

# Les deux « brevets » des États-Unis

Philippe Langlois

*Le fonctionnement des « high schools<sup>(1)</sup> » américaines et les examens homologues du baccalauréat ont été décrits dans un article intitulé « L'évaluation aux États-Unis », paru dans le bulletin n° 478 et accessible sur le site internet de l'APMEP. Cet article est encore actuel, mais il parle surtout des grandes classes et l'on peut légitimement se demander ce qui se passe avant.*

*Pour répondre à une telle question dans ces États-Unis décentralisés à l'extrême, le mieux est de regarder les examens qui ont lieu vers le milieu du cursus secondaire (en fait un peu après).*

## Introduction

Dans beaucoup de pays, le passage du collège au lycée est marqué par un examen impitoyable : selon les résultats on va dans un établissement de niveau bon, moyen ou médiocre. La France, Dieu merci, n'a pas de ces cruautés : elle a inventé un examen qui tient en haleine les élèves de troisième et qui pourtant n'a aucun effet sur la suite de leur scolarité, le brevet.

On pourrait penser que c'est une spécialité folklorique nationale, au même titre que la baguette de pain ou le béret<sup>(2)</sup>. Et pourtant, dans ces USA où le « french bashing<sup>(3)</sup> » est un sport volontiers pratiqué, il y a bien un analogue du brevet et même deux, le PSAT<sup>(4)</sup> et le PLAN, l'un et l'autre organisés par de puissantes institutions privées.

Nous allons les décrire l'un après l'autre, en insistant sur le plus connu et le plus connu, le PSAT, mais en commençant par ce qui est pour nous le cœur du problème : l'épreuve de mathématiques.

## L'épreuve de mathématiques du PSAT

### Structure et contenus

Le programme de l'épreuve est *grosso modo* celui de notre collège : un peu d'arithmétique élémentaire, un peu plus d'algèbre que chez nous (en particulier : équation du second degré) et un peu moins de géométrie, un zeste de statistique descriptive (moyenne, médiane, mode), un tout petit peu de probabilités et une modeste rubrique dite « interprétation de données ».

(1) *Junior high school* : collège. *Senior high school* : lycée.

(2) L'un et l'autre sont typiques de la représentation traditionnelle du Français dans les pays anglo-saxons.

(3) Débîner les Français.

(4) PSAT : *Preparatory SAT*, le SAT étant le « bac » américain le plus connu. Les lettres SAT signifiaient à l'origine *Scholastic* (scolaire) *Aptitude Test*, mais ne sont plus maintenant qu'un logo bien connu. Quant à PLAN, c'est aussi un logo sans signification précise.

Mais s'il y a peu de différence dans les contenus, l'optique dans laquelle ils sont envisagés est radicalement différente. Le test se déroule en deux périodes de 25 minutes. Il y a en tout 38 questions : 28 sont à choix multiple (5 réponses possibles dont une seule est la bonne) et 10 sont « *student-produced* ». Pour ces dernières, il n'est pas demandé de donner une réponse rédigée, mais de mettre dans une grille prévue à cet effet un résultat numérique.

Nous donnons ci-après un échantillonnage d'items, issus du site<sup>(5)</sup> internet officiel de l'examen ; ils ne sont pas tous de la même session.



*Collégien français  
préparant son matériel  
pour le brevet*



*Collégien américain  
préparant son matériel  
pour le PSAT*

*(Dessins de Pol Le Gall)*

**Remarque.** Les exercices figurant dans cet article peuvent être exploités en classe de différentes façons : QCM, question à réponse libre sans justification, question à réponse libre avec justification ... voire, mais ce serait un peu pervers, question à réponse indiquée du style « démontrer que ».

### Exemples de questions à choix multiple

*Le calcul algébrique élémentaire a la part belle, comme en témoignent les items suivants :*

1) Si  $y = (x + 3)^2$ , à laquelle des expressions suivantes est égal  $(-2x - 6)^2$  ?

(A)  $-4y^2$  ; (B)  $-2y^2$  ; (C)  $-4y$  ; (D)  $2y$  ; (E)  $4y$ .

