

Fractions, décimaux et TNI dans une classe de CM2

Carole Jolly^(*), Stéphane Guihard^(**)
& Raymond Torrent^(***)

« J'aime les choses qui bougent, les choses flexibles que je peux transformer à ma façon. »

René THOM [1]

« Tenter de faire rêver avec le calcul constitue donc sans doute un défi... »

Gilles DOWEK [2]

Ce n'est peut-être pas directement à rêver que nous avons invité les élèves de la classe de CM2 de l'École du Moulin Rouge de La Roche sur Yon mais certainement à développer leur imagination, à s'appuyer sur leur intuition, à oser des mises en relation entre des écritures numériques à propos de nombres encore mystérieux à leurs yeux : les fractions et les décimaux.

À la fin du cycle 3, les acquis concernant les fractions et les décimaux sont récents et donc fragiles. Les résultats des évaluations nationales en CM2 le montrent de façon explicite. Au début de la séquence d'enseignement évoquée ici, les élèves de la classe rencontraient eux aussi des difficultés dans la compréhension et l'utilisation de ces « nouveaux nombres » abordés pourtant en classe de CM1.

Les premières séances mises en place, inspirées du manuel Ermel : « Apprentissages numériques et résolution de problèmes » [3] visaient à redonner du sens aux écritures fractionnaires et à rencontrer des fractions simples, celles qui expriment une action de partage (ici le pliage d'une bande de papier de longueur 1, en deux parties superposables, en trois, en quatre). Ces premières séances n'ont pas posé de réels problèmes. La notion de « fraction partage » de l'unité était bien perçue par les élèves. L'appui de la manipulation a permis de mettre à jour les premières égalités du

type : $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$. Au cours de cette phase, seules des fractions inférieures à l'unité ont été abordées.

Par la suite, la progression a fait intervenir la droite numérique graduée et le fait que les entiers ne suffisent pas pour repérer tous les points de cette droite. Cette étape s'est avérée problématique. Certains élèves ne parvenaient pas à concevoir qu'une fraction puisse être supérieure à un, ce qui est conforme au sens commun du terme même de fraction qui indique une partie obtenue à partir d'un tout.

(*) Professeure des écoles, maître formatrice, École d'application du Moulin Rouge à La Roche sur Yon.

(**) Professeur des écoles, formateur au site IUFM de La Roche-sur-Yon.

(***) Professeur Agrégé de mathématiques retraité, IUFM des Pays de la Loire.
raymond.torrent@orange.fr

En revanche, la mise en relation des fractions décimales avec les écritures à virgule s'est effectuée assez facilement, même si plusieurs élèves avaient du mal à percevoir certaines équivalences, toujours dans le cas de fractions supérieures à l'unité (par exemple : comprendre que « dans $\frac{12}{10}$, il y a $\frac{10}{10}$ donc une unité »).

L'établissement d'équivalences entre des écritures fractionnaires de décimaux dont le dénominateur n'était pas une puissance de 10 et les écritures à virgule a été un réel problème pour une grande majorité. Par exemple, la plupart des élèves ont vite intégré le fait que $\frac{5}{10} = 0,5$, mais il n'était pas du tout évident pour eux que 0,5 c'était

aussi $\frac{1}{2}$. L'équivalence entre les différentes écritures de ces « nouveaux nombres » constituait un réel obstacle. Le renvoi à des images mentales (contexte de partage de longueurs, de graduations, travaillés précédemment) n'était pas opérationnel.

Ces obstacles sont bien connus :

- Les fractions sont bien souvent perçues comme l'expression de partages de l'unité (fractions inférieures à 1) d'où la difficulté d'envisager les fractions qui sont supérieures à 1. Elles ne sont pas considérées comme des nombres.
- Les décimaux appelés « nombres à virgule » sont bien souvent perçus comme des couples de deux entiers avec toutes les conséquences de cette conception sur la comparaison des décimaux et sur les calculs faisant intervenir des décimaux (par exemple : $5,3 < 5,14$, $3,8 + 2,3 = 5,11$ et $1,2 \times 1,2 = 1,4$).
- Une vision cloisonnée de ces « nouveaux nombres » : les fractions d'un côté, les décimaux de l'autre sans lien significatif.

Les programmes de CM1 et de CM2 fixent les connaissances à acquérir dans ce domaine. Celles-ci sont conséquentes :

« *Les nombres décimaux et les fractions :*

– *fractions simples et décimales : écriture, encadrement entre deux nombres entiers consécutifs, écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur ;*

– *nombres décimaux : désignations orales et écritures chiffrées, valeur des chiffres en fonction de leur position, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et inversement, comparaison et rangement, repérage sur une droite graduée ; valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près ». (Programmes de la classe de CM-2008)*

Elles sont reprises largement et approfondies dans les programmes de mathématiques en collège.

