

Séminaire APMEP 2011

Ce que PISA nous apprend

Intervention de Yves Olivier^(*)

1. L'évaluation PISA en trois mots

Qu'est-ce que PISA ?

Organisée par l'OCDE⁽¹⁾, cette évaluation vise à connaître la « culture » des élèves de 15 ans (âge de fin de la scolarité obligatoire dans la plupart des pays) dans trois domaines : la compréhension de l'écrit (on dit plutôt « littératie »), la culture mathématique (on dit plutôt « littératie » mathématique) et la culture scientifique. Elles se déroulent tous les trois ans sur un cycle de 9 ans permettant à chacun des domaines d'être une majeure et les autres des mineures.

	2000	2003	2006	2009	2012
Compréhension de l'écrit	majeure	mineure	mineure	majeure	mineure
Culture Mathématique	mineure	majeure	mineure	mineure	majeure
Culture Scientifique	mineure	mineure	majeure.	mineure	mineure

Certains items sont repris lors de chaque évaluation pour faciliter les comparaisons, certains autres sont dits libérés et rendus publics.

Le nombre de pays concernés a augmenté régulièrement. En incluant les 34 pays de l'OCDE, le nombre est passé de 32 en 2000, à 42 en 2003, 60 en 2006 et 65 en 2009. (Pour en savoir plus sur les résultats 2009 :

<http://www.oecd.org/dataoecd/33/5/46624382.pdf>)

Quelle culture mathématique ?

Par culture mathématique, les experts de l'OCDE entendent en 2003 :

« La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et **comprendre le rôle des mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos**, et à s'engager dans des activités mathématiques en fonction des exigences de sa vie, **en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.**

^(*) IA-IPR de Maths, Académie d'Orléans-Tours, membre du groupe français des experts en mathématiques de l'évaluation internationale PISA. yves.olivier@ac-orleans-tours.fr

(1) OCDE : Organisation de coopération et de développement économiques née en 1961 et regroupant 34 pays.

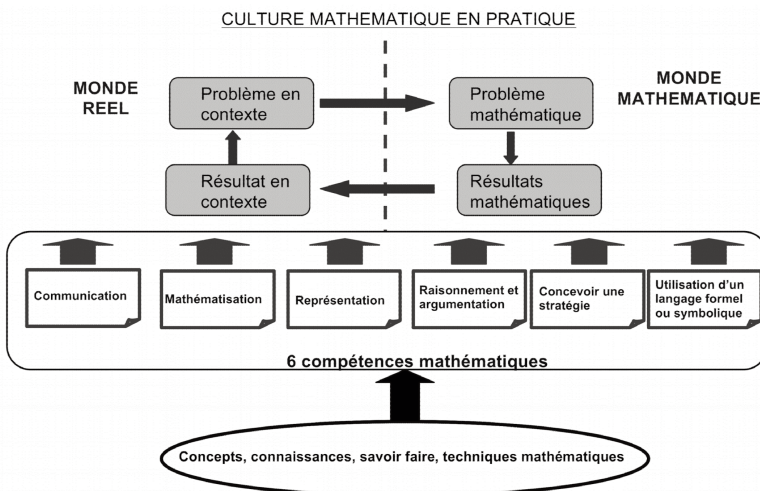
Cette définition contrastait avec notre façon de voir les mathématiques traditionnelles (pratiquées à l'École au sens large) qui ne sont pas si importantes. Essentiellement, en France, après avoir enseigné un concept, une compétence ou une technique, les enseignants demandaient aux élèves de résoudre des problèmes qui font appel à ces dites connaissances. Les concepts mathématiques et les techniques requis sont classiques et les évaluations sont aisées : ou les étudiants ont appris la technique ou ils ne l'ont pas apprise. Dans ce type d'exercice, l'utilité des mathématiques n'avait pas vraiment une grande place. Cependant la réflexion sur les compétences introduites par le Socle Commun de Compétences et de Connaissances a fait évoluer notablement cette représentation des mathématiques.

La prochaine évaluation PISA dans laquelle les mathématiques seront la dominante aura lieu en 2012. Le cadre de référence évoluera. En particulier la culture mathématique devient « l'aptitude d'un individu *à formuler, employer et interpréter* les mathématiques dans des *contextes variés*. Cela inclut l'aptitude à raisonner mathématiquement et à utiliser des concepts, procédures, faits et outils mathématiques pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes. Elle aide l'individu à **comprendre le rôle des mathématiques dans le monde, à porter des jugements bien fondés** et à prendre des décisions nécessaires **en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.** »

Les ressemblances entre les deux définitions sont en gras, les différences en italique gras. Cela permet de préciser l'activité mathématique souhaitée.