[Bonne réponse : E]

2) Si  $xy = 2$  et  $xy^2 = 8$ , quelle est la valeur de  $x$  ?

(5) <http://www.collegeboard.com/student/testing/psat/about/ontest.html>

(A)  $\frac{1}{2}$  ; (B) 2 ; (C) 4 ; (D) 8 ; (E) 16.

[Bonne réponse : A]

3) On pose pour tout couple  $(a, b)$  de nombres strictement positifs  $a * b = \frac{ab}{a+b}$ .

Alors  $10 * 2$  vaut :

(A)  $\frac{5}{3}$  ; (B)  $\frac{5}{2}$  ; (C) 5 ; (D)  $\frac{20}{3}$  ; (E) 20.

[Bonne réponse : A]

Mais voici quelques exemples moins triviaux :

4) Dans le tableau incomplet ci-contre, la somme des trois entiers figurant dans chaque ligne, dans chaque colonne et dans chaque diagonale est la même. Quelle est la valeur de  $w$  ?

	-8	3
w	-2	a
		-3

(A) -6 ; (B) -5 ; (C) 2 ; (D) 5 ; (E) 8.

[Bonne réponse : C]

5) Si  $m$  et  $p$  sont des entiers strictement positifs tels que  $m(m+p)$  soit pair, laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

(A) Si  $m$  est impair, alors  $p$  est impair ; (B) Si  $m$  est impair, alors  $p$  est pair ; (C) Si  $m$  est pair, alors  $p$  est pair ; (D) Si  $m$  est pair, alors  $p$  est impair ; (E)  $m$  est forcément pair.

[Bonne réponse : A]

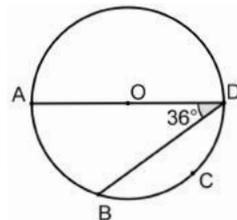
6) Soit  $S = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{1}{e}$ , avec  $0 < a < b < c < d < e$ . On ajoute 1 à l'une des cinq variables  $a, b, c, d, e$  ; laquelle faut-il choisir pour obtenir la plus grande valeur de  $S$  ?

(A)  $a$  ; (B)  $b$  ; (C)  $c$  ; (D)  $d$  ; (E)  $e$ .

[Bonne réponse : A]

La géométrie a une part modeste :

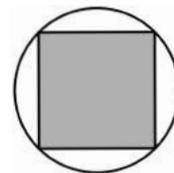
7) Dans la figure ci-contre, le cercle a pour centre  $O$  et pour rayon 5. Quelle est la longueur de l'arc  $BCD$  ?



(A)  $\frac{\pi}{2}$  ; (B)  $\pi$  ; (C)  $\frac{3\pi}{2}$  ; (D)  $3\pi$  ; (E)  $\frac{7\pi}{2}$ .

[Bonne réponse : D]

8) La figure ci-contre représente un carré inscrit dans un cercle de diamètre  $d$ . Quelle est en fonction de  $d$  l'aire de la portion du cercle extérieure au carré ?



(A)  $d^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right)$  ; (B)  $d^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \right)$  ; (C)  $d^2 \left( \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \right)$  ;

(D)  $d^2(\pi - 2)$  ; (E)  $d^2(\pi - 1)$ .

[Bonne réponse : A]

*Certains items ne sont pas tellement évidents :*

9) Un mélange est constitué de 1 litre de jus et de 18 litres d'eau. On y ajoute  $x$  litres de jus et  $y$  litres d'eau pour obtenir 54 litres d'un mélange constitué d'un tiers de jus et deux tiers d'eau. Quelle est la valeur de  $y$  ?

(A) 17 ; (B) 18 ; (C) 27 ; (D) 35 ; (E) 36.

[Bonne réponse : A]

10) Dans les vestiaires d'un club sportif, deux seniors, Abby et Ben, et deux juniors, Cathy et Dave, disposent en tout de trois armoires, les numéros 46, 47 et 48. Leur répartition doit respecter les règles suivantes :

- les trois armoires sont à utiliser ;
- Abby et Ben ne peuvent partager la même armoire ;
- un senior ne peut partager son armoire avec un junior.