Le travail réalisé dans cette classe avait pour objectif de conforter les apprentissages des élèves sur ces « nouveaux nombres » dans la perspective de ce qui sera poursuivi au collège.

De nombreuses études en didactique ont fait état des difficultés rencontrées par les élèves et élaboré des pistes d'action pour introduire fractions et décimaux : on peut citer les travaux initiés par Guy BROUSSEAU [4], l'équipe ERMEL / INRP [3], Nicolas ROUCHE [5]. Des manuels scolaires (en particulier : collection « CAP Maths » [6], collection « Euromaths » [7]) reprennent des éléments de ces travaux dans les progressions et les activités proposées.

Nous nous en sommes inspirés fortement pour concevoir et aménager les différentes séances.

Parallèlement nous avons eu également pour objectif d'exploiter au mieux la présence d'un Tableau Numérique Interactif (TNI) dans la classe et de prendre appui sur les possibilités qu'offre cet outil.

Celui-ci est utilisé de façon quotidienne par l'enseignante et ce dans les différentes disciplines. Les élèves sont donc familiarisés à son utilisation et interviennent régulièrement sur le TNI comme ils le feraient sur un tableau ordinaire.

Notre démarche s'est donc appuyée sur le croisement de deux préoccupations : l'une mathématique (sur l'appropriation des fractions et des décimaux en fin de cycle 3), l'autre pédagogique sur l'impact de l'utilisation de moyens informatiques (et tout particulièrement du TNI) dans les apprentissages mathématiques à l'école primaire. La réflexion sur le « plus » que peuvent apporter les outils informatiques dans la compréhension des concepts mathématiques et dans l'appropriation des automatismes dans le domaine du calcul numérique, bien que souvent identifiée ou évoquée ne se traduit pas encore de façon significative au niveau des pratiques enseignantes [7], même en classes d'application, faute d'expérimentation suivie et d'analyse didactique approfondie.

I. Nos choix didactiques:

- Nous avons privilégié une approche où les fractions sont considérées comme des nombres permettant d'exprimer des mesures de longueurs de segments lorsque celles-ci sont non entières ou permettant de repérer des points d'une droite graduée (lorsque ceux-ci ne peuvent pas l'être par des nombres entiers). Cette approche permet de ne pas se limiter aux fractions inférieures à 1 mais de rencontrer, dans une même situation des fractions supérieures ou inférieures à l'unité. La progression suivie aborde successivement les écritures fractionnaires, les fractions décimales, puis les décimaux.
- Nous avons insisté dans toutes les activités réalisées sur les différentes écritures possibles d'un même nombre et sur le passage d'une écriture à l'autre en fonction du contexte ou de la préoccupation du moment :
 - o écritures fractionnaires différentes d'un même nombre,

- o dans le cas de fractions décimales, écritures décimales associées (nous n'avons pas abordé le fait que certaines fractions n'avaient pas d'écritures « à virgule »),
- o décompositions d'écritures fractionnaires supérieures à l'unité sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

La plupart des activités proposées consistent à passer d'une écriture à une autre, à interpréter des écritures se présentant sous des formes différentes, à choisir une écriture plutôt qu'une autre en fonction de la situation, à débusquer le nombre qui se cache derrière des écritures différentes, ... Ce n'est pas seulement une habilité que nous avons souhaité développer chez les élèves mais la possibilité d'articuler ces transformations d'écritures avec une compréhension de leur signification.

- Nous avons utilisé le TNI pour :
 - o Offrir aux élèves la possibilité de manipuler de façon dynamique et rapide des découpages de segments, des graduations de droites ou des découpages de rectangles « unités » permettant d'illustrer les écritures fractionnaires en question.
 - o Organiser un support de référence collectif dynamique lors des synthèses et des débats à la suite des travaux individuels ou des binômes et pour présenter et institutionnaliser les résultats obtenus.
 - o Permettre des « retours en arrière » au cours des séances et remettre en mémoire des démarches antérieures ou des résultats déjà actés.
 - o Structurer les résultats et les savoirs établis dans la classe sous forme d'un aide-mémoire à tout moment disponible.

