examen. Pour les mathématiques chaque semestre rapporte jusqu'à 15 points, soit 60 points de notes préliminaire. L'examen de mathématiques peut rapporter jusqu'à 60 points. Il y a des conditions minimales complexes pour réussir l'examen. Par exemple il faut avoir au moins 200 points sur les 600 points de notes préliminaires et 100 points sur les 300 points de notes d'examen. L'examen donne lieu à

[4] Les bivalences liées aux mathématiques peuvent être très variées : mathématiques et religion, mathématiques et éducation physique et sportive …Il n'y a pas d'association obligatoire mathématiques et informatique.

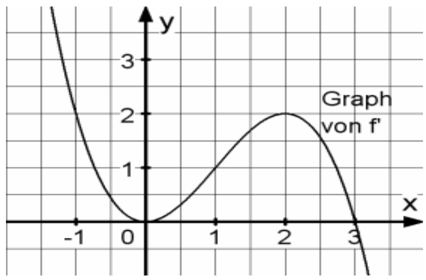
une triple correction : d’abord le professeur de l’étudiant corrige sa copie sans indiquer la note et des remarques sur la copie. Puis un second correcteur corrige la copie anonymisée. Enfin un troisième correcteur, extérieur à l’établissement, arbitre si la différence entre les notations précédentes est trop importante.

3.3 Exemple de sujet mathématique

Partie obligatoire

1) (2 points) Déterminer et simplifier la dérivée de la fonction f définie par $f(x)=3xe^{3x}$.
2) (2 points) G est une primitive de la fonction g définie par $g(x)=2-3\sin(4x)$. Le point P(0;1) appartient à la courbe de G. Déterminer l'expression de G en fonction de x.
3) (3 points) Résoudre l'équation : $\frac{6}{x^4}+\frac{1}{x^2}=1(x\neq 0)$.
4) (4 points) Pour une fonction rationnelle h du second degré T(-1 ; -4) est minimum et Q(2 ; 5) est un autre point de sa courbe. Déterminez une équation de la courbe de h.
5)

(4 points) On donne la courbe *f '* de la fonction f. a) Que conjecturez-vous concernant la fonction *f* en rapport avec sa monotonie ? Avec des points d'inflexion ? Justifier.
b) On a *f(0) = 2*.Représenter la courbe de *f*.



6) (4 points) Soient les plans E_1 : $2x+3y+4z=12$ et E_2 : $5x-10=0$.

Représenter les deux plans dans un repère.
Déterminer la droite intersection de ces plans. Donner une représentation paramétrique de cette droite.

7) (4 points) Soient les droites parallèles g et h de représentations paramétriques

g : $\begin{cases} x=2+3s \\ y=9-4s \\ z=4+s \end{cases}$ et h : $\begin{cases} x=1+6t \\ y=2-8t \\ z=5+2t \end{cases}$.

Déterminer la distance entre ces droites.

8) (4 points) Une urne contient 5 boules rouges, 3 blanches et 2 jaunes.
   1. On tire 3 boules avec remise. Quelle est la probabilité de n’avoir aucune boule jaune ?
   2. Maintenant 2 boules sont tirées sans remise. Quelle est la probabilité que les deux boules soient de même couleur ?
9) (3 points) Le volume d’un solide de rotation est : $V=\pi\int_2^3(2x-4)^2\,dx$.

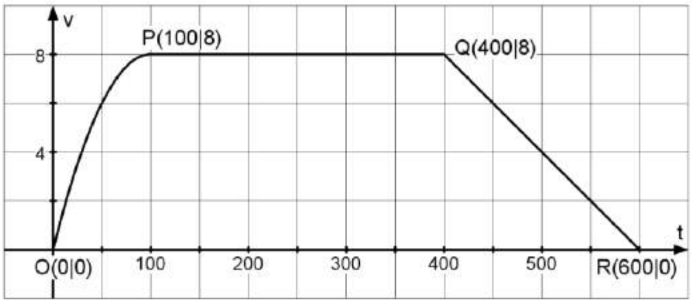
Dessiner une esquisse. De quel corps s’agit-il ?

Partie analyse au choix

1er sujet :

1.

1.1. La représentation graphique suivante présente la vitesse v d’un test d’une voiture test (t en s, v(t) en m/s).



a) (3 points) Compléter les termes manquants de la fonction v.

$$v(t) = \begin{cases} -\frac{1}{1250}t^2 + \frac{4}{25}t & pour\ \ 0 \ \le t \le 100 \\ \dots\dots\dots & pour\ 100 \le t \le 400 \\ \dots\dots\dots & pour\ 400 \le t \le 600 \end{cases}$$

b) (4 points) Quelle route le véhicule a parcouru pendant quatre minutes?
Déterminer la vitesse moyenne pour la durée totale du trajet.

c) (4 points) Décrire les formules qui donnent v en fonction de t.

