

# Multiplions et divisons avec des bâtons :

## les réglettes de Genaille et Lucas

B. Gaston, R. Groult, A. Lefebvre<sup>(\*)</sup>,  
M. Léonard, É. Prieur-Gaston<sup>(\*\*)</sup>

### 1. Introduction

À la fin du 16<sup>e</sup> siècle, le monde est en pleine mutation, les calculs deviennent de plus en plus nombreux et complexes que ce soit dans le domaine de l'administration ou dans celui des sciences en général.

À cette époque, les scientifiques observent le monde qui les entoure et cherchent à le comprendre. En essayant de répondre à ces questions, les mathématiciens sont confrontés à la nécessité d'inventer de nouvelles techniques de calcul et le début du 17<sup>e</sup> siècle voit la naissance des premières réglettes permettant de multiplier ou diviser de grands nombres.

### 2. L'invention des réglettes

En 1617, l'anglais Neper, en disposant les tables de multiplication de Pythagore sur des bâtons, invente les premières réglettes permettant d'effectuer rapidement des multiplications [1, 2, 5]. Ce dispositif sera suivi de quelques variantes comme le calculateur de Schott en 1668 [4] (les bâtons sont rangés dans un coffret muni de manivelles qui permettent d'accéder à toutes les faces d'une réglette en la faisant pivoter), le calculateur de Leupold en 1727 (les tables sont disposées sur un cylindre) ou les baguettes de Roussain en 1738 [1] (l'addition diagonale des bâtons de Neper est remplacée par une addition verticale).

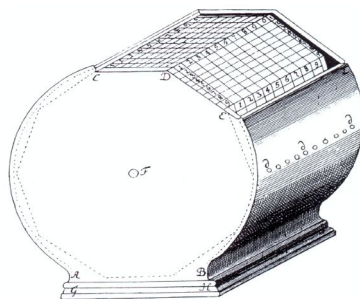


Illustration 1 : Calculateur de Leupold  
(extrait de *Histoire des instruments et machines à calculer* [4])

(\*) arnaud.lefebvre@univ-rouen.fr

(\*\*) IREM de Rouen, université de Rouen.

En 1885, sur une proposition du mathématicien Édouard Lucas, Henri Genaille, ingénieur aux chemins de fer de l'État, imagine de nouvelles réglettes de calcul, les réglettes de Genaille et Lucas qui seront commercialisées par la librairie Belin [1, 5]. Il existe des réglettes pour les multiplications et pour les divisions entières. L'innovation du système inventé par Henri Genaille tient dans le fait que la lecture du résultat se fait directement sur les réglettes sans opération intermédiaire. La simplicité d'utilisation des réglettes de Genaille et Lucas leur ont valu de remporter un vif succès et ces réglettes furent très utilisées jusque dans les années 1920, période d'apparition des règles à calcul qui précéderent les calculatrices.



Illustration 2 : Réglettes de Genaille et Lucas  
(extrait de <http://www.computerhistory.org>)

### 3. Les réglettes de multiplication

#### 3.1. Utilisation des réglettes

Un jeu est composé de 11 réglettes : une réglette de table pour chaque chiffre de 0 à 9 et une réglette spéciale (marquée du symbole X dans ce document). Voyons maintenant comment les utiliser pour effectuer une multiplication.



Illustration 3 : Réglettes de multiplications faites avec des tasseaux de bois  
(extrait de <http://www.rechenwerkzeug.de>)

X	4
2	0 1 2 3 4
3	0 1 2 3 4
4	0 1 2 3 4
5	0 1 2 3 4
6	0 1 2 3 4
7	0 1 2 3 4
8	0 1 2 3 4
9	0 1 2 3 4

### 3.1.1. Exemple avec la table de 4

Prenons la réglette de 4 et plaçons à gauche la réglette spéciale. Le résultat de la multiplication se lit de la droite vers la gauche.

Par exemple, pour  $4 \times 3$ , le résultat de la multiplication se lit sur la ligne indiquée par le chiffre 3 sur la réglette spéciale.