La répartition des armoires entre les quatre étudiants peut-elle être déduite des armoires attribuées à I. Abby et Ben ; II. Ben et Cathy ; III. Cathy et Dave ?

(A) I seulement ; (B) II seulement ; (C) III seulement ; (D) I et II seulement ; (E) I, II et III.

[Bonne réponse : D]

### Exemples de questions à réponse numérique

1) Quel est le plus grand entier de 4 chiffres satisfaisant aux conditions suivantes :

- il est impair ;
- ses chiffres sont tous différents ;
- la somme de ses chiffres est 6 ?

[Bonne réponse : 3201]

2) La somme de  $r$  et  $p$  est le double de  $s$ , et  $p$  est le double de la somme de  $r$  et  $s$  diminué de 36.

Combien vaut  $r$  ?

[Bonne réponse : 12]

3) Combien d'entiers compris entre 100 et 1000 ont 5 comme chiffre des dizaines ?

[Bonne réponse : 90]

4) Le triangle ABC ci-contre est équilatéral.

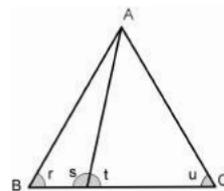
Quelle est en degrés la somme  $r + s + t + u$  des angles marqués sur la figure ?

[Bonne réponse :  $300^\circ$ ]

5) Le tableau ci-contre montre le résultat d'une élection, où

chaque électeur a voté pour un candidat et un seul. Quel est le nombre minimum d'électeurs qui auraient dû voter différemment pour que le candidat Z passe devant le candidat X ?

[Bonne réponse : 1076]



Candidat	Nombre de votes
X	7400
Y	2375
Z	5250

### Moralité

Les items qui précèdent donnent assez bien l'esprit de l'épreuve (la calculatrice est autorisée, mais ne sert pas à grand-chose). La rapidité joue un grand rôle : une moyenne de 1min 20s par item, cela ne laisse guère le temps de flâner (en fait, fort peu de candidats traitent toutes les questions). En revanche, passent à la trappe les capacités de rédaction et la rigueur de la démarche ; seul compte le résultat.

Il va de soi que ce mode d'évaluation (qui sera largement repris lors des examens homologues de notre baccalauréat, le SAT et l'ACT) ne peut qu'influer notablement sur l'enseignement dispensé. Il ne s'agit pas d'apprendre à « sécher » méthodiquement, mais à deviner vite et juste. C'est l'exact opposé du « démontrer que » à la française.

Le lecteur qui a eu le courage de s'attaquer montre en main à ces quinze exercices a pu constater que, malgré leur caractère extrêmement élémentaire, il n'est pas si facile de les faire tous dans les vingt minutes imparties. Nous ne pouvons que lui conseiller de les proposer à ses élèves, pour voir...

### Structure générale du PSAT

#### Comment se passe l'examen ?

Il y a une session par an, au début de la seconde quinzaine d'octobre, soit un mois et demi ou deux mois après la rentrée scolaire. Le candidat acquitte un droit d'inscription modeste : 14 \$ actuellement. Les épreuves se passent dans le lycée lui-même. Elles sont au nombre de trois, affectées du même coefficient et notées<sup>(6)</sup> de 20 à 80 : *critical reading* (lecture critique), *writing skills* (écriture) et *mathematics*.

#### Qui l'organise ?

L'examen (sujets, organisation administrative, correction, transmission des notes) est assuré par ETS (*Educational Testing Service*), organisme sans but lucratif mais fort prospère, qui est la plus grosse entreprise de tests au monde<sup>(7)</sup> et qui assure notamment le SAT, le test que passent en fin de scolarité la majorité des lycéens un peu ambitieux.

ETS agit ici pour le compte conjoint du *College Board*<sup>(8)</sup>, puissante association qui a de fait la haute main sur la charnière entre l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur, et depuis 1971 du NMSC (*National Merit Scholarship Corporation*). Ce jumelage explique que l'examen, créé vers 1960 sous le seul sigle PSAT, s'appelle depuis 1971 PSAT/NMSQT, la première moitié pour *Preparatory SAT*, la seconde pour *National Merit Scholarship Qualifying Test*<sup>(10)</sup>.