Le cycle de modélisation est décrit par le schéma suivant. La pratique de la culture mathématique requiert la formulation d'un modèle, le travail intra math, l'interprétation et la validation des résultats ; cependant, les individus mettent souvent en œuvre leur « culture mathématique » sans mettre en œuvre toutes ces étapes à la fois.

La schématisation ci-dessous permet de mettre en évidence les interactions entre monde réel et monde mathématique et les compétences mises en jeu.



Les modalités de l'évaluation en mathématiques

La répartition des items s'est faite chaque fois en quatre sous-domaines encore appelés idées majeures :

- « **Variations et relations** » : Les compétences évaluées sous cet intitulé sont très variées parmi lesquelles : lire, interpréter, exploiter une représentation graphique ; appliquer une relation ; établir une expression algébrique.
- « **Quantité** », **nombre**s et **grandeurs** : Les items proposés mettent en jeu la proportionnalité ainsi que des compétences telles que : s'informer, trier en fonction de critères donnés. Ils peuvent aussi faire appel à des méthodes de dénombrement à l'aide, par exemple, d'arbres.
- « **Espace et formes** » : Le travail demandé repose sur l'interprétation des configurations, sur des calculs d'aires et de périmètres ou l'appréhension de figures de l'espace.
- « **Incertitude** », **statistiques et probabilités** : En statistique : les tâches demandées concernent la lecture et/ou l'interprétation de relevés statistiques présentés sous différentes formes, l'utilisation de caractéristiques de position d'une série statistiques, la lecture critique d'une représentation graphique, ..., et en probabilités : tirages aléatoires, lancés de dés, ...

En 2012, le contenu mathématique est couvert par les mêmes quatre idées majeures. Les descriptions de ces idées majeures restent très générales. Afin d'améliorer les items intra-mathématiques, une liste précise de contenus a été établie à partir des programmes d'un échantillon de pays. La liste qui suit n'est volontairement pas reliée aux idées majeures. La voici :

- **Fonctions** : concept de fonction, linéaires ou autres, leurs représentations diverses (langage naturel, écriture algébrique, diagrammes, tableaux de valeurs, courbes représentatives) ;
- **Expressions algébriques** : production de formules, et manipulation d'expressions impliquant nombres, symboles, opérations, puissances, racines carrées ;
- **Équations** linéaires et s'y ramenant ;
- **Repérage du plan** : en relation avec des tableaux de valeurs, des figures géométriques et l'algèbre ;
- **Géométrie** : Relations algébriques entre éléments d'une figure (Pythagore, ...), position relative, triangles semblables, congruence, transformations, lieux géométriques, dans le plan comme dans l'espace ;
- **Grandeurs** : distance, angle, longueur, périmètre, aire, volume ;
- **Nombres et unités** : sens, représentations et propriétés des entiers, des rationnels et de certains aspects des irrationnels. Quantités et unités se référant aux temps, monnaies, poids, température, distance, aire, volume ;
- **Opérations arithmétiques** : sens et propriétés, conventions de notation ;
- **Pourcentages, ratios, proportions** : utilisation de la proportionnalité pour résoudre des problèmes ;
- **Estimation** : Ordres de grandeurs, arrondis ;
- **Gestion de données** : statistiques descriptives, variables, distribution, position

- centrale et leurs descriptions et interprétations ;
- **Échantillonnage** : à partir de populations, propriétés de base d'un échantillon ;
- **Probabilité** : événement aléatoire, fréquence, notions de base.

Les élèves doivent résoudre des exercices avec des supports étroitement liés à la vie quotidienne (prévisions météo, dés à jouer, télésiège, notes à un examen, etc.), ou mettant en jeu des compétences très variées comme : utiliser un langage et des opérations mathématiques, donner une argumentation mathématique, savoir identifier une question à caractère mathématique, savoir modéliser une situation pour poser un problème mathématique, etc. Les anciennes compétences de 2003 pour 2012 sont maintenant nommées sous compétences. Elles sont au nombre de sept : **communication, représentation, raisonner et argumenter, utilisation de symboles et formalisation d'opérations, utilisation d'outils mathématiques** (principalement évalué en support informatique), **mathématisation** (anciennement modélisation !) et **conduire des stratégies** (anciennement résolution de problèmes). On les retrouve sur le schéma précédent. Il est intéressant de constater qu'il y a concordance avec les compétences à développer dans le cadre du socle commun de connaissances et de compétences qui seront à valider dans le Livret Personnel de Compétences (LPC) des élèves en fin de Troisième.