On lit d'abord le chiffre des unités, soit 2 dans notre exemple, en haut de la colonne de droite sur la réglette de 4 ; 2 est à la base d'un triangle qui pointe sur le chiffre des dizaines, soit 1 dans notre exemple, sur la réglette spéciale.

Le résultat est donc 12.

Pour  $4 \times 7$  on suit le chemin 8-2 : le résultat est 28.

X	5	7	4
2	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4
3	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4
4	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4
5	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4
6	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4
7	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4
8	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4
9	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4	0 1 2 3 4

### 3.1.2. Un exemple à plusieurs chiffres : $574 \times 8$

Positionnons la réglette spéciale suivie des réglettes 5, 7 et 4 (afin d'écrire le nombre 574). Puis lisons le résultat sur la ligne du 8 de la réglette spéciale.

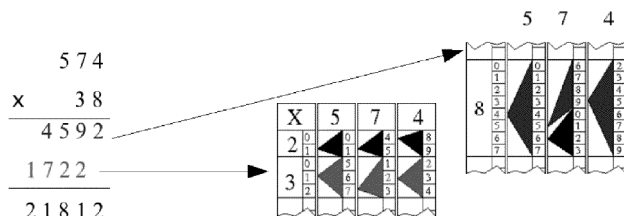
On suit le chemin indiqué par les triangles de la droite vers la gauche en lisant un chiffre par réglette et en commençant par le chiffre des unités 2 : le chemin est 2-9-5-4. Le résultat est donc 4 592.

### 3.1.3. Et maintenant $574 \times 38$

Comment multiplier un nombre à plusieurs chiffres avec un nombre à plusieurs chiffres ?

Considérons le cas  $574 \times 38$  et posons la multiplication. La lecture sur les réglettes donne les deux résultats intermédiaires qu'il suffit d'additionner :

$$1\ 722 \times 10 + 4\ 592 = 21\ 812.$$



Remarque : lorsqu'un même chiffre apparaît plusieurs fois dans une opération, il est nécessaire de disposer de plusieurs jeux de réglettes.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

## 3.2. Construction des réglettes

### 3.2.1. La réglette spéciale

La réglette spéciale contient huit grandes cases numérotées de 2 à 9 que nous appellerons des lignes. La ligne numérotée 2 contient dans la colonne de droite les dizaines qui apparaissent lorsqu'on multiplie 2 par 0, 2 par 1, ..., 2 par 9. C'est la même chose avec les lignes 3, 4, ...

Par exemple pour la ligne 5 : les produits possibles sont :  $5 \times 0 = 0$ ,  $5 \times 1 = 5$ ,  $5 \times 2 = 10$ ,  $5 \times 3 = 15$ ,  $5 \times 4 = 20$ ,  $5 \times 5 = 25$ ,  $5 \times 6 = 30$ ,  $5 \times 7 = 35$ ,  $5 \times 8 = 40$  et  $5 \times 9 = 45$ .

Les dizaines possibles sont donc 0, 1, 2, 3 et 4.

### 3.2.2. Les réglettes des tables

Pour construire une réglette, on place la réglette à construire à droite de la réglette spéciale. Prenons l'exemple de la réglette de 4 et concentrons-nous sur la ligne 7 correspondant à  $4 \times 7$ . Les petites cases à droite de la réglette de 4 contiennent les unités obtenues lorsqu'on effectue  $4 \times 7 + r$ , où  $r$  est une retenue éventuelle. Les dizaines se lisent sur la réglette spéciale.

Remplissons les petites cases de haut en bas.

La première case doit contenir le chiffre des unités de  $4 \times 7 + 0$ . Comme  $4 \times 7 = 28$ , nous inscrivons 8, le chiffre des unités, dans la première case et nous traçons un trait entre ce 8 et la case qui contient 2, chiffre des dizaines, sur la réglette spéciale.

La case suivante correspond à  $4 \times 7 + 1 = 29$ . Nous inscrivons 9, le chiffre des unités, dans la deuxième case et nous traçons un trait entre ce 9 et le 2, chiffre des dizaines, sur la réglette spéciale.