1.2. (4 points) Pour chaque réel t la courbe de la fonction $f_t(x) = t^2 - x + e^{x-t}$ possède un minimum. Déterminer t pour que le minimum soit le plus petit possible.

2nd sujet :

2. La fonction $f(t) = 20te^{-0,5t}$ décrit la concentration d'un médicament dans le sang d'un patient. t est la une durée, en heures, après la prise du médicament, et f(t) est exprimé en $\frac{mg}{l}$.
Les considérations suivantes sont valables uniquement pour les 12 premières heures après la prise du médicament.

   a) (5 points) Représenter la variation de la concentration en fonction du temps.
   Après quelle durée la concentration est-elle maximale ?
   Le médicament est actif seulement quand sa concentration dans le sang est supérieure à $4\,\frac{mg}{l}$.
   Déterminer l'intervalle de temps où le médicament est actif. Quelle est la concentration moyenne du médicament dans les 12 premières heures?

   b) (5 points) A quel moment la concentration est à son maximum ? Quel est la valeur à l'instant t=4 du taux de variation instantané de la concentration ? A partir de ce moment-là, la concentration du médicament est décrite approximativement au moyen de la tangente à la courbe de f en t=4. Déterminer de cette façon le moment auquel le médicament est complètement éliminé. A ce moment-là quelle est la concentration réelle du médicament dans le sang ?

   c) (5 points) A la place de l'approximation de la partie b), on utilise à nouveau la fonction f pour décrire la concentration. Quatre heures après la première prise, le médicament est à nouveau pris avec le même dosage. On admet que les concentrations dans le sang du patient s'ajoutent. Représenter graphiquement l'évolution de la concentration totale pour $0 \le t \le 12$. La concentration du médicament dans le sang ne doit pas dépasser $20\frac{mg}{l}$.
   Cette exigence est-elle satisfaite dans ce cas?

Partie géométrie-probabilités au choix

1er sujet :

1.

1.1. Un avion vole dans la direction de l'axe des ordonnées par rapport à un système de coordonnées spatiales. Sa vitesse est au début $v_F = 100\frac{m}{s}$.

Simultanément un ballon s'élève verticalement à la vitesse de $v_B = 5\frac{m}{s}$. Au début de l'observation le ballon se situe au point B(-40 ; 130 ; 20) et l'avion au point F(300 ; -1000 ; 800) ; toutes les coordonnées sont exprimées en mètre.

a) (3 points) Déterminer la distance entre les deux trajectoires.

b) (3 points) Quelle est la distance minimale entre l'avion et le ballon ?

c) (5 points) L'avion vole maintenant avec une vitesse v'_F.
Pour un observateur situé au point S(-100 ; 200 ; 0), le ballon et l'avion se rencontrent apparemment 20s après le début de l'observation. Déterminer v'_F..

1.2. (4 points) Un laboratoire a développé un nouveau vaccin et l'a testé dans une expérimentation animale avec 900 souris. Aucun n'essaie clinique avec l'homme ne doit être conduit aussi longtemps que l'expérimentation animale connaît proportion p d'effets secondaires indésirables dans au moins 2% des cas Déterminer la règle de décision dans le cas d'un essai avec 900 souris pour l'hypothèse nulle H_0 : $p \geq 2\%$ avec une probabilité d'erreur d'au plus 1%.

2nd sujet :

2.

2.1. Les points A(3 ; 5 ; -4), B(4 ; 1 ; 4) et D(-4 ; 9 ; 0) sont dans un plan E.

2.1.1. (5 points) Déterminer une équation cartésienne du plan E. Montrer que le triangle ABD est isocèle non équilatéral. Déterminer les coordonnées du point C tel que ABCD soit un losange. Déterminer les coordonnées du point d'intersection M des diagonales de ce losange. (Résultats intermédiaires : E est d'équation 4x+5y+2z=29 et M(0 ; 5 ; 2).

2.1.2. (3 points) Soit le point S(8 ; 15 ; 6). Le losange ABCD forme avec le point S une pyramide. Déterminer le volume de cette pyramide.

2.2. Pour un vol, deux avions sont disponibles, le bimoteur "aigle" et le quadrimoteur "Youpi". « Youpi » nécessite au moins deux moteurs qui fonctionnent. *p* est la probabilité qu'un moteur fonctionne correctement pendant le vol.

2.2.1. (3 points) Quel est l'avion le plus sûr lorsque p=0,95 ?