Ainsi en 2003, où la culture mathématique était une majeure, il y avait 85 items répartis sur les quatre domaines. Une différence entre les évaluations classiques en France et PISA réside également dans les « formats d'items » et le type de réponses attendues. Ce qui conduit à des formes variées de questionnement comme indiqué dans le tableau ci-dessous.

FORMATS	nombre	%
Réponse construite ouverte	21	24.7 %
Réponse courte (<i>ex : un nombre à calculer</i>)	23	27.1 %
Réponse construite fermée (l'élève élabore sa réponse mais les réponses acceptables sont limitées dans un intervalle par ex)	13	15.3 %
Choix multiple	17	20 %
Choix multiple complexe (par exemple plusieurs « Oui/Non »)	11	12.9 %

Il était à remarquer que PISA n'était pas directement relié aux programmes scolaires des différents pays. Si bien que certaines capacités étaient oubliées alors qu'elles sont fondamentales à nos yeux et nécessaires pour la poursuite d'études. Cette réflexion partagée par de nombreux pays a été prise en compte dans des évolutions significatives pour 2012.

Les contextes des items seront au nombre de quatre : personnel, professionnel, sociétal et scientifique. Il est cependant noté qu'une majorité d'items se placeront

dans un contexte de vie réelle. Ceci implique que qu’au sein de ces contextes des items seront clairement définis par leur exigence mathématique plutôt que par la situation elle-même. Ces items intra-mathématiques auront la forme d’énigmes mathématiques ou de situations moins authentiques n’interférant pas avec le travail intra-mathématique. Trois échelles de résultats seront créées évaluant chacune : les processus de traduction, de résolution et, selon la taille des données, de modélisation. Le processus de traduction est très proche de la mathématisation et la dé-mathématisation du problème. Cela correspond à la relation entre le monde réel et le monde mathématique.

Une répartition des items a priori est indiquée selon les contenus, compétences et contextes dans le tableau ci-dessous :

Contenus		Compétences		Contextes	
Variations et relations	25-30%	Traduction	40-50%	Personnel	20-30%
Espace et formes	25-30%	Solution	40-50%	Professionnel	20-30%
Quantité	20-25%	Modélisation	10-20%	Sociétal	20-30%
Incertitude	20-25%			Scientifique	20-30%

À noter que les items intra-math (dépendant entièrement d’un contexte mathématique) seront plutôt répartis dans les contextes personnels et scientifiques.

Avant d’aborder les performances des élèves français, il faut rappeler la qualité scientifique avec laquelle sont traitées à la fois les réponses aux items et la performance des élèves. Ainsi les items sont classés sur la même échelle de difficultés que le sont les performances des élèves. Ce qui permet d’une part de connaître la « difficulté » d’un item mais également d’autre part le « niveau de réussite d’un élève ». Des traitements statistiques et probabilistes, qui pourraient faire l’objet d’un autre article, sont effectués. Ils permettent de dégager des niveaux théoriques.

Les six niveaux théoriques (tranches quasi d’égale amplitude de répartition) sont placés dans le tableau ci-dessous. C’est le type d’items majoritairement réussis à chaque niveau qui permet d’indiquer les compétences des élèves placés à un niveau donné ; sachant que naturellement l’élève à un niveau donné réussit les items des niveaux inférieurs.

Le tableau suivant donne les résultats de 2009 et ce que les élèves peuvent réussir à chaque niveau : on peut alors comparer les pourcentages d’élèves à chacun des niveaux en France et par rapport à la moyenne des pays de l’OCDE.

