

Recherche de problèmes au collège avec un Logiciel de Géométrie dynamique

Gérard Kuntz



Quatre auteurs de l'IREM de Lyon⁽¹⁾ proposent aux enseignants de mathématique une réflexion approfondie au sujet des logiciels de Géométrie dynamique et de leurs usages avec les élèves. Plutôt qu'une brochure, ils éditent un cédérom auquel ils ont confié des activités expérimentées abondamment en classe, avec tout l'appareillage didactique et technique dont les bons groupes de recherche des IREM savent s'entourer. Le sommaire du Cédérom en annonce la richesse.

(1) Alain Colonna, Maryvonne Le Berre, Béatrice Legoupil, Jean-François Zucchetta -IREM de Lyon.

Questions d'enseignement	Problèmes de recherche expérimentés au cycle central	Quelques pistes
<ul style="list-style-type: none"> • Figures géométriques dans un environnement de type Cabri <ul style="list-style-type: none"> ◦ Figure géométrique, figure dynamique ◦ Figures particulières, cas particuliers ◦ Spécificités • Nos choix <ul style="list-style-type: none"> ◦ Quels problèmes donner aux élèves ? ◦ L'apprentissage de l'observation ◦ La pratique des pronostics ◦ Une attitude expérimentale ◦ Le raisonnement d'abord 	<ul style="list-style-type: none"> • Le BON triangle <ul style="list-style-type: none"> ◦ Présentation, Fiche Elève, Fiche Professeur • Aire de cerfs-volants inscrits dans une figure <ul style="list-style-type: none"> ◦ Présentation, Fiche Elève, Fiche Professeur ◦ Variations d'aires avec Cabri • Un lieu mystérieux <ul style="list-style-type: none"> ◦ Présentation, Fiche Elève, Fiche Professeur ◦ Transformations d'un problème • Balade sur l'hypoténuse <ul style="list-style-type: none"> ◦ Présentation, Fiche Elève, Fiche Professeur ◦ Le rôle facilitateur de Cabri • L'échelle <ul style="list-style-type: none"> ◦ Présentation, Fiche Elève, Fiche Professeur • L'air de l'aire... <ul style="list-style-type: none"> ◦ Présentation, Fiche Elève, Fiche Professeur ◦ Exploration du plan • La rivière <ul style="list-style-type: none"> ◦ Présentation, Fiche Elève, Fiche Professeur ◦ Compte-rendu d'une recherche en classe 	<ul style="list-style-type: none"> • Effets de surprise <ul style="list-style-type: none"> ◦ Aire du triangle (Découverte 1) ◦ Aire du parallélogramme ◦ Angles extérieurs d'un polygone • Explorations <ul style="list-style-type: none"> ◦ Découverte de la médiatrice ◦ Aire du triangle (Découverte 2) ◦ Cercles équi-distants de quatre points donnés ◦ Sortir du triangle équilatéral ◦ Et si le triangle n'est pas rectangle ? • Déductions <ul style="list-style-type: none"> ◦ Points remarquables dans un triangle ◦ Bissectrices

• Les auteurs précisent :

« Nous nous sommes intéressés à l'utilisation des logiciels de géométrie dynamique au Collège dans des problèmes de recherche, et aux questions d'enseignement que cela pose. Qu'apportent ces logiciels à l'observation et à l'établissement de conjectures par les élèves ? Permettent-ils d'aborder de nouveaux types de problèmes ? Quelles sont les conséquences sur la conception des situations, la formulation des énoncés ? Comment faire pour que l'élève ait une véritable investigation à mener ? Comment se situe la preuve mathématique dans ce contexte ?

Les sept situations proposées ont été expérimentées au cycle central, avec le logiciel Cabri, dans différents collèges, et avec différents groupes d'élèves. Chacune est présentée avec une fiche professeur, une fiche élève, les fichiers Cabri et GeoGebra, téléchargeables par simple clic et aussi, le plus souvent, un document d'analyse plus approfondie. Le cédérom propose de plus des pistes de problèmes, de la sixième à la troisième, avec les fichiers de figures. »

• Dans la préface du Cédérom, Sophie Soury-Lavergne (INRP-ENSL) affine le trait :

« Les logiciels de géométrie dynamique « mènent l'enquête » depuis près de 30 ans quand il s'agit de recherche de problèmes en géométrie. Mais nous n'avons pas encore découvert tout ce qu'il était possible de faire avec de tels outils en classe. Ainsi, c'est nous, enseignants et chercheurs, qui menons l'enquête sur les potentialités de la géométrie dynamique au service de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques. Au fur et à mesure des usages quotidiens avec les élèves et des recherches développées, en particulier par les groupes IREM, nous explorons les multiples facettes de cet outil pour l'apprentissage des notions géométriques et des théorèmes mais aussi pour l'entrée dans les démarches mathématiques que sont la recherche de problèmes et l'élaboration de preuve.

