

Le retour de Vénus

Pierre Causeret(*)

Depuis avril 2013, Vénus est à nouveau visible dans le ciel du soir et ce, jusqu'en janvier 2014. C'est l'astre le plus lumineux après le Soleil et la Lune, surnommé improprement l'étoile du Berger puisqu'il ne s'agit pas d'une étoile mais d'une planète.

Vénus, déesse de l'amour et de la beauté, a beaucoup fait rêver les hommes pour de nombreuses raisons, mais elle est aussi la source de nombreux exercices de mathématiques.



Vénus dans le ciel du matin

Quelques données

Dans tous les exercices qui suivent, on considère les orbites de la Terre et de Vénus comme circulaires, centrées sur le Soleil et parcourues à vitesse constante.

Rayon de l'orbite de Vénus : 108 millions de km.

Rayon de l'orbite de la Terre : 150 millions de km.

Période de la Terre : 365 jours.

Période de Vénus : 225 jours.

Date de la dernière conjonction supérieure de Vénus (alignement Terre - Soleil - Vénus) : 28 mars 2013.

Niveau collège

1. On appelle élongation de Vénus, l'angle Soleil - Terre - Vénus. On demande de calculer la valeur maximale de l'élongation de Vénus.

Remarque : plus l'élongation est grande, plus Vénus apparaît éloignée du Soleil vue depuis la Terre. Quand l'élongation est maximale, Vénus est plus facile à observer.

2. Calculer la distance de Vénus à la Terre au moment de l'élongation maximale.

3. Déterminer l'aspect de Vénus au télescope à ce moment-là (penser à la Lune).

Problème plus difficile, on peut aussi demander la date de l'élongation maximale qui suit la dernière conjonction supérieure du 28/03/2013.

(*) pierre.causeret@wanadoo.fr

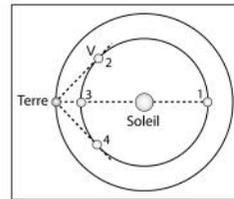
Niveau lycée

1. Si l'élongation de Vénus est de 30° , à quelle distance est-elle de moi ?
2. Écrire et représenter la distance de la Terre à Vénus en fonction du temps. On prendra comme origine des temps une conjonction inférieure de Vénus (alignement Soleil Vénus Terre).

D'autres exercices sur Vénus sont possibles : calculer la période synodique de Vénus (intervalle de temps entre deux conjonctions inférieures), son diamètre apparent connaissant sa distance à la Terre, calculer la distance Terre - Soleil à partir de deux observations d'un passage de Vénus, ...

Solutions Vénus niveau collège

1. Une figure montre rapidement que l'élongation maximale est atteinte quand la droite (Terre Vénus) est tangente à l'orbite de Vénus, ce qui nous permet d'avoir un triangle STV rectangle. On peut calculer l'élongation maximale à partir de son sinus, on trouve un angle de 46° . En réalité, l'orbite de la Terre ainsi que celle de Vénus sont elliptiques. Quand (TV) est tangente à l'orbite de Vénus, l'angle STV qu'on appelle élongation maximale dépend de la position de la Terre et de celle de Vénus. Il est toujours compris entre 45° et 48° .



1 : conjonction supérieure
2 : élongation maximale
3 : conjonction inférieure
4 : élongation maximale.

2. TV se calcule avec le théorème de Pythagore (104 millions de km).

3. Vénus apparaît en quartier sous la forme d'un demi disque. Si on veut trouver la date de l'élongation maximale :

On commence par calculer l'angle Vénus Soleil Terre le jour de l'élongation maximale. C'est le complémentaire de 46° , soit 44° .

La Terre se déplace de $0,986^\circ$ par jour sur son orbite autour du Soleil (360/365), Vénus de $1,6^\circ$ (360/225).

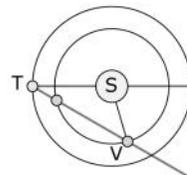
L'angle Terre Soleil Vénus valait 180° le 28 mars 2013. Il diminue de $0,614^\circ$ chaque jour ($1,6 - 0,986$). Il faut donc environ 221 jours pour qu'il atteigne 44° ($136/0,614$). Ce qui fait un peu plus de 7 mois après le 28 mars 2013 donc début novembre 2013. La date donnée par les éphémérides (calculée avec des orbites elliptiques parcourues à vitesse variable) est le 1^{er} novembre 2013, soit 218 jours après le 28 mars au lieu des 221 que nous avons trouvés. Nous avons donc une erreur de 3 jours due à l'approximation par des mouvements circulaires et uniformes.



Vénus en croissant, peu après un quartier.

Solutions Vénus niveau lycée

1. On choisit le million de km comme unité de longueur. Dans le triangle Soleil Terre Vénus, on connaît SV (108), ST (150) et \hat{T} (30°). On cherche TV. On cherche ici une distance de centre à centre, le rayon des planètes étant petit



devant leur distance.

Un schéma montre tout de suite qu'il y a deux solutions.

