Méthodes des indivisibles

Marcel Franz(*)

Palimpseste(1)

En 1628, DESCARTES, dans les « Règles pour la direction de l'esprit » (règle IV), remarque :

> « *Et il me semble que certaines traces de cette vraie mathématique s'aperçoivent encore chez* PAPPUS *et chez* DIOPHANTE*, qui, tout en n'appartenant pas aux premiers âges, ont cependant vécu bien des siècles avant notre temps.Mais j'ai tendance à croire que par une ruse funeste ces auteurs l'ont ensuite étouffée ; car, ainsi que bien des artisans l'ont fait pour leurs inventions, comme chacun sait, ils ont peut-être craint qu'étant très facile et simple elle ne perde de son prix à se divulguer, et ils ont préféré nous montrer à sa place, pour se faire valoir à nos yeux, quelques vérités stériles démontrées déductivement avec une certaine subtilité, comme des effets de leur art, plutôt que nous enseigner cet art lui-même, qui aurait levé toute admiration.* »

C'est, en effet la constatation que l'on fait en lisant certaines démonstrations d'ARCHIMÈDE. Lorsqu'il propose de démontrer que l'aire d'un cercle est « *équivalent(e) à un triangle rectangle dans lequel l'un des côtés de l'angle droit est égal au rayon du cercle et la base (c'est-à-dire l'autre côté de l'angle droit) égale au périmètre du cercle* », il suppose connue la réponse. Mais comment la connaît-il ?

Une chose est de démontrer une égalité, une autre est de trouver le second terme.

Or ARCHIMÈDE n'est pas un artisan voulant préserver jalousement ses secrets, il indique, dans une lettre à ÉRATOSTHÈNE, sa *méthode*, mais DESCARTES ne pouvait le savoir puisque cette lettre ne fut retrouvée qu'au début du XXe siècle.

En 1907, un professeur danois, Johan HEIBERG, repère, dans une bibliothèque de Constantinople, une bible écrite au XIIe siècle. L'écriture grecque lui semble bizarre. Il retourne le manuscrit et, à l'aide d'une loupe, découvre sous le texte sacré, un autre texte, lui aussi rédigé en grec.

Ligne à ligne, HEIBERG déchiffre les 174 pages du parchemin, et ainsi met à jour la seule copie connue de la « MÉTHODE DES THÉORÈMES MÉCANIQUES » d'ARCHIMÈDE. Malgré ce travail de titan, il reste cependant encore beaucoup de zones d'ombre.

(*) Université du mont d'Aulage.

(1) Manuscrit sur parchemin d'auteurs anciens que les copistes du Moyen Âge ont effacé, puis recouvert d'une seconde écriture, sous laquelle l'art des modernes est parvenu à faire reparaître en partie les premiers caractères. ÉTYMOLOGIE Du grec, de nouveau, et, gratter : regratté. Dictionnaire Littré.

Le journal « Libération », dans son édition du mardi 9 janvier 2001, nous apprend qu'une équipe de chercheurs du RIT(2) et de l'université de Baltimore tentent d'aller plus loin malgré l'état du palimpseste qui s'est dégradé depuis l'analyse du Danois.

Une page qui avait échappé à la vigilance de HEIBERG est ainsi découverte. De nombreux graphismes, qu'il avait laissés de côté, permettront d'en savoir peut-être plus sur la manière de raisonner d'ARCHIMÈDE.

Extrait du texte de la « méthode » établi par HEIBERG

En attendant la parution de ces travaux, exposons la méthode d'ARCHIMÈDE, qui mélange astucieusement mathématiques et mécanique.

Voici, en premier lieu, l'introduction de la lettre à ÉRATOSTHÈNE.

> « *M'apercevant, comme je l'ai déjà dit, que tu es studieux, que tu domines d'une manière remarquable les questions de philosophie et que tu sais apprécier à sa valeur l'enquête mathématique sur des problèmes nouveaux qui se présentent, j'ai jugé à propos de te décrire, et de développer dans ce livre, les propriétés caractéristiques d'une méthode qui te permettra d'aborder certaines propositions mathématiques par le biais de la mécanique. Mais je suis persuadé que cet outillage peut servir même pour la démonstration des théorèmes ; certaines propriétés, en effet, qui m'étaient d'abord apparues comme évidentes par la mécanique, ont été démontrées plus tard par la géométrie, parce qu'une étude faite par cette méthode n'est pas susceptible de démonstrations ; car il est plus aisé d'édifier la démonstration après avoir acquis préalablement quelque connaissance des objets de la recherche au moyen de cette méthode que de chercher sans la moindre connaissance.* »

Ce texte semble avoir été fait pour répondre par avance aux critiques de DESCARTES.