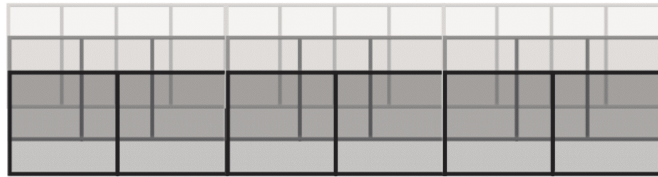
La classe de CM2 est équipée d'un TNI de marque « SmartBoard » fonctionnant avec le logiciel propriétaire « Notebook ». Ce TNI a la particularité d'être « tactile », les objets (images : « étiquettes de nombres », rectangles, portions de droites graduées) se déplacent en agissant directement sur le tableau avec les doigts, sans dispositif de pointage. Des crayons permettent d'écrire, d'annoter.

De nombreuses fonctions sont disponibles sur ce logiciel. Seules quelques-unes ont été exploitées dans le cadre de ce travail :

- o possibilité de « cloner à l'infini » un objet quelconque : cela a permis aux élèves de déplacer et de juxtaposer des rectangles pour reconstituer un nombre donné, de proposer plusieurs solutions de décompositions additives :

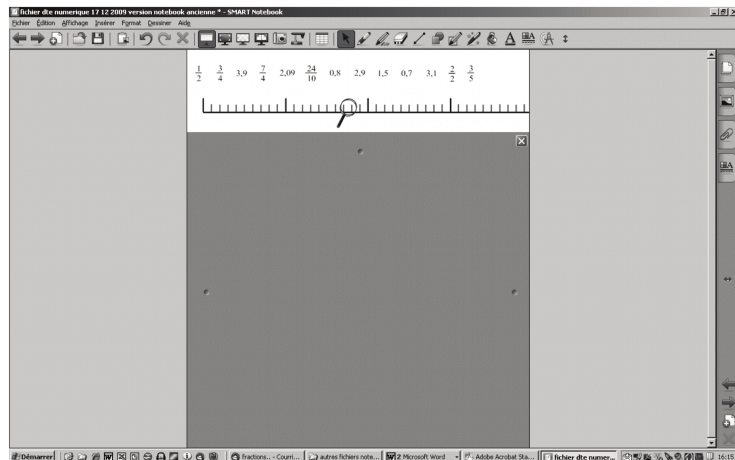
$$\frac{5}{2} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2}.$$

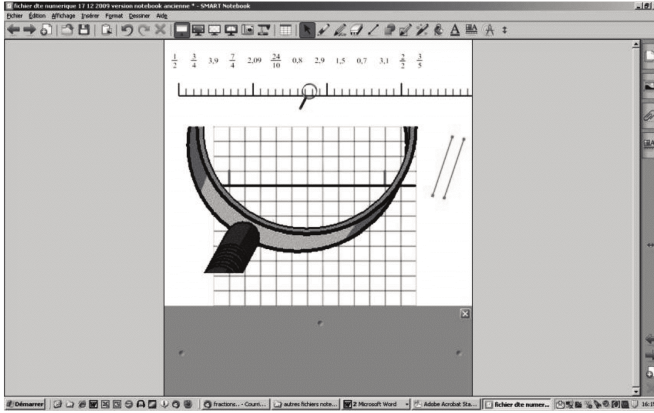
- o la transparence des rectangles permet aussi de superposer différentes représentations d'un même nombre pour ensuite trouver la plus appropriée en fonction du contexte :



(un rectangle « unité » est partagé en deux, en trois, en quatre : ici les rectangles en premier plan représentent $\frac{1}{2}$, les rectangles en second plan $\frac{1}{3}$ et les rectangles en dernier plan $\frac{1}{4}$).

- o Possibilité de passer d'un mode de représentation à un autre très rapidement, de comparer ces modes de représentations .
- o D'une séance à l'autre les productions réalisées au TNI peuvent être rappelées, comparées. Les élèves mémorisent rapidement différentes représentations d'un même nombre auxquelles il est possible de faire appel à tout moment. Certaines de ces productions sont devenues des documents de référence.
- o Des copies d'écran sont possibles à tout moment ; elles peuvent être copiées/collées autant de fois que nécessaire pour illustrer un propos, étayer, revenir en arrière....
- o Il est possible de cacher/de montrer des parties du tableau au fur et à mesure du déroulement de la séance, de créer « un horizon d'attente » pour demander aux élèves d'anticiper sur « ce qui peut bien se cacher sous le masque ». Exemple : effet loupe sur un dixième pour voir les « centièmes »:





II. Les étapes suivies :

Étape n° 1 : Les deux premières séances ont consisté en des travaux classiques à ce niveau de la progression :

- passage des écritures fractionnaires décimales aux écritures décimales, traductions en écritures chiffrées des expressions orales usuelles pour désigner des décimaux (utilisation des termes : chiffres des unités, des dixièmes, des centièmes, ...),
- rangement et comparaison de nombres décimaux.

