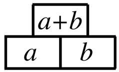
Petites gammes murales pour débutants dans l'algèbre en Quatrième

Bruno Alaplantive(*)

Au moyen de murs additifs 

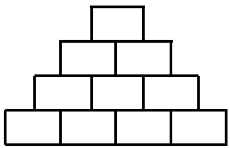
, utilisés plus habituellement pour des calculs numériques, et que l'on pimentera un peu pour les enrichir par la suite, il s'agit d'introduire une ou plusieurs variables qui permettront d'‘expliquer, de justifier les phénomènes observés, de façon non seulement plus courte et économe mais aussi plus définitive. Quoi de plus catégorique que 2 et 2 font 4 ?

On tâche alors de mettre à profit le procédé…

L'article propose également des fichiers exerciseurs pour les élèves, créés avec le tableur d'Open Office muni de l'extension CmathOOoCAS.

• **Deux exemples connus** (abordables dès la 5e)

A



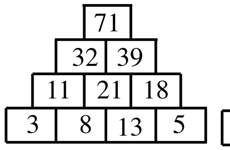
Comment placer sur la ligne inférieure quatre nombres donnés, par exemple 3, 5, 8 et 13 pour obtenir le plus grand nombre possible au sommet ?

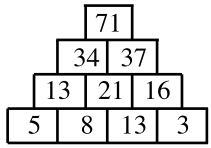
D'éventuelles explications rhétoriques sont possibles pour justifier que : « *il faut placer les plus grands au milieu* ». L'introduction de l'algèbre les complète. On

(*) bruno.alaplantive@free.fr

obtient aisément $\boxed{a+3b+3c+d}$ au sommet à partir des quatre nombres a, b, c et d pris sur la ligne de base. Cette formule confirme naturellement la conjecture.

Et à y regarder de plus près, elle montre également les rôles symétriques de a et d et de b et c ; répondant ainsi au « *moi aussi j'ai trouvé 71, mais autrement* !»

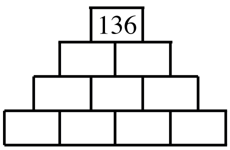




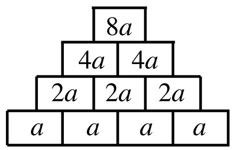
Autre qualité et pas des moindres, les nombres peuvent être changés. Et particulièrement ils peuvent être relatifs !

→ L'introduction des lettres fait mieux que confirmer la conjecture, elle la démontre et ouvre de nouvelles perspectives.

B



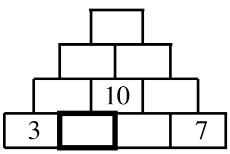
Quel nombre identique faut-il placer dans chacune des quatre cases de la ligne de base ?



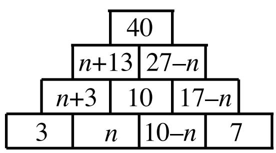
Débutant dans l'algèbre, l'élève n'identifie pas encore la tâche à une équation et d'ailleurs il n'écrira généralement pas $8a = 136$ après avoir obtenu $\boxed{8a}$ au sommet ; mais effectuera la division de 136 par 8[1].

On peut aussi montrer que c'est $a + 3a + 3a + a$, en référence à l'exemple précédent. C'est précisément cette similitude d'approche qui me semble intéressante car mon but n'est pas ici la résolution d'équation mais le travail d'addition, de soustraction et de simplification d'écritures algébriques simples, tel que celui qui suit.

• Un troisième exemple



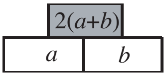
Compléter une première fois en prenant 8 pour la case en gras ; une seconde fois en prenant 18 ou tout autre nombre ; … Qu'en penser ?

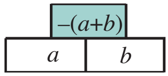


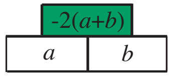
Ayant constaté que le résultat au sommet est indépendant du choix initial, la confirmation sans recours à l'algèbre est ici « quasi » impossible.

• Et ensuite

Ce troisième exemple va être générique de gammes se voulant ni trop fastidieuses ni trop virtuoses ; à concevoir comme celles du calcul mental c'est-à-dire des gammes d'assouplissement. Pour cela il faut spécialiser certaines briques des murs.