NIVEAU		DESCRIPTION DES NIVEAUX 2009
6	FRANCE 3,5%	Conçoivent une stratégie , un raisonnement à plusieurs étapes pour établir des liens entre cadres géométrique et algébrique en mobilisant des connaissances sur les grandeurs ; Produisent une formule algébrique à partir de données textuelles ; Mettent en lien des informations issues de plusieurs graphiques pour en interpréter l’évolution en termes de pourcentage .
	OCDE 3%	
5	FRANCE 10,5%	Elaborent et appliquent une stratégie de calcul mobilisant des connaissances sur les grandeurs ; Extraient une information d’un graphique pour lui appliquer un traitement numérique complexe . Appliquent un algorithme de calcul complexe mobilisant des connaissances mathématiques (divisibilité...) ; Interprètent les résultats d’une expérience probabiliste non familière en mobilisant des connaissances sur l’ approche fréquentiste, moyenne ...
	OCDE 9,5%	

4	FRANCE 20% OCDE 19%	<p>Ils analysent un modèle mathématique à partir de données textuelles afin d'adapter une formule algébrique complexe.</p> <p>Interprètent différentes vues d'un objet afin d'en établir la structure globale en unité de volume.</p> <p>Passent d'un cadre géométrique (espace) à un cadre graphique (fonctions).</p> <p>Reproduisent un graphique complexe avec une échelle différente.</p> <p>Reconnaissent si une affirmation mathématique complexe est vraie :</p> <ul style="list-style-type: none"> • en procédant par tâtonnement et en tenant compte des contraintes imposées, • ou en s'appuyant sur des connaissances mathématiques (probabilités...); <p>Analysent et appliquent un modèle de proportionnalité simple ;</p> <p>Effectuent des calculs de pourcentages comptant plusieurs étapes.</p> <p>Appliquent un algorithme numérique complexe.</p>
3	FRANCE 24% OCDE 24,5%	<p>Les élèves comprennent des énoncés mêlant un texte assez long et une représentation de type graphique ou tableau.</p> <p>Ils mettent en place des raisonnements à plusieurs étapes.</p> <p>Etablissent des liens entre cadres graphique et arithmétique (somme ou différence).</p> <p>Appliquent un algorithme de calcul dans une situation inhabituelle.</p> <p>Elaborent des stratégies pour ordonner des longueurs dans une situation complexe.</p>
2	FRANCE 20% OCDE 22%	<p>Les élèves savent utiliser un schéma d'un objet à 2 ou 3 dimensions et savent organiser les positions relatives des éléments qui composent ce schéma.</p> <p>Ils savent extraire l'information pertinente d'un texte et mobilisent des connaissances mathématiques élémentaires (addition de nombres entiers, comparaison de nombres décimaux ..</p>
1	FRANCE 13% OCDE 14%	<p>Les élèves peuvent mobiliser, dans un contexte familier, des connaissances intuitives basées sur l'expérience non liées à des connaissances mathématiques (probabilités).</p>
<1	FRANCE 9,5% OCDE 8%	<p>Les élèves sont capables de prendre directement une information dans un tableau, puis de comparer des entiers naturels de l'ordre de la centaine, dans un contexte qui leur est familier.</p>

2. Les performances des élèves français

Le panel des élèves correspond à la répartition d'une génération de 15 ans en France métropolitaine.

Comme le présente le tableau dessous :

Différents niveaux	Pourcentage
Quatrième <i>(élèves ayant 2 années de retard)</i>	5,2 %
Troisième (SEGPA, techno, insertion) <i>(élèves ayant 1 année de retard)</i>	7,7 %
Troisième générale <i>(élèves ayant 1 année de retard)</i>	26,8 %
Seconde professionnelle <i>(élèves à l'heure)</i>	7,4 %
Seconde générale et technologique <i>(élèves à l'heure)</i>	49,6 %
Première <i>(élèves en avance d'une année)</i>	2,2 %
Autres niveaux	1,1 %

On considère ici des élèves ayant le même âge, ce qui signifie que les élèves de 15 ans qui sont en troisième ont une « année de retard » par rapport aux élèves de quinze ans qui sont en seconde qui eux sont « à l'heure ».

On constate que près de 40% des élèves ont au moins un an de retard dans leur scolarité.

On comprend dès lors que l'on obtienne des performances assez moyennes avec des élèves coupés en deux groupes avec des « retards » qui augmentent et des « écarts » qui se creusent.

Les scores des élèves français sont relativement peu dispersés, mais des écarts de score très significatifs sont observés entre élèves de troisième et ceux de seconde dans tous les domaines.

Une étude comparative (menée en 2003 en France uniquement) a montré par contre que les élèves de 14 ans en troisième ont un score à peu près identique à celui de leurs aînés de 15 ans en seconde.