Nous pouvons remarquer qu'ARCHIMÈDE ne considère pas ses découvertes mécaniques comme de vraies démonstrations, mais comme un moyen d'obtenir la réponse, réponse qu'il faut ensuite assurer mathématiquement.

Examinons maintenant la manière de procéder d'ARCHIMÈDE Nous nous intéresserons à la quadrature du segment de parabole. Dans le paragraphe suivant, nous donnerons la méthode qui permet à ARCHIMÈDE de trouver la réponse.

Un segment de parabole est la portion du plan comprise entre une parabole et une de ses cordes, qui est appelée la base de ce segment.

La méthode d'ARCHIMÈDE

Rappelons comment était définie une parabole. On trouve cela chez APOLLONIUS, dans son traité sur les coniques.

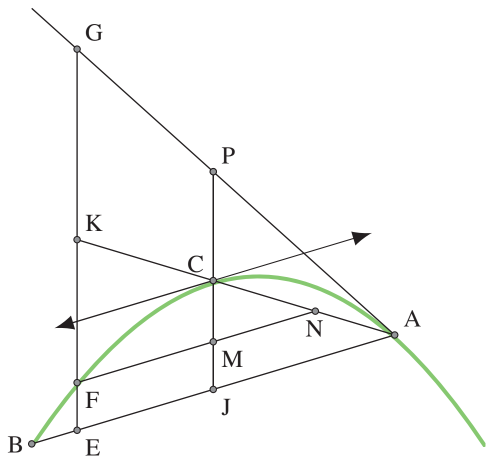
(2) Rochester Institute of Technology.

Un segment de parabole ACB a pour base [AB] et pour sommet le point C, point où la tangente à la parabole est parallèle à AB ; le diamètre(3) relatif à la base AB, est alors la droite (CJ), J étant le milieu de [AB].

Préparation

Soit un point F décrivant l'arc de parabole ACB. La tangente en A coupe (CJ) en P. La parallèle à (CJ) passant par F coupe (AB) en E, (AC) en K et la tangente en A au point G. Enfin la parallèle à (AB) passant par F coupe (CJ) en M et (AC) en N.

On va démontrer tout d'abord que : $\boxed{\dfrac{\text{FE}}{\text{GE}} = \dfrac{\text{BE}}{\text{BA}}}$.



La proposition XX d'APOLLONIUS nous dit qu'un point F appartient à l'arc de parabole ABC, de sommet C si et seulement si(4) : $\dfrac{\text{CM}}{\text{CJ}} = \dfrac{\text{FM}^2}{\text{BJ}^2}$.

$$\left.\begin{cases} \dfrac{\text{CM}}{\text{CJ}} = \dfrac{\text{FM}^2}{\text{BJ}^2} \\ \text{FMJE est un parallélogramme} \Rightarrow \text{FM} = \text{EJ} \\ \text{J est le milieu de BA} \end{cases}\right\} \Rightarrow \frac{\text{CM}}{\text{CJ}} = \frac{\text{EJ}^2}{\text{JA}^2}.$$

D'après le théorème de THALÈS :

(3) APOLLONIUS appelle diamètre d'un segment de parabole la droite partant d'un sommet et divisant tout segment parallèle à la tangente à ce sommet en deux parties égales. Tout diamètre est parallèle à ce que nous appelons axe de la parabole.

(4) Le lecteur pourra se convaincre, en utilisant un repère oblique d'origine C, les axes étant la tangente en C et le diamètre (CJ), que cette égalité équivaut en termes modernes à une équation $y = kx^2$, NdlR

$$\left\{\begin{array}{l}\dfrac{CM}{CJ}=\dfrac{CN}{CA}\\[2mm]\dfrac{EJ}{JA}=\dfrac{KC}{CA}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{CM}{CJ}=\frac{CN}{CA}=\frac{EJ^2}{JA^2}=\frac{KC^2}{CA^2}$$

$$\Rightarrow\frac{CN}{CA}=\frac{KC}{CA}\times\frac{KC}{CA}\Rightarrow\frac{CN}{CA}\times\frac{CA}{KC}=\boxed{\frac{KC}{CA}=\frac{CN}{KC}}.$$