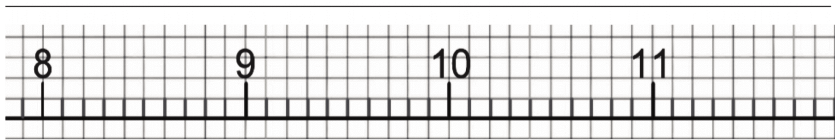
Pour ces exercices d'entraînement qui ont alterné phase de travail individuel et phase collective, le TNI a été utilisé largement pour visualiser la position sur la droite graduée des nombres décimaux rencontrés.

Voici à titre d'exemple deux exercices travaillés :

Exercice 1

Classe les nombres suivants dans l'ordre croissant. Aide-toi de la droite numérique si besoin.

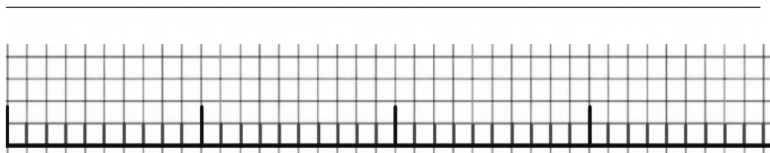
$$\frac{914}{100}; 10,07; \frac{84}{10}; 10,7; 7,9; 9,15; 8,3.$$



Exercice 2

Classe les nombres suivants dans l'ordre croissant. Aide-toi de la droite numérique si besoin.

$$\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; 3,9; \frac{7}{4}; 2,09; \frac{24}{10}; 0,8; 2,9; 1,5; 0,7; 3,1; \frac{2}{2}; \frac{3}{5}.$$



Dans ce deuxième exercice, l'introduction de fractions décimales non écrites sous la forme : « $\frac{a}{10^n}$ » était destinée à renforcer ce travail sur les équivalences entre des écritures différentes d'un même nombre dans des cas peu triviaux.

L'observation de la séance menée a montré que le premier exercice n'a pas posé de problème pour la plupart des élèves : à cette époque de l'année, ils savent passer d'une fraction décimale à une écriture à virgule et ordonner des décimaux « simples ». Les droites numériques données pour aide éventuelle n'ont été que très peu utilisées sauf par certains pour valider leur travail. Les élèves utilisent massivement les règles de comparaison établies en classe. Quelques-uns d'entre eux (cinq élèves) rencontrent des difficultés : on perçoit aisément que les écritures fractionnaires et à virgule ne font pas encore sens pour eux.

En revanche, le second exercice a posé problème à la plupart des élèves. Comme prévu, les écritures choisies ($\frac{3}{4}, \frac{6}{4}$ et $\frac{3}{5}$), moins immédiates dans leur interprétation, ont rebuté de nombreux élèves. Ils ont tenté de les placer sur la droite graduée sans succès en raison de la graduation en « dixièmes » de la droite. L'aide envisagée par le biais de la droite graduée s'est avérée inefficace. Plusieurs élèves ont cherché l'écriture à virgule correspondant à ces fractions et on a vu apparaître les écritures : 3,4 ; 6,4 et 3,5. Six d'entre eux (des élèves très à l'aise en calcul et en calcul mental) ont cependant réussi totalement l'exercice, certains mettant déjà en œuvre des

transformations d'écritures fondées sur des procédures de calcul (« $\frac{3}{5}$ c'est égal à

$\frac{6}{10}$ » car « on multiplie par 2 le numérateur et le dénominateur ») bien que de telles règles n'aient pas été abordées en classe. L'activité proposée était donc trop complexe à ce stade de l'apprentissage même en CM2 pour une majorité d'élèves de la classe : une trop grande virtuosité sur les passages d'une écriture à une autre était demandée alors que la fréquentation de telles écritures restait encore limitée. La nature de cet exercice restait très formelle : un travail de comparaison s'appuyant non plus sur du calcul, mais sur le sens (l'un des nombres est supérieur à 1, les deux

autres ont même numérateur, le plus petit est donc celui dont le dénominateur est le plus grand) aurait pu être plus efficace. De plus l'apport du TNI était restreint puisqu'ici il ne servait qu'à faciliter la synthèse collective après la phase de travail individuel.

Nous avons alors recentré l'entraînement sur les compétences visées dans les programmes (« Savoir passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement, écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, savoir placer sur une droite graduée, comparer et ranger des nombres décimaux, savoir produire des décompositions liées à une écriture à virgule mais dans le cas de nombres simples »).