(6) La note minimale n'est donc pas 0, mais 20. De même, au SAT, la notation va de 200 (minimum) à 800.

(7) Plus de vingt millions de tests chaque année, aux USA et dans 120 pays étrangers.

(8) ETS et le *College Board* sont décrits en détail dans l'article du bulletin n° 478 déjà cité. Le mot *college* désigne les premières années de l'enseignement supérieur.

(9) *Scholarship* = bourse.

(10) Test de qualification pour les bourses du mérite national.

### À quel stade de la scolarité s'y présente-t-on ?

Les candidats (plus de 3 500 000 en 2012) sont *grosso modo* pour moitié (54% en 2011) des élèves qui viennent de commencer l'année 10 (notre seconde) de leur scolarité, voire pour certains d'entre eux l'année 9, et pour moitié (46% en 2011) des élèves qui viennent de commencer l'année 11 (notre première) ; mais nombreux sont les élèves qui le passent deux années de suite.

Le PSAT se passe donc plus tard dans le cursus que notre brevet mais, quand on connaît le niveau qu'atteignent les élèves américains à la fin des études secondaires, on n'est guère surpris de constater que le niveau du PSAT est très comparable à celui du brevet français.

### À quoi sert-il ?

Comme le brevet, le PSAT n'a pas de rôle direct dans la suite des études. Mais il en diffère sur deux points : il n'est pas obligatoire, il a une importance indirecte majeure.

Il sert d'abord, comme son nom l'indique, d'entraînement pour le prestigieux SAT. Les responsables du *College Board* affirment sans modestie excessive que les élèves qui ont passé le PSAT obtiennent au SAT en moyenne 136 points de plus que ceux qui ne l'ont pas passé (sur une échelle de notes qui va de 200 à 800)... ce qui n'a rien de tellement surprenant, puisque ce sont les élèves les meilleurs et les plus motivés qui se présentent au PSAT.

Comme l'indique la seconde moitié du sigle, NMSQT, l'examen est aussi placé sous le patronage du NMSC déjà mentionné. Le NMSC ne s'intéresse qu'aux candidats *juniors*, autrement dit ceux qui sont en 11<sup>e</sup> année, ce qui explique que nombre d'élèves des années 9 (*freshmen*) et surtout 10 (*sophomores*) passent le PSAT en guise d'entraînement pour ... le PSAT.

Ces candidats *juniors* sont au nombre d'un million et demi (ce qui est à comparer à l'effectif des classes d'âge, environ quatre millions). Le NMSC en retient 50 000 sur la base du *score* obtenu au PSAT. Deux tiers d'entre eux recevront une *Letter of Commendation*, à conserver précieusement, qui leur sera un atout précieux pour leur admission dans une université réputée. Les candidats du tiers restant, le tiers supérieur, seront qualifiés de *semi-finalists* et plus de 90% d'entre eux, environ 15 000, accéderont à l'état prestigieux de *finalist*<sup>(11)</sup>. Les deux tiers de ceux-ci recevront pour poursuivre leurs études supérieures une bourse confortable. Les notes du PSAT servent aussi de base pour l'obtention de bourses attribuées spécifiquement aux meilleurs étudiants noirs ou hispaniques.

On voit, par parenthèse, que les États-Unis n'hésitent pas à jouer de la sélection et de la compétition.

### Le test rival : le PLAN

L'ACT (*American College Testing Program*) a été créé en 1959 pour concurrencer ETS et son examen vedette, le SAT, autrement dit le « baccalauréat » américain le

(11) Signalons au passage que Bill Gates en fit partie.

plus recherché. Cet organisme, sans but lucratif bien sûr, très prospère bien sûr, a donc créé son propre « bac », répondant lui aussi au sigle ACT. Le public visé n'est pas le même : le SAT s'adresse surtout aux bons élèves et prédomine sur les côtes est et ouest, ACT s'adresse plus aux élèves moyens et son territoire d'élection est le Middle-West.

Créé en 1987 afin de faire pièce au PSAT et visant le même type de public que ACT, l'examen P-ACT+ (le P étant évidemment mis pour *Preparatory*) devint en 1992 le PLAN, qui trouva vite le succès et maintenant dépasse légèrement le million annuel de candidats.

