

Mathématiques en environnement multimédia

Gérard Kuntz(*)

1) En cheminant avec Kakeya

Sur le site de l'IREM de Lyon⁽¹⁾, Vincent Borrelli et Jean-Luc Rullière proposent le téléchargement gratuit⁽²⁾ d'une brochure impressionnante (131 pages) au sujet du *problème de Kakeya*.

Une conférence de Vincent Borrelli sur le même thème est disponible sur le site de la bibliothèque municipale de Lyon⁽³⁾.

L'histoire de cette conjecture débute par une question si simple d'apparence que la réponse semble aller de soi. Mais les apparences sont trompeuses. Loin d'être évidente cette question s'avère en réalité riche et profonde, et pour peu qu'on se laisse guider, son exploration conduit *au cœur des mathématiques les plus modernes*. Cette question *si simple* a été posée pour la première fois au début du XXème siècle par le mathématicien japonais *Sôichi Kakeya* :

Quelle est la plus petite surface à l'intérieur de laquelle il est possible de déplacer une aiguille de manière à la retourner complètement ?

Les auteurs précisent : *Ce livre est destiné aux lycéens et aux étudiants désireux de saisir davantage le sens réel des notions qui leur sont enseignées, il conviendra également à toutes les personnes ayant un bagage scientifique ou technique qui voudraient comprendre la portée des mathématiques, il s'adresse plus généralement à tous les esprits curieux qui souhaitent voir les mathématiques sous un jour différent*. Il sera également fort utile à leurs enseignants : par son approche historico-culturelle étroitement intriquée à la rigueur mathématique et à l'entrée dans les concepts par les problèmes, il pourrait préfigurer un enseignement des mathématiques radicalement novateur.

À noter que ce thème a fait l'objet d'un atelier MATH.en.JEANS il y a quelques années (cf. brochure APMEP n° 168 *La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire*, pages 61 à 72).

Les questions abordées sont traitées de façon résolument historique, avec présentation et situation dans leur époque de nombreux protagonistes : Archimède, Descartes, Euler, Newton, Leibniz, Stokes, Poincaré, ... Dans les premiers chapitres, les notions de dérivée et d'intégrale sont présentées de façon remarquablement claire, à faire pâlir d'envie plus d'un auteur de manuel de lycée ; partout les *idées* sont mises en avant, les techniques et procédés de calcul (peu abordés) gardant leur juste place

(* g.kun67@free.fr)

(1) <http://math.univ-lyon1.fr/irem/>

(2) http://math.univ-lyon1.fr/~borrelli/Kakeya/En_cheminant_avec_Kakeya.pdf

(3) http://www.bm-lyon.fr/spip.php?page=video&id_video=406

d'outils au service de la pensée ; l'intuition et l'imagination précèdent la démonstration ; la démarche va toujours du particulier vers le général. L'accent est mis sur les « grands problèmes », et sur les connexions entre domaines éloignés. À mesure que l'on s'approche des savoirs contemporains, la complexité des notions contraint les auteurs à revenir peu à peu au niveau de la vulgarisation, au sens noble du terme, celle qui donne envie d'aller plus loin. Les figures, nombreuses, sont réalisées avec soin et une grande lisibilité.

Pour donner envie de suivre le cheminement proposé, voici la *table des matières du livre* : elle révèle les questions considérables que soulève l'exploration de cette conjecture.

1. Une question anodine ?
 - La question de Kakeya
 - La grande invention
2. La dérivation
 - Qu'est-ce qu'une dérivée ?
 - La découverte de Descartes
 - Avancée sur la question de Kakeya
 - Le partage d'Archimède
 - Qu'est-ce qu'une intégrale ?
 - Le théorème d'Archimède
3. Le calcul intégral
 - Avancée sur la question de Kakeya
 - Le paradoxe du peintre
4. La formule de Stokes
 - La méthode l'arpenteur
 - La formule de Stokes
 - Avancée sur la question de Kakeya
 - Bulles de savon
5. Les équations différentielles
 - La deltoïde
 - Enveloppe de droites
 - Avancée sur la question de Kakeya
 - Billards
6. Le théorème de Besicovitch
 - Le problème de Kakeya pour les aiguilles parallèles
 - La construction de Besicovitch
 - L'énigme des domaines étoilés
7. La conjecture de Kakeya
 - Le monde des objets d'aire nulle
 - Une nouvelle jeunesse pour la question de Kakeya
 - La conjecture de Kakeya
8. Perspectives
 - De Kakeya aux nombres premiers
 - L'approche de Bourgain

2) Une plateforme d'enseignement de l'algorithmique au lycée

L'association France IOI⁽⁴⁾ a été créée en juin 2004 dans le but de développer la sélection et l'entraînement de l'équipe de France aux Olympiades Internationales d'Informatique. Elle organise aussi le concours Castor Informatique⁽⁵⁾ en France. Dès sa création, l'association France IOI a décidé de faire profiter de son site d'entraînement à un large public, pour en faire un site d'apprentissage de la programmation et de l'algorithmique. Ce site est accessible aux enseignants et aux élèves du Lycée⁽⁶⁾, indépendamment des Olympiades. Il comprend

- Cours et problèmes⁽⁷⁾
- Problèmes supplémentaires⁽⁸⁾
- Méthodes⁽⁹⁾
- Questions fréquentes⁽¹⁰⁾
- Le forum annoncé semble vide actuellement.