Sur le graphique ci-contre, en 2003 le score moyen de la France de 511 est à mettre en regard de l'intervalle des scores moyens qui s'étend de 356 à 550 sur l'ensemble des élèves de l'OCDE. Ce score n'est donc pas à assimiler à 511 sur 1000 !

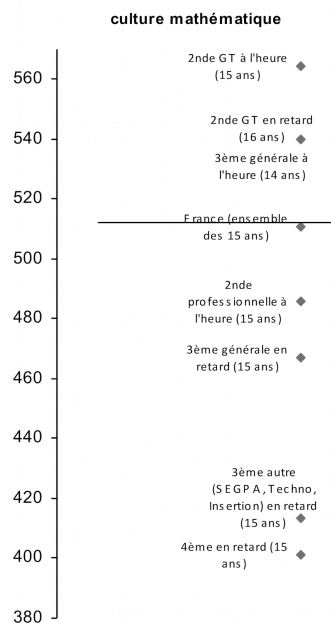
La répartition par niveaux de compétences s'est aggravée en 2006 et 2009. Cela se trouve corroboré par l'évaluation CEDRE⁽²⁾ effectuée par la DEPP⁽³⁾.

Cependant, une étude plus précise item par item a permis en 2003 de faire ressortir également les points forts et les points faibles suivants de nos élèves français, comme le montre le tableau suivant :

Points forts des élèves français	Points faibles des élèves français
Domaine : variations et relations (score moyen 520)	Domaine : incertitude (score moyen 506)
Compétences acquises : <ul style="list-style-type: none"> • Appliquer une formule ; • Reconnaître et utiliser la proportionnalité dans une situation ; 	Compétences manquantes: <ul style="list-style-type: none"> • Généraliser un résultat et trouver une formule algébrique qui décrit une situation ;

(2) CEDRE (cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillon) : est une évaluation bilan, créée par la DEPP, en fin de scolarité obligatoire en France sur échantillon d'élèves. Elle s'intéresse à ce que les élèves ont assimilé tant sur un plan de connaissances que de compétences relativement aux programmes qui définissent le cadre des enseignements qu'ils ont reçus, ainsi qu'aux différentes modalités de conceptualisation chez l'élève telles qu'elles sont décrites dans les travaux de la recherche. En 2008, elle portait sur les mathématiques ; une note d'information DEPP est parue en 2010 sur le sujet (note 10_18 : http://media.education.gouv.fr/file/2010/23/9/NIMEN1018_158239.pdf).

(3) DEPP : direction du Ministère de l'Éducation nationale : Direction de l'évaluation, de la prospective et de la programmation. Cette direction exerce une fonction de suivi statistique, d'expertise et d'assistance pour le ministère. Elle garantit la qualité de la production statistique.



- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Lire et extraire des informations de graphiques complexes ;
Dégager des informations dans différents contextes : textes, graphiques, tableaux de données (cette compétence très utile est aussi travaillée dans d'autres disciplines d'enseignement). | <ul style="list-style-type: none"> • Prendre des initiatives ; • Utiliser une méthode par « essais-erreurs ». |
|---|---|

Au delà de ces résultats très globaux, il est intéressant d'aller étudier les items de plus près. Une étude a déjà été proposée dans un article du bulletin vert⁽⁴⁾. En effet, les exercices de PISA semblent privilégier certainement davantage les élèves qui ont acquis des compétences sur des situations mathématiques variées, liées plus ou moins à la vie courante, par rapport à ceux qui ont l'habitude de résoudre des exercices scolaires faisant appel aux concepts et à des démonstrations hypothético-déductives du cours de mathématiques.

Par ailleurs, les exercices de PISA 2003 avec QCM ou tests « vrai-faux » n'étaient pas bien réussis par les élèves français : une des raisons possibles est sans doute leur faible utilisation en évaluation. Il en est de même, pour les exercices où interviennent des méthodes de dénombrement ou des études de situations aléatoires qui ne figuraient pas dans les programmes français du collège⁽⁵⁾.

D'autre part, les exercices qui demandent des interprétations, des analyses critiques de documents, des réponses multiples, des formulations de conjectures, des essais, des initiatives, présentent un taux de non réponses très élevé. Ce qui montre que ces exercices désorientent nos élèves qui ont surtout peur de « faire faux » et donc préfèrent ne pas répondre⁽⁶⁾. On a remarqué que la question de la motivation des élèves à passer un test non noté a pu aussi expliquer un moindre investissement⁽⁷⁾.