*Je vous invite à découvrir les propositions faites par l'IREM de Lyon pour permettre aux élèves de **se questionner** à propos des résultats mathématiques, **d'en chercher les explications et les preuves**, et de **ne pas rester spectateurs passifs de résultats sans surprise**.*

Un apport de ce travail est de dire, enfin, que les élèves ne sont pas surpris par l'invariance. Ce qu'ils attendent, anticipent, c'est que tout soit conservé. Or l'apprentissage, lui, est déclenché par une surprise, une déstabilisation. Ainsi, en exagérant un peu, il n'y a que nous, enseignants de mathématiques, pour nous extasier devant le fait que l'angle interceptant les extrémités d'un diamètre soit droit quand le sommet est sur le cercle. Comment faire partager aux élèves notre lecture et notre intérêt pour ces figures géométriques ?

Plusieurs pistes sont proposées par les auteurs. Pour toutes les situations où l'intuition est mise en défaut, l'idée de pronostic, préalable à l'expérimentation avec le logiciel, permet justement aux élèves d'explicitier, sans risque ni stigmatisation, leur intuition et de la confronter à l'observation de la figure. La contradiction entre le pronostic et l'observation devient un levier pour introduire la recherche d'une explication puis d'une preuve.

Un autre principe, très fructueux, est de contraster, dans l'activité proposée aux élèves, les situations où le résultat est vérifié avec celles où il ne l'est pas. Permettre aux élèves, comme à l'enseignant, de découvrir et redécouvrir qu'une propriété n'est pas toujours vraie, et que les cas où elle l'est sont particulièrement intéressants, est une façon de problématiser la recherche de solution et de motiver le passage à la preuve. Ainsi, en faisant sortir du cercle le sommet de l'angle interceptant le diamètre, nous découvrons que l'angle n'est pas toujours droit. De nombreuses questions sont alors possibles : à quel endroit placer le sommet pour que l'angle soit droit, pourquoi l'est-il quand le sommet est sur le cercle ? À quelles conditions la propriété est-elle vraie ?

Vous trouverez aussi des propositions pour motiver chez les élèves la recherche d'une preuve autrement que par l'idée de convaincre ou d'être convaincu. Une difficulté pour l'enseignant réside dans le fait que les élèves sont convaincus de la validité de l'énoncé à démontrer. En effet, ces résultats sont écrits dans les livres, énoncés par l'enseignant, qui plus est, montrés par le logiciel de géométrie dynamique. Si le rôle d'une preuve est bien de convaincre de la validité d'un énoncé, ce n'est pas le seul. Il paraît alors utile de s'appuyer sur une autre fonction de la preuve qui est de comprendre, comprendre pourquoi on obtient tel résultat. Pour cela, il faut donc que le résultat soit lui même un peu incompréhensible au premier abord, voire un peu surprenant. Et ce n'est pas sa validité qui sera établie par la preuve, mais ses raisons d'être.

*Je voudrais pour finir, avant de partir à la découverte des sept situations proposées, faire une simple recommandation. La géométrie dynamique n'est dynamique que si les élèves, comme l'enseignant, font bouger les points, **tous les points de la figure**.*

Or nos observations de chercheurs montrent que finalement ce n'est pas toujours le cas dans les classes : seuls certains points sont déplacés, les déplacements sont éventuellement très réduits et parfois même ne permettent pas d'observer les phénomènes intéressants, enfin dans certaines situations, c'est un unique déplacement très contrôlé par un curseur ou par un point sur objet qui est visé. Alors pour continuer à mener l'enquête à l'aide de ces activités, faites bouger les points des figures, tous les points ! »

Après ces indispensables éclairages des intentions et de la démarche, voici le détail d'un des sept problèmes proposés à la sagacité des Collégiens. Comme tous les problèmes du Cédérom, il comporte *une présentation, une fiche-professeur et une fiche élève*. De plus, dans ce problème précis, nous avons droit *aux transformations* qui, à partir d'un problème simple initial ont abouti à la forme finale que voici. Enfin, des travaux d'élèves sont présentés.