Ainsi, en utilisant les propriétés sur les proportions, on obtient :

$$\frac{CN}{KC}=\boxed{\frac{KC}{CA}}=\frac{CN+KC}{KC+CA}=\boxed{\frac{KN}{KA}}.$$

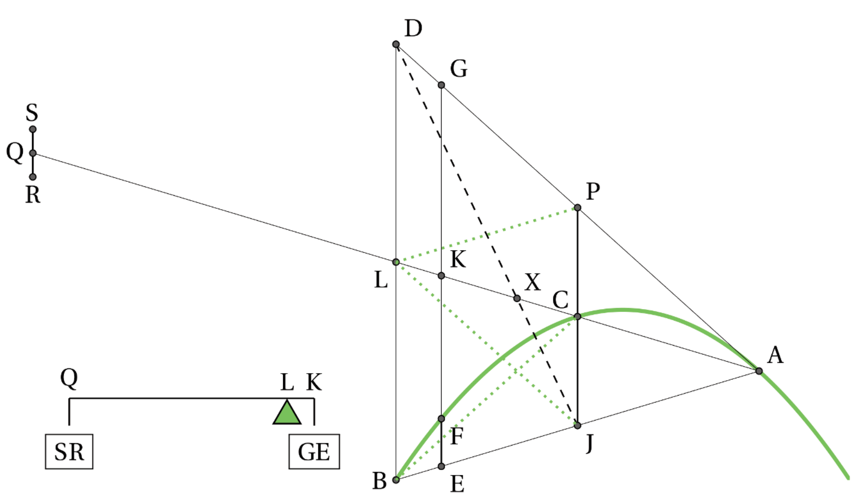
Or, d'après le théorème de THALÈS :

$$\left\{\begin{array}{l}\dfrac{KC}{CA}=\dfrac{EJ}{JA}\\[2mm]\dfrac{KN}{KA}=\dfrac{KF}{KE}\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\dfrac{EJ}{JA}=\dfrac{KF}{KE},\text{ mais}\\[2mm]\text{J milieu de BA}\end{array}\right.\Rightarrow\frac{EJ}{BJ}=\frac{KF}{KE}\Rightarrow\frac{BJ-EJ}{BJ}=\frac{KE-KF}{KE}\Rightarrow\frac{BE}{BJ}=\frac{FE}{KE}.$$

D'après APOLLONIUS, Prop. XXII et XXIII : C étant le milieu de [JP] implique que K est le milieu de [EG] et :

$$\left\{\begin{array}{l}\dfrac{BE}{BJ}=\dfrac{FE}{KE}\\[2mm]\text{K milieu de EG}\end{array}\right.\Rightarrow\frac{BE}{2\cdot BJ}=\boxed{\frac{BE}{BA}=\frac{FE}{GE}}=\frac{FE}{2\cdot KE}.$$

La balance d'Archimède



La parallèle à CJ passant par B coupe (AC) en L et la tangente en A au point D. Q est le symétrique de A par rapport au point L, et on trace un segment FR de longueur FE et de milieu Q, parallèle à (CJ).

D'après le théorème de THALÈS, on a :

$$\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BA}} = \frac{\mathrm{LK}}{\mathrm{LA}} = \frac{\mathrm{FE}}{\mathrm{GE}} \Rightarrow \boxed{\mathrm{GE}} \times \mathrm{LK} = \mathrm{FE} \times \mathrm{LA} = \boxed{\mathrm{SR}} \times \mathrm{LQ}.$$

C'est ici qu'intervient la mécanique : FE est un « morceau » du segment de parabole ; GE est un « morceau » du triangle ABD. Il y a donc équilibre si l'on considère une **balance** de pivot L.

On place le segment de parabole en Q, symétrique de A par rapport à L. « **Chaque** » segment FE, variant de 0 à CJ, sera placé en Q, Q étant le milieu de SR, centre de gravité du segment SR = FE. Ainsi la parabole est sur un des côtés de la balance.

Où placer le triangle pour qu'il y ait équilibre ?

Le « poids » du triangle doit être placé en son centre de gravité. Or, X, centre de gravité de ABD est tel que $\mathrm{LX} = \frac{1}{3}\mathrm{LA}$.

Ainsi, « Poids » du segment de parabole × LQ = « Poids » du triangle × LX = « Poids » du triangle × $\frac{1}{3}\mathrm{LA}$. Ce qu'ARCHIMÈDE traduit par :

$$\boxed{\text{Aire du segment de parabole BCA} = \frac{1}{3}\ \text{Aire du triangle BDA.}}$$

Par ailleurs, il est facile de voir les égalités des aires des triangles suivants :

Aire BCA = 2 × Aire ACJ = Aire AJP et Aire BDA = 4 × Aire AJP = 4 × Aire BCA.