Avant de dresser toutes conclusions ou de lancer toutes hypothèses, il est bon de souligner dans un premier temps l'importance du facteur temps dans cette évaluation. Les élèves avaient en effet à répondre à une soixantaine de questions en deux heures, avec dans certains cas, les trois domaines évalués dans le même cahier. Nos élèves ne sont pas habitués à cette juxtaposition au sein d'une même évaluation et elle nécessite des changements de posture de la part de l'élève. La densité des questions,

(4) « Ce que l'évaluation PISA 2003 peut nous apprendre », avec Claire Dupé, dans le « Bulletin Vert » de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP), numéro 460 (septembre 2005), p 626-644.

(5) On peut noter cependant que dans certaines revues professionnelles et à la suite d'expériences IREM, il était préconisé d'introduire des exercices de cette nature au collège. Désormais, une initiation aux probabilités est enseignée en classe de Troisième du Collège.

(6) Cela a été constaté à deux niveaux, d'une part, le taux de non réponse élevé sur ce type de question et d'autre part l'examen de cahiers d'élèves a révélé que des élèves ayant entamé une recherche au crayon puis s'étaient ravisés en effaçant leur travail. Pourtant la trace révélait un bon début qui n'a pas pu être valorisé par le correcteur.

(7) Cela s'est vu par la rapide démobilisation (au bout d'une demi-heure sur les deux heures prévues) de certains élèves devant le travail demandé « non rémunéré » par une note.

dont certaines demandaient des justifications pointues, peut aussi expliquer que certaines questions n'aient pas été traitées.

Mais ces arguments n'expliquent pas à eux seuls certains taux de non réponse ou de réponses erronées élevés : comme on l'a déjà dit la motivation a joué.

En guise de conclusion : changer l'organisation du temps pédagogique

Il est nécessaire de souligner que la majorité des situations valorisent les recherches et les prises d'initiative. Est-ce réellement le cas dans notre enseignement ? Or, ne retrouve-t-on pas cela dans les compétences du socle commun des connaissances et de compétences. N'est-ce pas ce que l'on voudrait pour chaque citoyen ?

Il faut aussi reconnaître que, « coincé » par le temps, le professeur se contraint souvent à limiter le temps de recherche pour pouvoir tenir les objectifs qu'il s'est fixé. L'obligation de « boucler » le Programme, peut inciter même certains enseignants à ne jamais proposer ce genre de situation.

Pourtant les élèves français de 15 ans montrent, si on les sollicite, qu'ils disposent de procédures leur permettant de résoudre des problèmes pour lesquels ils n'ont pas de solution experte mathématique. Il semble donc nécessaire de proposer des situations variées, ouvertes qui ne contribuent pas à un formatage du questionnement et des raisonnements.

Donner du temps à la recherche de problèmes, c'est donner du sens aux mathématiques, c'est développer des compétences, c'est exercer les compétences et c'est également créer une culture des différentes situations. Cette culture nécessite un investissement collectif (de la classe et du professeur) qui prend en compte tous les élèves, qui aide à comprendre le problème, à en montrer les analogies ou les différences avec les précédents problèmes résolus. Cette culture donne de « l'expérience » aux élèves. Elle privilégie l'imagination, développe de la créativité et des méthodes de résolution : simplification, modélisation, essai-erreur, approximation, etc. Elle introduit ou accompagne de nouveaux savoirs. Elle valide des techniques. Cela nécessite un certain regard posé sur l'élève, une certaine attitude du professeur qui encourage, aide, stimule, relativise l'erreur et contraint chaque élève à toujours se dépasser puis ensuite le confronte aux autres et l'aide à partager « son expérience ».

Les évaluations PISA nous apprennent aussi qu'au fil des années (malheureusement !) les écarts se creusent en France entre nos élèves des niveaux de performances 5 et 6 et ceux des élèves des niveaux de performance inférieurs ou égaux à deux. Cela doit nous faire réfléchir à la performance (on pourrait dire efficacité) de notre enseignement obligatoire en particulier en mathématiques. Rappelons que le Haut Conseil de l'Éducation en a fait un argument pour développer le socle commun de connaissances et de compétences.