Pendant deux mois, des temps d'entraînement réguliers ont eu lieu afin de renforcer la compréhension des fractions, de familiariser peu à peu les élèves à de nouvelles écritures fractionnaires et à l'établissement d'équivalences entre des écritures fractionnaires décimales et les nombres à virgule. Au fur et à mesure de l'évolution de cet entraînement, un support de référence, permettant une mise en relation aisée des fractions et des écritures à virgule rencontrées, a été élaboré et implanté dans le TNI, ce support devenant ainsi un « aide-mémoire » disponible à tout moment.

À la suite de cette période les progrès des élèves étant visibles (surtout chez ceux qui avaient rencontré le plus de difficultés), nous avons décidé de consacrer la séance suivante à la décomposition d'une fraction supérieure à l'unité sous la forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1. Il s'agissait également d'amener les élèves à rencontrer d'autres représentations des fractions par exemple en introduisant des rectangles « unités » partagés :



pour représenter des tiers...



pour représenter des dixièmes..

Étape n° 2 : *Décomposition d'une fraction supérieure à l'unité sous la forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 et utilisation de ce type de transformation d'écriture.*

La première activité proposée est une situation de recherche : « **Qui est qui ?** ». Il nous a semblé à la fois arbitraire et difficile de demander directement aux élèves de transformer des fractions données supérieures à l'unité en des sommes d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1. Nous avons préféré leur faire rencontrer de façon simultanée ces deux types d'écritures et de les inciter à mettre en relation les écritures désignant le même nombre.

L'exercice proposé est le suivant : Des fractions sont données (sous la forme d'étiquettes disposées en vrac) : fractions simples, déjà rencontrées dans des exercices précédents. Des écritures du type $n + \frac{a}{b}$ (avec $\frac{a}{b}$ inférieur à 1) sont

données également (étiquettes également en vrac, mélangées aux premières). Il s'agit de retrouver les étiquettes qui représentent le même nombre. Parmi ces dernières se trouvent aussi des étiquettes de nombres entiers (cas particuliers). Les élèves sont censés s'approprier les deux types d'écritures dans un aller-retour permanent pour voir si « c'est pareil ». La situation est présentée au TNI : étiquettes de nombres (fractions ou décompositions additives du type : $n + \frac{a}{b}$ (avec $\frac{a}{b}$ inférieur à 1) qui peuvent être déplacées par simple glissement et une aide est proposée sous la forme de rectangles « unités » partagés pouvant servir à représenter les nombres rencontrés. Cette représentation est commentée avec les élèves avant la recherche mais sans insister pour ne pas influencer les procédures de résolution (cf. Annexe 1).

Le travail est d'abord individuel, puis une synthèse est organisée. Des élèves sont invités à effectuer au TNI les associations d'écritures qui leur semblent correctes en regroupant par glissement les étiquettes qui représentent le même nombre. Le débat s'engage sur la justification des associations d'écritures proposées. La validation s'appuie alors sur l'utilisation des rectangles « unités » partagés en demis, tiers, sixièmes ou dixièmes qui permettent de représenter les nombres qui interviennent ici. Par exemple, on visualise très facilement à l'aide de rectangles « unités » partagés en tiers les nombres $2 + \frac{2}{3}$ et $\frac{a}{3}$ et on constate que les deux représentations sont les mêmes (cf. Annexe 2).

La possibilité de représenter facilement à l'aide du TNI (par simples déplacements) les nombres rencontrés à l'aide de rectangles « unités » et de rectangles « unités » partagés rend cette validation plus aisée et plus rapide. La synthèse porte sur l'interprétation que l'on peut donner à la décomposition « entier » plus « fraction inférieure à un » : on insiste sur le fait que cette écriture sous forme d'une somme nous renseigne directement sur le nombre d'« unités » contenues dans une fraction donnée et donc sur sa « taille ». Le lien avec la division pour trouver d'une autre façon « la partie entière » aurait pu être mis en évidence mais cela n'a pas été fait. C'est une autre possibilité pour conduire à cette décomposition.

La réussite des élèves nous amène à envisager la séance suivante autour du thème : « *extraire le plus grand entier contenu dans une fraction et utiliser cette décomposition pour ordonner des fractions* ».

Après un rappel des équivalences d'écritures rencontrées lors de la séance précédente, la seconde activité consiste à « extraire le plus grand entier contenu dans une fraction ».

Quatre fractions sont données : $\frac{12}{4}$, $\frac{10}{4}$, $\frac{11}{3}$ et $\frac{58}{10}$. La consigne est la suivante : « *Sur votre feuille, vous allez écrire pour chaque fraction une écriture comme celle de l'exemple : le plus grand nombre entier contenu dans la fraction (son nombre d'unités) plus le reste s'il y en a un (une fraction plus petite que 1)* ».