Ainsi :

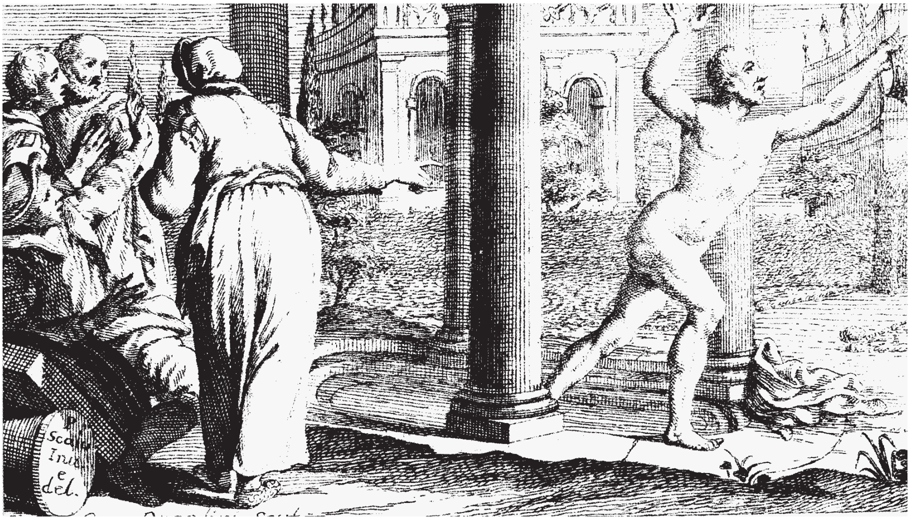
$$\boxed{\text{Aire du segment de parabole BCA} = \frac{4}{3}\ \text{Aire du triangle BCA.}}$$

On retrouve ainsi le résultat qu'ARCHIMÈDE démontre par exhaustion dans son traité de la «*Quadrature de la parabole* », proposition XVII.

Commentaires sur la méthode d'ARCHIMÈDE.

ARCHIMÈDE a écrit un traité intitulé « *De l'équilibre des figures planes* », où il donne le centre de gravité de certaines figures. Cet ouvrage est considéré comme le livre fondateur de la statique.

La définition du centre de gravité n'est pas donnée dans les traités d'ARCHIMÈDE qui nous sont parvenus, mais certains spécialistes pensent qu'ARCHIMÈDE la donne dans un traité aujourd'hui perdu.



Eureka ! ! !

L'idée d'établir une relation entre lignes de deux figures pour en déduire une relation entre surfaces sera réinventée par CAVALIERI au XVII[e] siècle, qui, rappelons-le, n'avait certainement pas connaissance du traité d'ARCHIMÈDE.

Il est vrai que cette méthode que l'on appelera plus tard « la méthode des indivisibles » peut être dangereuse si l'on ne prend pas un minimum de précautions.

Rappelons encore une fois qu'ARCHIMÈDE ne considère pas sa méthode des pesées comme une démonstration, mais plutôt comme un procédé heuristique.

La méthode de CAVALIERI

Bonaventura Francesco CAVALIERI, (1598 – 1647), est un universitaire mathématicien italien. Il publie onze livres dont le « *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam…* » en 1635 où il expose sa théorie des indivisibles. Il fut en contact avec GALILÉE qui dit de lui : « *peu ou nul, depuis* ARCHIMÈDE, *a vu aussi profondément dans la science de la géométrie* ».

CAVALIERI expose ainsi sa méthode[(5)] :

> [. . .] *la considération des indivisibles fournissait le principal instrument pour arriver à la comparaison des grandeurs des figures tant planes que solides. J'ai institué deux voies pour y parvenir.* [. . .] *Dans l'une et l'autre méthode apparaissent, lorsqu'il s'agit de la mesure des figures planes, des lignes parallèles en nombre indéfini, comprises entre celles qui touchent la figure ; lorsqu'il s'agit de la mesure de solides, ces lignes sont remplacées par des plans parallèles équidistants, compris de même entre ceux qui touchent la figure à ses deux extrémités. Il est donc manifeste que*

(5) *Exercitationes geometriæ sex*, 1647, Traduction deMaximilien MARIE dans son *Histoire des sciences mathématiques*, 1884

nous considérons les figures planes comme formées de fils parallèles, à l'instar des toiles, et les solides comme composés de feuilles, de même que les livres.Mais tandis que, dans les toiles, les fils, et, dans les livres, les feuilles sont en nombre fini, parce qu'il s'y trouve une certaine épaisseur, pour nous le nombre en est indéfini, parce que nous les considérons comme sans épaisseur. Cependant nous ne faisons pas usage de cette hypothèse sans y apporter quelque attention, car, dans la première méthode, nous considérons la somme totale et, dans la seconde, leur distribution.