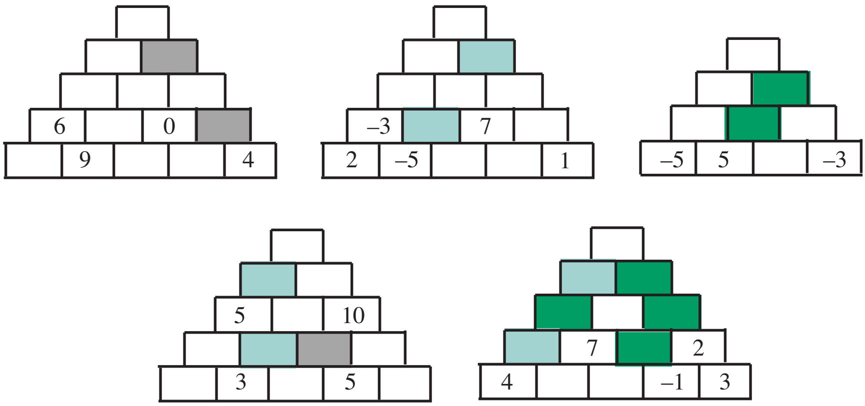
On peut par exemple proposer : 

; 

; 

.

Les pyramides qu'auront à compléter les élèves garderont la propriété d'avoir un sommet indépendant du choix initial[2]. En voici quelques unes :



À l'épreuve de la pratique, les avantages supposés pour les élèves, tels que accroche, intérêt, connaissance du résultat à obtenir, recherche des erreurs quand on ne l'obtient pas, s'avèrent réels. De plus il me semble rencontrer moins fréquemment qu'auparavant l'épouvantable $15n$ en lieu et place de $12n + 3$.
La limite du genre est apparue se situer à des pyramides de 5 étages. Au-delà, la tâche devient trop pesante, les erreurs plus nombreuses.
Je m'en suis tenu à l'utilisation d'entiers relatifs et des basiques $2(a + b)$, $-(a + b)$ et $-2(a + b)$ afin de ne pas trop tirer sur une ficelle qui perdrait peut-être alors de sa rentabilité.

• CmathOOoCAS[3], un plus bien agréable

Conçu et développé par Christophe Devalland, CmathOOoCas est une extension qui permet le travail du calcul formel sur le tableur d'Open Office. Des murs préétablis peuvent ainsi être complétés numériquement ou algébriquement. J'ai créé des fichiers exerciseurs qui peuvent être utilisés en salle informatique ou à la maison. La fonction ALEA ENTRE BORNES, utilisée entre -10 et 10 de façon interne par l'exerciseur, renvoie des nombres fixés différents, a priori …, pour chaque élève. Ils peuvent, à loisir, tester des valeurs numériques ou s'aventurer immédiatement dans le calcul littéral.
Il y a quatre fichiers sur les murs. Un premier qui montre en exemple le fonctionnement, suivi d'un autre pour chaque type de cases colorées.
Un cinquième et dernier fichier propose de compléter cette fois-ci une spirale numérique. Le principe en est sensiblement le même et a pour but de simplifier des

(2) On peut également réinvestir les deux premiers exemples.
(3) Voir sur internet http://cdeval.free.fr/spip.php?rubrique44

expressions algébriques, justifiant ainsi les visibles – et vues – régularités ou patterns qui apparaissent à l'issue du calcul numérique préalable. Il s'agit d'un exercice que j'aborde déjà en Cinquième.
Ces cinq fichiers sont téléchargeables sur le site de l'association www.apmep.asso.fr, rubrique *Publications/Bulletin Vert/Suppléments en ligne*.
J'ai essayé de les faire aussi interactifs que possible, mais n'étant pas un spécialiste de la chose, ils sont assurément améliorables, complétables, … Si vous vous y lancez, n'hésitez pas à me faire connaître vos améliorations, vos interrogations, etc.

Cette activité est le fruit d'une réflexion sur une entrée dans l'algèbre non directement par les équations. Une source d'inspiration toute particulière en est la brochure Enseignons en jouant, (B. Honclaire, N. Lambelin, G. et Y. Noël) de nos collègues belges de la SBPMef que l'APMEP propose sous le numéro 880.
Elle constitue une véritable mine !