2.2.2. (4 points) Déterminer la probabilité que l' « aigle » (respectivement « youpi ») atteigne le but en fonction de p. Pour quelle valeur de *p* l' »aigle » est-il plus sûr que « youpi » ?

4 Des mathématiques comme produit aux mathématiques comme processus

Les changements opérés en Allemagne et dans le Bade-Wurtemberg ont plusieurs origines. Elles sont essentiellement extra-mathématiques, comme la réduction de 9 à 8 ans pour la scolarité secondaire en Gymnasium. Certaines raisons sont avancées officiellement, comme l'harmonisation avec les pays voisins comme la France ; certains pensent que la vraie raison est budgétaire : raccourcir d'un an la scolarité favorisera le désendettement. Par contre, la suppression de la distinction en mathématiques, entre *Grundkurs* et *Leistungskurs*, est plus délicate à analyser. On peut également l'analyser en termes de contraintes budgétaires. En redéployant une partie des moyens alloués aux *Leistungskurs* (avec un passage de 5 à 4 séances de mathématiques par semaine) à l'élévation du niveau de formation des anciens *Grundkurs* (avec un passage de 3 à 4 séances de mathématiques par semaine) on élève le niveau minimum de formation en maîtrisant relativement les moyens alloués. C'est aussi reconnaître les mathématiques comme une discipline fondamentale dans la formation initiale. Et il est intéressant de la mettre en correspondance avec la stratégie française qui consiste à pouvoir aborder une dernière année de scolarité en série littéraire sans enseignement des mathématiques, alors que l'on sait par exemple qu'une grande proportion des futurs professeurs d'école, premiers enseignants de mathématiques dans la scolarité, sont issus de ces séries.

Il faut également évoquer l'influence des résultats de PISA. En 2000, les résultats de l'enquête PISA ont entraîné des réactions au niveau fédéral et au niveau des régions, avec la mise en place des standards de base (*Bildungsstandards*), qui ne sont pas sans rappeler le socle commun français, ou les compétences de bases espagnoles. On observe, depuis PISA 2000, une continuelle amélioration des résultats de l'Allemagne à PISA, qui est passée, en mathématiques, du rang 16 au rang 10, avec un score significativement au-dessus de la moyenne. Mais l'observation des résultats par *Land* montre une fois de plus l'importance d'explications extra-mathématiques. La Bavière et le Bade-Wurtemberg, parmi les *Länder* les plus riches, ont les meilleurs résultats. Pourtant on montre que le nombre d'heures de cours par semaine, le montant moyen alloué par élève, l'origine sociale sont des facteurs explicatifs.

L'expérience de la prise en compte du contrôle continu en Allemagne pour le baccalauréat est intéressante, sachant que c'est la note finale du diplôme, intégrant les notes préliminaires et les notes d'examens, qui permettra de choisir son université dans le cadre d'un numérus clausus. On est loin de la pratique française, où les choix dans les filières sélectives (classes préparatoires, BTS ou IUT) sont basés sur un dossier avant le baccalauréat, mais où l'introduction du contrôle continu dans le diplôme est contestée pour assurer une sélection présumée indépendante du dossier.

La définition du curriculum de mathématiques à partir des compétences, et non plus des contenus, marque le passage des mathématiques comme produit aux mathématiques comme processus. On préfèrera[5] à la transmission et à l'application des calculs une élaboration et une vision des calculs, à la transmission du savoir et de ses relations la construction du savoir et la découverte de ses relations, à la résolution claire de problèmes isolés les champs de problèmes reliés entre eux avec plusieurs solutions possibles, à l'objectif de l'achèvement la perspective consciente de l'ouverture, au travail sur un modèle donné la modélisation de la réalité, au cheminement des structures vers l'application la démarche du problème vers les structures, à la fixation à l'avance des notions et à la démonstration formelle le développement des notions et la justification plausible, à un déroulement du cours convergent et orienté vers un résultat un déroulement ouvert orienté vers un processus, à une erreur considérée comme signe d'une maîtrise insuffisante du produit une erreur comme motivation à une amélioration constructive. Ces changements sont culturels et il est difficile d'évaluer leur impact immédiat. Mais la transformation des ressources pour l'enseignement, des formations initiales et continues des enseignants et des évaluations devraient participer à ces changements.

L'expérience du Bade-Wurtemberg nous permet donc de mettre à distance et d'interroger nos pratiques, trop souvent perçues comme naturelles par la force de nos habitudes.

[5] Cette analyse du passage des mathématiques comme produit aux mathématiques comme processus s'inspire du document http://www.lehrer.uni-karlsruhe.de/~za242/casimu/03Lehrplan.pdf .