Nous allons nous contenter d'exposer la seconde méthode, celle qui se rapproche le plus de celle d'ARCHIMÈDE. Lisons encore CAVALIERI(6) :

Si deux figures planes, comprises entre les mêmes parallèles, interceptent des segments égaux chacun à chacun, sur les droites parallèles aux bases, les figures seront égales ; plus généralement, si les deux segments interceptés sur une même droite, dans les deux figures, ont une raison(7) *constante, cette raison sera celle de la figure ; et de même pour les solides.*

Quadrature de la cycloïde

Plus qu'un long discours, un exemple illustrera cette méthode. Nous emprunterons cet exemple à DESCARTES.

Le 20 avril 1646, DESCARTES, dans une lettre au Père MERSENNE écrit :

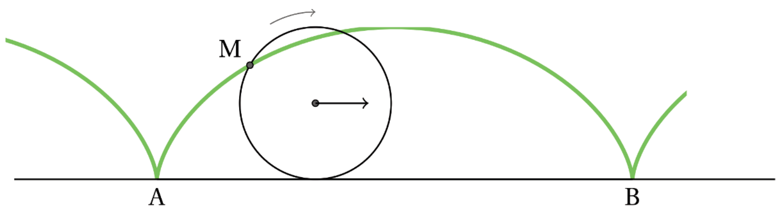
J'ai vu le Bonaventura Cav(alieri), étant dernièrement à Leyde, mais je n'ai fait qu'en parcourir les propositions, pendant un quart d'heure, parce que le jeune Schooten [. . .] m'assurait que ce Cavalieri ne fait autre chose que démontrer, par un nouveau moyen, des choses qui ont déjà été démontrées par d'autres & que ce nouveau moyen n'est autre que l'un de ceux dont je me suis servi pour démontrer la roulette, en supposant que deux triangles curvilignes différents étaient égaux, parce que toutes les lignes droites, tirées en même sens en l'un qu'en l'autre, étaient égales.

DESCARTES semble s'approprier la méthode, mais il est certain maintenant que CAVALIERI en soit l'inventeur en Occident, bien que l'on en trouve traces dans « *Les neuf chapitres sur l'art mathématique* », exposé par LIU Hui au III^e siècle.

La cycloïde est la courbe générée par un point M se trouvant sur un cercle, que nous appellerons la roulette, roulant sans glisser sur une droite horizontale (AB).

En voici une représentation :

(6) op. cit.
(7 Le mot raison, longtemps employé, correspond à ce que nous appelons maintenant rapport.



On va calculer l'aire comprise entre une arche de cycloïde et la droite AB. Pour cela, travailler sur une demi-cycloïde suffira, c'est-à- dire sur la courbe engendrée par un demi-tour du cercle.

Préparation

Considérons l'arc AC de cycloïde décrit par le point a du demi-cercle aob de rayon R. Le segment [AB] est donc égal à la moitié de la circonférence de centre e et de rayon R, c'est-à-dire $AB = \pi \times R$ et la perpendiculaire [CB] est égale au diamètre, $BC = 2R$.

Soient O et D les milieux respectifs des segments [AB] et [BC]. (OE) et (FD) sont perpendiculaires à (AB) et (BC) respectivement. F est le point d'intersection de (ED) avec l'arc de la cycloïde AC.

Lorsque le point o de la roulette se trouve en O, le centre e de la roulette est en E, milieu de [AC] et intersection de [AC] et [DF] (théorème de Thalès). Le rayon de la roulette [ea] se trouve alors appliqué sur [EF] et $\widehat{\mathrm{FEO}} = \widehat{aeo} = 1$ droit.

Soient N un point quelconque du segment [AO], P son symétrique par rapport à O, n et p les points correspondants sur la roulette. Ainsi les arcs $\overset{\frown}{an}$ et $\overset{\frown}{pb}$ sont égaux ainsi que les segments AN et PB, qui ont même longueur qu'eux. Soient x et y les projetés orthogonaux de a sur les diamètres (ne) et (pe) respectivement.