Méthode 1 avec le théorème d'Al Kashi :

$$\begin{aligned}SV^2 &= ST^2 + VT^2 - 2 \times ST \times VT \times \cos \hat{T}; \\108^2 &= 150^2 + VT^2 - 2 \times 150 \times VT \times \cos 30^\circ.\end{aligned}$$

VT est solution de l'équation

$$VT^2 - 150\sqrt{3}VT + 10\,836 = 0.$$

On trouve deux solutions $75\sqrt{3} \pm \sqrt{6\,039}$ soit 52,2 ou 207,6 millions de km.

Méthode 2 avec la loi des sinus :

$$\sin \hat{V} = \frac{105}{108} \times \sin 30^\circ,$$

d'où

$$\sin \hat{V} = \frac{25}{30}.$$

Deux solutions 44° ou 136° .

$$\hat{S} = 180^\circ - 30^\circ - \hat{V}.$$

S vaut 14° ou 106° . On applique à nouveau la loi des sinus

$$VT = 108 \times \sin \hat{S} / \sin 30^\circ = 216 \times \sin \hat{S}.$$

D'où VT = 52,3 ou 207,6 millions de km.

2. Origine des angles : la direction Soleil Terre lors de la conjonction.

Avec des angles en degrés et un temps t exprimé en jours :

L'angle origine - Soleil - Terre vaut $\frac{360}{365}t$.

L'angle origine - Soleil - Vénus vaut $\frac{360}{225}t$.

L'angle Terre Soleil Vénus vaut $\frac{360}{225}t - \frac{360}{365}t$ soit environ $0,614t$ (en degrés) (avec

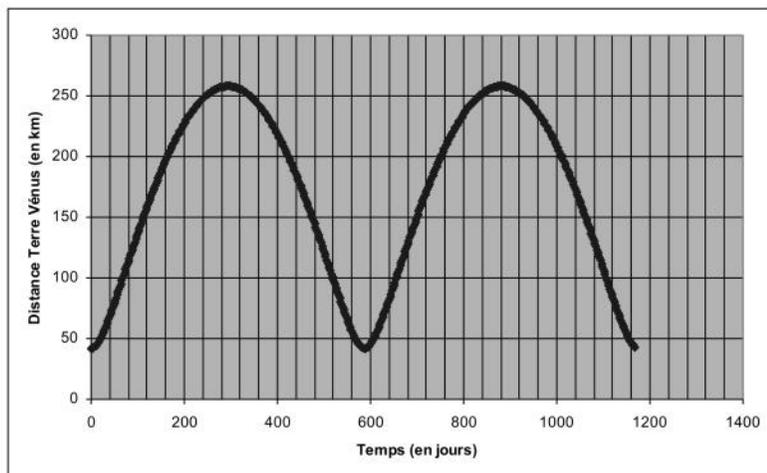
des angles en radians, on obtient $\frac{2\pi}{225}t - \frac{2\pi}{365}t$ soit environ $0,0107t$)

On utilise le théorème d'Al Kashi dans le triangle Soleil Terre Vénus

$$TV^2 = 108^2 + 150^2 - 2 \times 108 \times 150 \times \cos(0,614t),$$

d'où

$$TV = 34\,164 - 32\,400 \cos(0,614t).$$

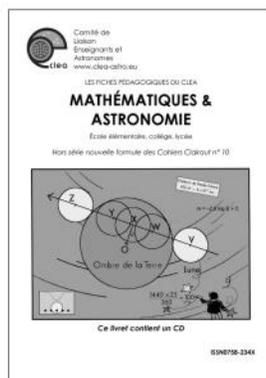


Ces exercices sont extraits du tout nouveau hors-série Maths et Astronomie du Comité de Liaison Enseignants et Astronomes.

Celui-ci est constitué d'un livret de 80 pages présentant une centaine d'exercices regroupés par thème, pour les élèves de l'école primaire au lycée. Il est accompagné d'un CD contenant d'autres activités, les solutions, des compléments, des feuilles de calcul, des fichiers GeoGebra ou Geoplan- Geospace, des maquettes, des diaporamas...

Les 12 thèmes du hors série n° 10

1. Le mouvement apparent du ciel
2. La Terre
3. Les saisons
4. La Lune
5. Les calendriers
6. Les éclipses de Lune
7. Les éclipses de Soleil
8. Le système solaire
9. Les étoiles
10. Les cadrans solaires
11. Cartes du ciel et astrolabes
12. Exoplanètes



Le CLEA est une association fondée en 1975 qui regroupe des enseignants et des astronomes désireux de promouvoir l'enseignement de l'astronomie. On y trouve évidemment des professeurs de sciences physiques et de mathématiques mais aussi des professeurs d'écoles ou des spécialistes d'autres disciplines (SVT, philo...).

Le CLEA publie des documents pédagogiques, un bulletin trimestriel (les cahiers Clairaut) et organise chaque année une école d'été d'astronomie. La prochaine aura lieu du 22 au 29 août 2013 à Gap. Vous trouverez tous les renseignements sur le site du CLEA www.clea-astro.eu/.