La dernière écriture proposée, $\frac{58}{10}$, permet de revenir à l'écriture décimale 5,8.

Pour cet exercice, le TNI n'a été utilisé que pour faciliter la mise en commun et la synthèse.

La troisième activité de cette étape consiste à utiliser cette décomposition en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 pour comparer des fractions entre elles. Trois séries de trois nombres « proches » sont données. Il s'agit pour chaque série de ranger les nombres par ordre croissant, en argumentant son choix.

Première série : $\frac{15}{3}$, $\frac{15}{5}$ et 4.

Deuxième série : $\frac{11}{2}$, 5 et $\frac{9}{2}$.

Troisième série : $\frac{7}{3}$, 2 et $\frac{9}{3}$. (cf. Annexe 3)

Grâce au TNI on revient sur les exemples traités précédemment et sur l'idée que les décompositions du type somme « d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 » donnent une idée de l'ordre de grandeur et peuvent faciliter ces rangements.

Un support informatique est proposé pour cet exercice pour aider deux élèves lors de la recherche individuelle. Le fichier construit à cette intention (cf. Annexe 4) permet à l'aide du TNI de mettre en relation les deux représentations des fractions utilisées jusqu'ici (points repérés d'une droite numérique et rectangles « unités » partagés), par glissement et positionnement des rectangles sur la droite numérique elle-même. Ce support s'est avéré efficace. Lors de la synthèse collective, le TNI a apporté encore une fois « une plus-value » non négligeable. Les rectangles et leurs partages en venant se superposer à la droite numérique ont permis de mettre en relation facilement les différentes écritures d'une même fraction.

Des exercices d'application portant sur cette double préoccupation (« extraire le plus grand entier contenu dans une fraction et utiliser cette décomposition pour ranger des fractions ») sont proposés aux élèves. La réussite est massive.

La quatrième activité de cette étape consiste à utiliser les acquis précédents pour encadrer une fraction entre deux nombres entiers successifs, situer précisément une fraction sur une droite numérique et donner une valeur approchée d'une fraction :

Après un rappel (utilisant le TNI) sur la fraction $\frac{8}{3}$ qui peut s'écrire : $2 + \frac{2}{3}$ et qui

donc est comprise entre les entiers 2 et 3 permettant d'écrire $2 < \frac{8}{3} < 3$, un exercice de calcul rapide est proposé aux élèves: il s'agit d'encadrer chacune des fractions

suivantes : $\frac{13}{4}$, $\frac{19}{5}$, $\frac{458}{100}$, $\frac{26}{3}$ et $\frac{3}{4}$ entre deux nombres entiers qui « se suivent ».

L'exercice se déroule selon un dispositif souvent utilisé à l'école primaire : chaque fraction est donnée oralement par l'enseignant, les élèves écrivent l'encadrement trouvé sur leur ardoise puis lèvent ensemble leur ardoise, ce qui permet une vérification rapide des encadrements trouvés. Une mise en commun est organisée pour chacun des exemples et les procédures proposées par les élèves sont échangées et validées. Encore une fois il est fait appel aux représentations disponibles au TNI (droite graduée, rectangles partagés, ...). Les démarches des élèves sont variées : parfois directes (la donnée de la fraction renseigne sur son ordre de grandeur) ou ont recours aux représentations déjà utilisées dans les exercices antérieurs.

Le deuxième exercice est individuel : il s'agit de placer des fractions sur une droite graduée. Une différenciation en trois niveaux est proposée :

- o les élèves pour qui les compétences sont encore très fragiles n'ont que quatre fractions à placer : $\frac{13}{2}$, $\frac{19}{4}$, $\frac{14}{3}$ et $\frac{113}{10}$. Ils ont à leur disposition des rectangles « unités » partagés en demis, en quarts, en tiers et en dixièmes.
- o les élèves qui se sont montrés capables de donner directement les valeurs approchées par défaut des nombres à partir de l'écriture fractionnaire ont six fractions à situer : $\frac{13}{2}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{19}{4}$, $\frac{14}{3}$, $\frac{113}{10}$ et $\frac{32}{12}$ sans support de représentation à leur disposition.
- o les autres élèves ont également ces six fractions à placer, mais ont la possibilité d'utiliser des rectangles « unités » partagés (cf. Annexes 4 et 5).