Lorsque le point n de la roulette se trouve en N, le point a se trouve alors en K. On trace la parallèle à (AB) passant par K, elle coupe [BC] en M, [AC] en L.

Lorsque que le point p de la roulette se trouve en P, le point a se trouve alors en G. On trace la parallèle à (AB) passant par G, qui coupe [BC] en I et [AC] en H.

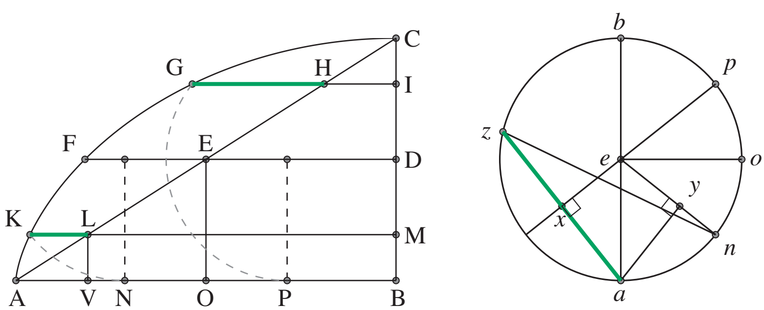
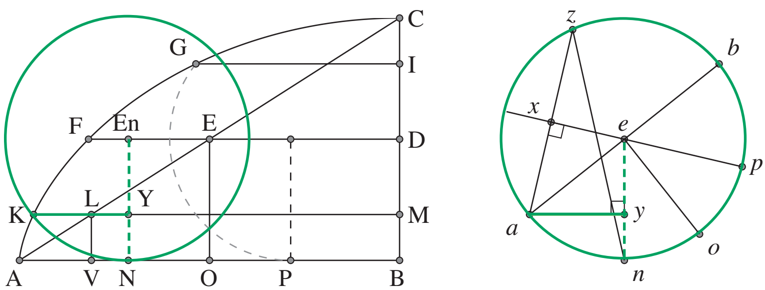


Figure principale

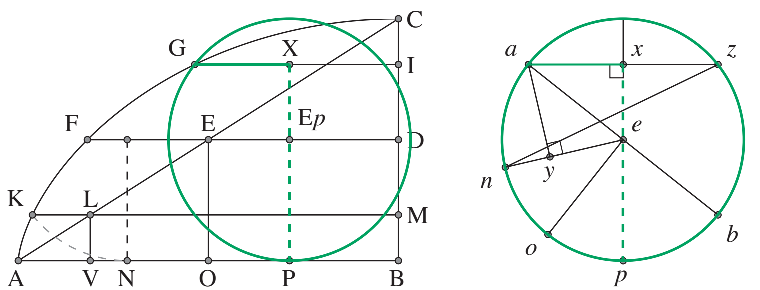
V est la projection orthogonale de L sur [AB].

On va montrer que $\boxed{GH + KL = az}$.

- Lorsque le point n de la roulette se trouve en N, (le point a se trouvant alors en K), la parallèle à (AB) passant par K coupe [BC] en M et la parallèle issue de N à (BC) en Y. La distance du point a au rayon vertical $[en]$ est alors KY = ay.
On a donc : KM = NB + ay et MD = ye.



- Lorsque que le point p de la roulette se trouve en P, le point a se trouve en G. La parallèle à (AB) passant par G coupe [BC] en I, et la parallèle à (BC) passant par P coupe (GI) en X. La distance du point a au rayon $[ep]$, qui est alors vertical, est GX = ax.
On a donc : GX + XI = GI = PB + ax et ID = xe.



Pour des raisons de symétrie, $ax = ay$ et donc $ax + ay = az$.
Ainsi :

$$KM + GI = NB + ay + PB + ax = AB - AN + PB + az = AB + az$$

car AN = PB comme vu plus haut.