Bien entendu, la préparation aux Olympiades Internationales d'Informatique tient une place importante sur le site.

3) Programmation en Python pour les mathématiques

Guillaume Connan⁽¹¹⁾ vient de publier avec deux collègues de mathématiques, Alexandre Casamayou-Boucau et Pascal Chauvin un intéressant livre intitulé *Programmation en Python pour les mathématiques*⁽¹²⁾. Les auteurs précisent leur projet :

Ce langage⁽¹³⁾, qui est un des plus utilisés actuellement, permet de faire des mathématiques rapidement et simplement à tous les niveaux tout en étant soutenu et sans cesse amélioré par une immense communauté à travers le monde : libre et puissant, Python permet en effet une utilisation en toute sérénité. Il incite à programmer de manière concise et claire.

Le langage universel n'existe pas et l'utilisation de Python pourra être mise en parallèle avec d'autres langages, notamment fonctionnels, qui éclairent d'autres pans des mathématiques que nous aimons enseigner.

Ces dernières pourront être travaillées avec profit grâce à Python qui reste, tout en étant à la fois simple et clair, robuste et professionnel. Ce langage est largement répandu et illustre naturellement de nombreux concepts de notre matière.

(4) http://fr.wikipedia.org/wiki/Olympiades_internationales_d%27informatique

(5) <http://castor-informatique.fr/>

(6) <http://www.france-ioi.org/asso/index.php>

(7) <http://www.france-ioi.org/algo/chapters.php>

(8) http://www.france-ioi.org/algo/chapters_extra.php

(9) http://www.france-ioi.org/algo/methods.php?target=_blank

(10) <http://www.france-ioi.org/comm/aide.php>

(11) <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/AAA11054.htm>

(12) <http://www.dunod.com/sciences-techniques/sciences-fondamentales/mathematiques/programmation-en-python-pour-les-mathematiques>

(13) http://fr.wikipedia.org/wiki/Python_%28langage%29

Pour poursuivre la réflexion sur les rapports entre le langage mathématique et les langages de programmation, on pourra lire cet article⁽¹⁴⁾ de Gilles Dowek

L'introduction de l'algorithmique dans l'enseignement secondaire en est à ses balbutiements mais de nombreux professeurs de mathématiques, notamment ceux travaillant dans ou avec les IREM, réfléchissent depuis longtemps aux rapports et enrichissements de son enseignement pour les mathématiques.

Au moins deux pistes s'offrent à nous : illustrer de manière efficace et justifiée une notion mathématique à l'aide de l'outil informatique ou inversement, faire des mathématiques en explorant une notion informatique.

Nous avons cherché à explorer ces deux options tout en proposant une présentation des fonctionnalités de Python, les plus simples, comme certaines un peu plus techniques en fin d'ouvrage.

Plusieurs exemples issus de l'ouvrage sont développés dans le détail dans un article de MathémaTICE⁽¹⁵⁾, en particulier ceux concernant les listes, une structure de donnée essentielle en informatique.

4) Neuroéducation

Mariage entre les neurosciences et les sciences de l'éducation, la neuroéducation connaît au Québec un important développement depuis une quinzaine d'années. Le site⁽¹⁶⁾ propose de nombreux articles de recherche⁽¹⁷⁾ ainsi que des conférences vidéo⁽¹⁸⁾. Celle intitulée *Recherches en neuroéducation : étudier comment le cerveau apprend à lire et à compter* est exemplaire de la démarche de ces chercheurs : une démarche expérimentale surprenante éclaire le débat idéologique entre les tenants de l'apprentissage syllabique de la lecture et ceux de la méthode globale.. (ceux qui sont pressés pourront commencer à 26'30, puis poursuivre à 33'40).

5) Cartes mentales avec Freemind⁽¹⁹⁾

Deux articles de Nathalie Carrié⁽²⁰⁾ dans MathémaTICE méritent attention. Elle décrit sa découverte personnelle de l'outil informatique et pédagogique⁽²¹⁾. Elle l'applique (en accompagnement personnalisé en Première S) à l'encyclopédie de Diderot et D'Alembert⁽²²⁾.

(14) <http://www-roc.inria.fr/who/Gilles.Dowek/Vulg/langagelangages.pdf>

(15) <http://revue.sesamath.net/spip.php?article385>

(16) <http://www.neuroeducationquebec.org/>

(17) <http://www.neuroeducationquebec.org/articles/>

(18) <http://www.neuroeducationquebec.org/conferences/>

(19) <http://www.framasoft.net/article2894.html>

(20) <http://www.reunion.iufm.fr/recherche/irem/spip.php?auteur8>

(21) <http://revue.sesamath.net/spip.php?article375>

(22) <http://revue.sesamath.net/spip.php?article377>