La mise en commun s'est faite à l'aide du TNI afin de visualiser la position de chacune des fractions en utilisant les rectangles partagés par superposition sur la droite graduée. La fraction proposée en fin d'exercice, $\frac{32}{12}$, au dénominateur non fréquenté jusqu'ici a permis d'aller plus loin dans les transformations d'écriture : pour « voir » des « douzièmes » il faut partager des tiers en quatre ou des quarts en trois...

Un exercice d'application final, effectué sans aucun support visible, et qui demandait aux élèves de produire différentes écritures d'une fraction donnée (encadrement de la fraction, écriture sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à un, sous forme de différence d'un entier et d'une fraction inférieure à un, n'a pas posé de difficultés particulières. Plusieurs élèves (la moitié de la classe environ) se sont même essayés avec succès à donner une valeur approchée des fractions proposées par un nombre à virgule.

Un exercice simplifié avait été donné aux deux élèves en difficulté. Pour le mener à bien ils ont utilisé le référent visuel disponible au TNI.

Une trace écrite des différents apprentissages effectués au cours de la séquence est conservée dans le cahier de références mathématiques des élèves mais surtout tous

les exercices traités sont mémorisés sous forme de fichiers et peuvent à tout moment être repris et « revus » au TNI. Dans ce cas, ce sont les commentaires oraux des élèves eux-mêmes accompagnant cette visualisation qui sont importants. Lors des synthèses ou des retours en arrière l'accès facile et rapide aux contenus grâce au TNI laisse une place importante à l'expression orale des élèves qui commentent, remettent « en mots » ce qui est visualisé et peuvent ainsi expliciter les démarches et les raisonnements.

III. Quel bilan dresser de ce travail ?

Laissons tout d'abord la parole aux élèves...

Lors de la dernière synthèse, il leur a été demandé à quoi cela servait de décomposer une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à un, ou de l'encadrer entre deux entiers consécutifs. Réponse d'un élève : « ça nous aide à savoir à quel nombre la fraction est égale ou à peu près ». Complément immédiatement apporté par une autre élève : « Parce qu'en fait, la fraction c'est un nombre ». Ces réactions attestent qu'une prise de conscience s'est effectuée : les fractions ne sont plus seulement perçues comme l'expression d'un partage, mais bien comme des nombres à part entière, inférieurs ou supérieurs à un.

La prise en compte des équivalences entre les différentes écritures s'est renforcée chez tous les élèves de manière significative. Ils ont ainsi compris et mémorisé, pour

la plupart, un certain nombre d'égalités « utiles » : $\frac{1}{2} = 0,5 = \frac{2}{4} = \frac{5}{10}$, $\frac{1}{4} = 0,25$,

$\frac{1}{5} = 0,2$, etc. (égalités mémorisées aussi sous forme d'un fichier accessible et visualisable au TNI). Ils sont maintenant capables de les utiliser dans d'autres contextes. Par exemple, lors de la résolution d'un problème relevant de la proportionnalité (contexte de recettes de cuisine), les élèves se sont trouvés face à la

nécessité de multiplier $\frac{3}{4}$ par 6. Beaucoup ont immédiatement réécrit de manière

plus « conventionnelle » le résultat trouvé : $\frac{18}{4}$ de litres de lait, c'est 4,5 L, car $\frac{18}{4}$

c'est $4 + \frac{1}{2}$, donc 4,5.

À noter également que les supports de référence sont de moins en moins utilisés par les élèves, ce qui montre qu'ils ont mémorisé et automatisé les différentes procédures permettant d'interpréter différentes écritures fractionnaires et sont capables de mobiliser des images mentales diverses associées aux différentes représentations utilisées.

Les évaluations trimestrielles proposées quelques semaines après la dernière séquence menée, ont montré que les apprentissages concernant les fractions et les décimaux sont solidement ancrés : les compétences développées dans le cadre de ce travail sont totalement acquises pour 76 % des élèves, et en bonne voie d'acquisition

pour 16 % d'entre eux (ceux qui ont encore besoin des supports construits pour raisonner sur les écritures fractionnaires). Seuls deux élèves restent en très grande difficulté... Mais ces enfants sont confrontés à d'autres ennuis qui les empêchent d'entrer pleinement dans les apprentissages scolaires.