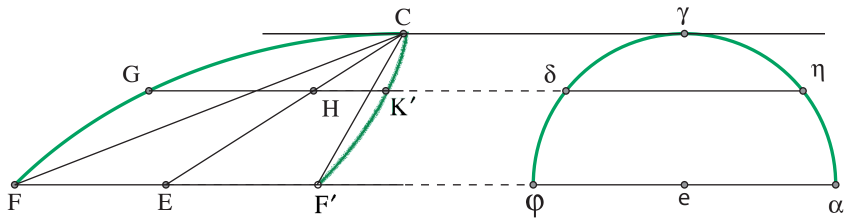
Enfin, en revenant à la figure principale, comme CI = MB = LV, $\widehat{CHI} = \widehat{LAV}$ et $\widehat{CIH} = \widehat{LVA} = 1$ droit, les deux triangles HIC et ALV sont égaux donc LM + HI = VB + AV = AB.
Ainsi :

$$GI + KM = GH + HI + KL + LM = AB + GH + KL = AB + az \Rightarrow GH + KL = az$$

On a encore $ex = \mathrm{ID} = \mathrm{MD}$, donc la corde [$az$] est à la même distance de e que le sont les segments [KL] et [GH] du point E. Tout ce qui vient d'être démontré est valable pour tout point N du segment [AO].

Méthode des indivisibles

Afin d'appliquer la méthode de CAVALIERI, on va transformer la figure en découpant en deux parties à l'aide du segment [FE] la portion de plan limitée par la cycloïde et la corde AC. La surface CFEC reste inchangée et on remplace la surface AFEA par son image dans la symétrie centrale de centre E. On obtient ainsi la surface CEF′, où F′ est le symétrique de F par arpport à E. On va comparer la surface FF′C obtenue avec le demi-disque de rayon R.



Dans la symétrie de centre E, le point L vient en H et le point K en K′, de sorte que HK′ = LK et GK′ = GH + LK = az = $\delta\eta$. Les deux figures FGCK′F′ et $\varphi\delta\gamma\eta\alpha$ sont comprises entre les mêmes parallèles (Fα) et (Cγ). Toute droite (Gη) parallèle à la base (Fα) interceptant des segments égaux [GK] et [$\delta\eta$], les deux figures ont donc même aire.

Ainsi, l'aire FGCKF′, qui est l'aire de la portion de plan AGCA, est la même que l'aire du demi-disque.

Pour avoir l'aire de la moitié de l'arche de la cycloïde AFCBA, il restera alors à ajouter l'aire du triangle ABC.

On a : $AB = \pi \times R$ et $BC = 2R$, donc aire(ABC) $= \pi R^2$.

Ainsi l'aire de la demi-arche de cycloïde AFCBA est égale à $\pi R^2 + \dfrac{\pi R^2}{2}$.

En conclusion, l'aire de la cycloïde (correspondant à un tour de la roulette) est :

$$\boxed{3\pi R^2}$$

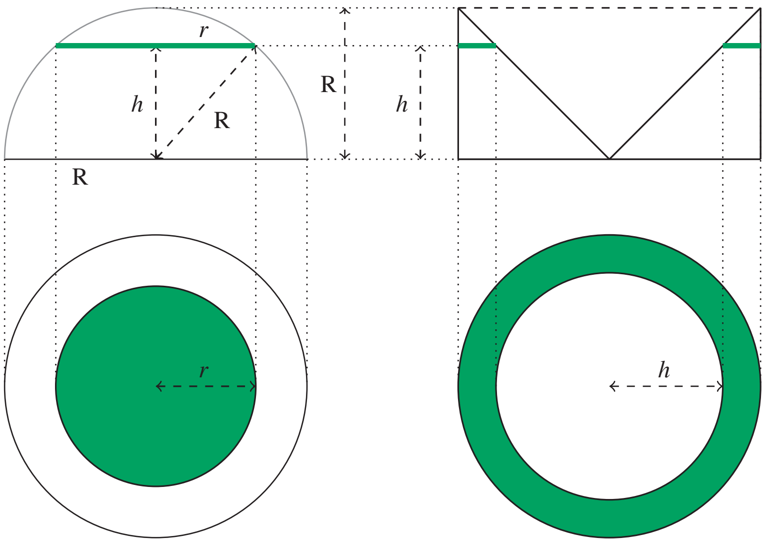
Volume de la sphère

Après avoir montré comment, en considérant les *figures planes comme formées de fils parallèles, à l'instar des toiles*, CAVALIERI compare deux surfaces, examinons comment il calcule le volume d'un solide, la sphère, comme *composé de feuilles, de même que les livres*.

CAVALIERI considère une demi-sphère de rayon R et compare ce solide avec un cylindre de même rayon et de hauteur R. Ces deux solides, posés sur un plan horizontal, sont compris entre deux plans parallèles, le second étant celui de la face supérieure du cylindre.