Un lieu mystérieux

• *Présentation du problème*

Contenu mathématique

Il s'agit d'étudier le problème suivant :

Les droites d_1 et d_2 sont perpendiculaires et sécantes en O. M est un point du plan. N et P sont des points respectivement de d_1 et de d_2 tels que MNOP est un rectangle. Quel est le lieu géométrique du point M lorsque $PN = 5 \text{ cm}$?

On utilise l'isométrie des diagonales du rectangle et la définition du cercle (ensemble de points équidistants d'un point donné) pour résoudre le problème.

Le lieu cherché est le cercle de centre O et de rayon 5 cm.

Intérêt du problème

La recherche d'un lieu à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique est un problème nouveau qui donne à l'activité un aspect ludique et motivant pour les élèves. On peut l'introduire au moyen d'un énoncé simple (trouver tous les emplacements de M...), et les élèves y rentrent facilement.

Sa résolution complète ne s'appuie que sur des connaissances du niveau Sixième. Pour établir une conjecture, les élèves utilisent pleinement le côté dynamique du logiciel sans pour autant que celui-ci donne la réponse. Le parti pris de construire N et P après M rend *inopérante la fonction Lieu* du logiciel (outil qui donne souvent immédiatement la réponse dans ce type d'exercice). Ici les élèves ne peuvent se contenter de constater des résultats donnés par le logiciel, ils doivent réellement établir des conjectures.

Le problème de recherche est ainsi scindé naturellement en deux étapes : l'établissement de conjectures puis l'établissement d'une démonstration.

Description de l'activité

Il faut disposer d'une salle équipée d'ordinateurs pour les élèves et, si possible, d'un ensemble ordinateur et vidéoprojecteur pour le professeur.
1,5 h ou 2 h sont nécessaires.

Les élèves construisent la figure avec un logiciel de géométrie dynamique.

Ils affichent la longueur PN et déplacent M.

Pour les aider à localiser différentes positions possibles de M, le professeur peut montrer comment utiliser la fonction **Trace**, ou encore la fonction **Punaiser un point**. Ils établissent la conjecture attendue.

Le travail se termine par l'élaboration d'une démonstration, éventuellement assistée par une animation (on peut se servir du fichier *animyst.ggb* du CD)

- La **fiche-professeur**⁽²⁾ dessine le cadre technique et pédagogique de l'exercice.
- La **fiche-élève**⁽³⁾ précise le travail demandé aux élèves.
- Les **transformations d'un problème**⁽⁴⁾ détaillent la genèse de l'exercice qui a mûri au sein de l'équipe au fil du temps.

Six autres problèmes sont traités sur le même modèle : le bon triangle, aire d'un cerf-volant, balade sur l'hypoténuse, l'échelle, l'air de l'aire, la rivière.

En complément aux sept problèmes centraux, les auteurs explorent *quelques autres pistes* (de la Sixième à la Troisième), en suivant trois thèmes (qui correspondent chacun à plusieurs problèmes) :

- Effets de surprise
- Explorations
- Déductions

Faut-il préciser que tous les fichiers dynamiques utilisés sont téléchargeables à partir du Cédérom, en version Cabri 2 et GeoGebra ? Il en est de même des fiches-professeurs et des fiches-élèves de tous les problèmes.

Ce Cédérom⁽⁵⁾ peut inspirer et stimuler de nombreux enseignants et les inciter à faire travailler leurs élèves sur ces problèmes. Quitte à rédiger un retour d'expériences pour le BV...

Il est disponible (10 euros) à l'IREM de Lyon⁽⁶⁾.

(2) <http://revue.sesamath.net/IMG/pdf/mystP.pdf>

(3) <http://revue.sesamath.net/IMG/pdf/mystE.pdf>

f4) <http://irem-fpb.univ-lyon1.fr/feuillesprobleme/feuille10/dansnosclasses/transfopb.html>

(5) <http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?article403>

(6) <http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?rubrique5>