L'utilisation des TICE et ici tout particulièrement du TNI a apporté une plus-value indéniable, permettant notamment :

- une motivation et une implication plus grande des élèves : une envie d'agir, de tenter des démarches et de les traduire de façon visible sur le TNI,
- une manipulation aisée et dynamique des différentes écritures et des représentations associées : au moment où les questions se posent, le TNI donne la possibilité d'articuler sur le champ écritures et représentations. Ces représentations pourraient tout aussi bien se faire à l'aide de rectangles en papier partagés, découpés, regroupés puis collés mais alors la manipulation longue et fastidieuse prendrait le pas sur la réflexion,
- une plus grande participation orale des élèves pour présenter, commenter et argumenter les démarches entreprises,
- la mise en place de référents communs, archivés dans les dossiers informatiques de la classe, et auquel il est très facile d'avoir recours en cas d'oubli lorsque les élèves se trouvent confrontés à une écriture fractionnaire qui les déroutent.

La présence du TNI a donc renforcé l'aspect vivant et dynamique de ces séances de mathématiques. L'activité des élèves a été réelle et les échanges menés dans la classe au cours de ces séances laissent à penser qu'elles ont été perçues par les élèves comme un moment privilégié pour imaginer, proposer, anticiper, débattre et argumenter.

Bibliographie

- [1] THOM René : « Paraboles et catastrophes ». Éditions Flammarion, 1980.
- [2] DOWEK Gilles : « Les métamorphoses du calcul ». Éditions Le Pommier, 2007.
- [3] ERMEL : « Apprentissages numériques et résolution de problèmes ».CM2. Éditions Hatier, 1999.
- [4] BROUSSEAU Guy : « Problèmes de didactique des décimaux » . Recherches en didactique des mathématiques, vol 1-1 et vol 1-2. Éditions La Pensée Sauvage, 1980.
- [5] ROUCHE Nicolas : « Le sens de la mesure ». Éditions Didier-Hatier, 1992.
- [6] CHARNAY Roland, COMBIER Georges, DUSSUC Marie-Paule, MADIÉ Dany : « Cap Maths CM2 ». (livret de l'élève et livre du maître). Éditions Hatier, 2008.
- [7] PELTIER Marie-Lise, BRIAND Joël, NGONO Bernadette, VERGNES Danielle : « Euro Maths CM2 ». (livret de l'élève et livre du maître). Éditions Hatier, 2009
- [8] DURPAIRE Jean-Louis: « Enseigner et apprendre les mathématiques avec les TICE : enjeux didactiques et évolutions », article paru dans la brochure « Les TICE au service des élèves du primaire ». MEN 2009.

Référence internet: Le contenu des séances est consultable à l'adresse suivante: [http://tice.apinc.org.\(rubrique : maths/numération\)](http://tice.apinc.org.(rubrique : maths/numération))

Annexe 1

seance maths CM2 n10 - SMART Notebook

Fichier Edition Affichage Insérer Format Dessiner Aide

• Certains nombres se sont "déguisés" ! Retrouve les égalités parmi les différentes étiquettes.

$\frac{11}{2}$ $1 + \frac{1}{3}$ $5 + \frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ 5 $\frac{15}{3}$
 $2 + \frac{2}{3}$ $\frac{37}{10}$ $\frac{18}{6}$ 3 $\frac{8}{3}$ $3 + \frac{7}{10}$


Annexe 2


support droite num et rectangles modif - SMART Notebook

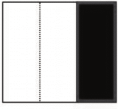
Fichier Edition Affichage Insérer Format Dessiner Aide

$\frac{11}{2}$ $5 + \frac{1}{2}$ $\frac{15}{3}$ 5 $\frac{37}{10}$ $3 + \frac{7}{10}$
 $\frac{18}{6}$ 3 $1 + \frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$

$\frac{8}{3}$ $2 + \frac{2}{3}$


 une unité = $1 = \frac{3}{3}$


 une unité = $1 = \frac{3}{3}$


 $\frac{2}{3}$

Annexe 3

support droite num et rectangles modif - SMART Notebook

Fichier Edition Affichage Insérer Format Dessiner Aide

• Dans chaque série, range les nombres par ordre croissant.

$\frac{15}{3}$; 4 ; $\frac{15}{5}$

$\frac{11}{2}$; 5 ; $\frac{9}{2}$

$\frac{7}{3}$; 2 ; $\frac{9}{3}$

démarrer

2 Musée T... slide vers... avance à mars SMART N... Photofibre FR 13:56 dimanche

Annexe 4

support droite num et rectangles modif - SMART Notebook

Fichier Edition Affichage Insérer Format Dessiner Aide

A horizontal number line with five tick marks is shown. Below it are ten rectangular blocks, each divided into five equal vertical sections. The blocks are arranged in two rows. The top row contains four blocks: the first is dark grey, the second is medium grey, the third is light grey, and the fourth is medium grey. The bottom row contains three blocks: the first is medium grey, the second is light grey, and the third is dark grey.

Annexe 5