Transformons le cylindre en « bol » en enlevant un cône de révolution de base sa face supérieure et de hauteur R. Coupons ces deux solides par un plan horizontal ; les sections obtenues sont un disque dans la sphère et une couronne dans le bol.

Voici ce que cela donne en coupes horizontale et verticale :



Préparation

Aire du disque, section de la sphère

D'après le théorème de PYTHAGORE, le rayon de ce disque est : $r = \sqrt{R^2 - h^2}$.

Son aire est donc : $A = \pi(R^2 - h^2)$.

Aire de la couronne, section du bol

On obtient l'aire de cette couronne en faisant la différence du disque de rayon R et du disque intérieur.

L'aire du disque de rayon R est : $A_e = \pi R^2$.

Le disque intérieur, section du cône par le plan, a pour rayon h et son aire est : $A_i = \pi h^2$.

L'aire de la couronne est donc : $A_c = A_e - A_i = \pi R^2 - \pi h^2 = \pi(R^2 - h^2) = A$.

Méthode de CAVALIERI

Les deux solides étant compris entre deux plans parallèles, tout plan parallèle à ces deux plans découpe des surfaces de même aire sur chaque solide.

Ces deux solides ont donc même volume.

Or, on connait le volume du cylindre $V_{cylindre} = \pi R^3$ et le volume du cône :

$$V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times V_{\text{cylindre}}.$$

Ainsi le volume de la demi-sphère est : $\frac{2}{3}\pi R^3$.

Donc, le volume d'une sphère de rayon R est :

$$\boxed{V_S = \frac{4}{3}\pi R^3}.$$

Quelques précisions sur la méthode de Cavalieri

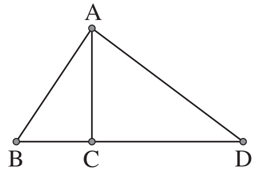
Nulle part, Cavalieri ne fait la somme des segments (fils) ou des surfaces (feuilles). Il affirme seulement la chose suivante :

Si dans deux figures F_1 et F_2 planes comprises entre deux parallèles, toute parallèle à ces deux droites détermine sur chaque figure des segments S_1 et S_2 de même raison, alors le segment S_1 est au segment S_2 comme la figure F_1 est à la figure F_2 :

$$S_1 :: S_2 \Leftrightarrow F_1 :: F_2.$$

Euclide avait établit une proportion entre ligne et surface. Dans le livre VI, la proposition I dit que :

> *Les triangles et les parallélogrammes qui sont sous la même hauteur sont l'un relativement à l'autre comme leurs bases.*
> *Que* [...] *les triangles* ABC, ACD *soient sous la même hauteur* AC. *Je dis que comme la base* BC *est relativement à la base* CD, *ainsi* [est] *le triangle* ABC *relativement au triangle* ACD.



Mais Euclide ne va pas aussi loin qu'Archimède et Cavalieri.

Archimède utilise sa méthode pour *montrer* que ses résultats sont cohérents avec l'intuition. Il lui faut ensuite, comme on l'a dit, les démontrer rigoureusement.

Cavalieri pense que sa méthode est suffisamment rigoureuse et n'a besoin d'aucune autre démonstration.

Descartes, quant à lui, utilisait la méthode de Cavalieri pour *donner à voir* d'une autre façon ce qu'il serait difficile de voir immédiatement.

Leibniz et Newton, entre autres, prendront un chemin différent. Pour eux, chaque section, linéaire ou plane, aurait une épaisseur infiniment petite. Dans ce cas, on pourra, sous certaines conditions, en faire la somme; ce qui donnera le calcul différentiel et intégral.

Mais c'est une autre aventure !

Bibliographie

1. BROCHURE Nº 65. *Fragments d'histoire des mathématiques II*. Éd. APMEP, 1987.

2. CAHIERS PÉDAGOGIQUES DE PHILOSOPHIE ET D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES, FASCICULE 2. *Divers aspects de l'infini en mathématiques et en philosophie*. Éd. IREMRouen, 1990.

3. LA QUADRATURE DE LA PARABOLE. *Archimède, tome II*. Éd. Les belles lettres, Paris, 1971.

4. LA MÉTHODE. *Archimède, tome III*. Éd. Les belles lettres, Paris, 1971.

5. ŒUVRES DE DESCARTES, CORRESPONDANCES, TOME IV. Éd. J. VRIN, Paris, 1989.

6. LA GÉOMÉTRIE DE DESCARTES. Éd. Jacques GABAY, Paris, 1991.