Le test se passe à l'automne de l'année 10 (ce qui correspondrait chez nous au milieu du premier trimestre de la seconde). Il est composé de quatre QCM : *English, Math, Reading, Science*.

### L'épreuve de mathématiques du PLAN

Elle comporte 40 items (22 d'algèbre et arithmétique élémentaires, 18 de géométrie), à traiter en 40 minutes. Ci-après sont donnés les items figurant à titre d'échantillon sur le site officiel d'ACT<sup>(12)</sup>.

1) L'effectif d'une école a crû cette année de 5% par rapport à l'année dernière. Si elle a maintenant 1260 élèves, combien en avait-elle l'année dernière ?

(A) 1020 ; (B) 1197 ; (C) 1200 ; (D) 1255 ; (E) 1323.

[Bonne réponse : C]

2) Dans la figure ci-dessous, A, B, C et D sont alignés ; AD a pour longueur 35, AC a pour longueur 22 et BD a pour longueur 29. Quelle est la longueur de BC ?



(F) 5 ; (G) 6 ; (H) 7 ; (I) 13 ; (K) 16.

[Bonne réponse : K]

3) Quelle est la pente de la droite d'équation  $3x + y = 4$  ?

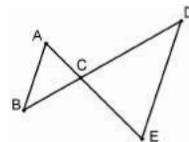
(A)  $-3$  ; (B)  $\frac{1}{3}$  ; (C)  $\frac{3}{4}$  ; (D) 1 ; (E) 3.

[Bonne réponse : A]

4) Dans la figure ci-contre, [AB] est parallèle à [DE] et [AE] coupe [BD]. Si la mesure de  $\widehat{ABC}$  est  $40^\circ$  et celle de  $\widehat{CED}$   $60^\circ$ , quelle est la mesure de  $\widehat{BCE}$  ?

(F)  $40^\circ$  ; (G)  $60^\circ$  ; (H)  $80^\circ$  ; (J)  $100^\circ$  ; (K)  $120^\circ$ .

[Bonne réponse : J]



5) Mark a acheté 3 chemises dans une boutique. Deux d'entre elles étaient affichées au prix de 2 pour 15 \$. Si le prix moyen des 3 chemises était de 8 \$, combien Mark a-t-il payé pour la troisième ?

(A) 7,00 \$ ; (B) 7,67 \$ ; (C) 8,50 \$ ; (D) 9,00 \$ ; (E) 16,50 \$.

[Bonne réponse : D]

(12) <http://www.act.org/planstudent/pdf/sample.pdf>

- 6) Pour tout  $a$  et tout  $b$ , à laquelle des expressions suivantes est égal  $6a^2b^3 - 3a^2b$  ?  
 (F)  $3a^2b(2b^2)$  ; (G)  $3a^2(2b^2 - 1)$  ; (H)  $3a^2b(2ab^2 - 1)$  ; (J)  $3a^2b(2b^2 - 1)$  ;  
 (K)  $a^2b(6b^2 - 1)$ .

[Bonne réponse : J]

- 7) Dans la figure ci-contre, A, B et C sont alignés ; [AB] et [BC] sont tous deux de longueur 6. Si l'aire du triangle ACD est de 24, quelle est la longueur de la hauteur [BD] ?

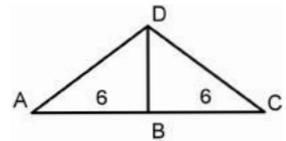
(A) 2 ; (B) 4 ; (C) 6 ; (D) 8 ; (E) 12.

[Bonne réponse : B]

- 8) Si  $3x - 10 = 24$ , alors  $x = ?$

(F) 31 ; (G) 18 ; (H)  $11\frac{1}{3}$  ; (J)  $4\frac{2}{3}$  ; (K) -2.

[Bonne réponse : H]



- 9) Sam a des *quarters*, des *nickels* et des *dimes* [respectivement 25 cents, 5 cents et 10 cents]. Il a 4 *quarters* de plus que de *dimes* et 3 *dimes* de plus que de *nickels*. Si  $n$  désigne le nombre de *nickels* en sa possession, laquelle des formules suivantes représente en cents la valeur totale de toutes ses pièces ?

(A)  $40n + 205$  ; (B)  $40n + 130$  ; (C)  $40n + 7$  ; (D)  $7n + 130$  ; (E)  $3n + 10$ .

[Bonne réponse : A]

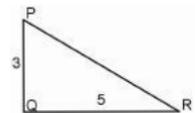
- 10) Le triangle PQR ci-contre est rectangle en Q. [PQ] est de longueur 3 et [QR] est de longueur 5. Quelle est la longueur de [PR] ?

(F) 2 ; (G)  $2\sqrt{2}$  ; (H) 4 ; (J)  $\sqrt{34}$  ; (K) 8.

[Bonne réponse : J]

- 11) Dans le plan muni de coordonnées, une droite passe par les points de coordonnées  $(-1,1)$  et  $(2,3)$ . Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de la droite avec l'axe des  $y$  ?

(A)  $(-2,0)$  ; (B)  $(0, \frac{2}{3})$  ; (C)  $(0, \frac{5}{3})$  ; (D)  $(0,2)$  ; (E)  $(0, \frac{5}{2})$



[Bonne réponse : C]

- 12) Si l'entier  $5 \times 2^a$  est divisible par exactement 8 entiers positifs, alors  $a = \dots ?$

(F) 3 ; (G) 5 ; (H) 7 ; (J) 8 ; (K) 9.

[Bonne réponse : F]

On voit que les items sont plus faciles que ceux du PSAT. Ne pas oublier cependant que le candidat ne dispose que d'une minute par item. Essayez pour voir de donner à des élèves de troisième (ou de seconde !) les 12 questions à traiter en 12 minutes...

**Le petit frère**

En 1992, ACT a créé EXPLORE<sup>(13)</sup>, examen destiné aux élèves de huitième année (notre quatrième). L'idée était évidemment de créer une préparation à PLAN, lui-même constituant une préparation à ACT. Elle a eu du succès : dans les 600 000 candidats par an ( $\frac{3}{4}$  en 8<sup>e</sup> année,  $\frac{1}{4}$  en 9<sup>e</sup> année). L'examen, un ensemble de QCM, porte sur les quatre mêmes matières que PLAN. Le test de mathématiques comporte 30 questions à résoudre en 30 minutes. Elles sont réparties comme suit : « pré-algèbre » (arithmétique élémentaire) 10 ; algèbre élémentaire 9 ; géométrie 9 ; probabilités 4. Il est assez curieux de noter la discrète présence des probabilités, absents du PLAN.

Le site <http://media.act.org/documents/explore-sample-test-questions-all.pdf> donne un échantillon de dix questions posées dans le test de mathématiques. On en trouvera la traduction sur le site de l'APMEP, sous le titre « EXPLORE, un test américain pour la cinquième ».

## Conclusion

On a souvent dit que les élèves américains étaient les plus évalués du monde. Si l'on joint aux examens étudiés ici les nombreux examens passés au terme des études secondaires, il est permis de penser que la formule n'est pas totalement fausse. Est-ce un bien, est-ce un mal ? À chacun de juger...

## Sitographie

*Les sites ci-dessous donnent des items qui peuvent aisément être exploités en classe.*

*Pour la troisième ou le premier trimestre de seconde :*

- <http://www.testpreppractice.net/PSAT/Free-Online-PSAT-Practice-Tests.aspx>
- [http://testprep.about.com/od/PSAT\\_Math/tp/PSAT\\_Math\\_Practice.htm](http://testprep.about.com/od/PSAT_Math/tp/PSAT_Math_Practice.htm)
- [http://www.testprepreview.com/psat\\_practice.htm](http://www.testprepreview.com/psat_practice.htm)

*Pour la quatrième ou la cinquième :*

- <http://www.studyguidezone.com/explore.htm> (aller vers le bas de la première page et cliquer sur Fraction Word Problems, Geometry, Graphs ou Percentages and Ratios).
- <http://www.slideserve.com/jaden/act-explore-math-practice-test>.

---

(13) Comme PLAN, EXPLORE est un logo et non un sigle.