Et ainsi de suite jusqu'à la dernière case de la ligne 7 correspondant à  $4 \times 7 + 6 = 34$ . Les sept traits visibles sur la figure ci-contre correspondent donc aux sept résultats suivants :

X	4									
2	0	1								
3	0	1	2							
4	0	1	2	3						
5	0	1	2	3	4					
6	0	1	2	3	4	5				
7	0	1	2	3	4	5	6			
8	0	1	2	3	4	5	6	7		
9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	

$$\begin{aligned}
 4 \times 7 + 0 &= 28 \text{ (trait entre 2 et 8),} \\
 4 \times 7 + 1 &= 29 \text{ (trait entre 2 et 9),} \\
 4 \times 7 + 2 &= 30 \text{ (trait entre 3 et 0),} \\
 4 \times 7 + 3 &= 31 \text{ (trait entre 3 et 1),} \\
 4 \times 7 + 4 &= 32 \text{ (trait entre 3 et 2),} \\
 4 \times 7 + 5 &= 33 \text{ (trait entre 3 et 3),} \\
 4 \times 7 + 6 &= 34 \text{ (trait entre 3 et 4).}
 \end{aligned}$$

Les traits arrivant sur le même chiffre de la réglette spéciale forment un triangle qu'il est possible de colorier. Toutes les autres lignes de cette réglette et des réglettes des autres tables sont construites de la même manière.

### 3.3. Comment ça marche ?

#### 3.3.1. Multiplions à la main

Posons la multiplication  $7 \times 89$ . On fait  $7 \times 9 = 63$ . Puis  $7 \times 8 = 56$  que l'on décale d'une position vers la gauche. On additionne pour obtenir le résultat 623.

$$\begin{array}{r}
 7 \\
 \times 89 \\
 \hline
 63 \\
 56 \phantom{0} \\
 \hline
 623
 \end{array}$$

#### 3.3.2. Multiplions avec les réglettes

Pour faire le même calcul à l'aide des réglettes, on place côte à côte la réglette spéciale, la réglette de 8 puis la réglette de 9 de la gauche vers la droite. On lit alors le résultat de la multiplication de la droite vers la gauche à raison d'un chiffre par réglette :

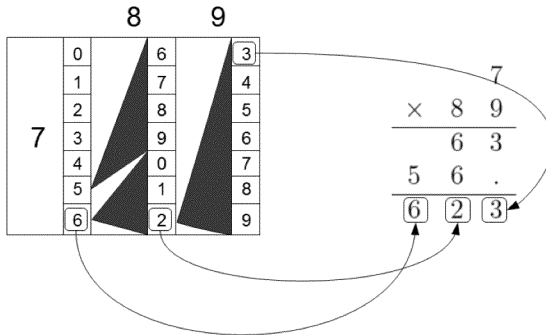
- en commençant par 3, chiffre des unités, chiffre le plus haut de la ligne 7 sur la réglette de 9 ;
- puis on lit 2, chiffre des dizaines, sur la réglette de 8 : 3 se trouve sur un côté du triangle de la réglette de 9, le sommet opposé à ce côté indique le chiffre 2 sur la réglette de 8 ;
- enfin on lit 6, chiffre des centaines, sur la réglette spéciale : 2 se trouve sur un côté d'un triangle de la réglette de 8, le sommet opposé à ce côté indique le chiffre 6 sur la réglette spéciale.

#### 3.3.3. Le lien

Le lien entre les deux méthodes est illustré ci-dessous.

- a) Le chiffre des unités (3) se lit sur la réglette de 9. Il se trouve dans la case en haut à droite de la ligne 7. Cette case donne le chiffre des unités de la multiplication  $9 \times 7 = 63$ .
- b) Le chiffre des dizaines (2) se lit sur la réglette de 8. C'est le chiffre des unités de  $8 \times 7 + 6$ , où 6 est le chiffre des dizaines de  $7 \times 9 = 63$ . On obtient donc  $56 + 6 = 62$ . La première case tout en haut de la ligne 7 de la réglette de 8 correspond à  $8 \times 7$ , la deuxième case à  $8 \times 7 + 1$ , ..., et la septième case à  $8 \times 7 + 6 = 62$ .

- c) Le chiffre des centaines (6) se lit sur la réglette spéciale. C'est le chiffre des dizaines de  $8 \times 7 + 6 = 56 + 6 = 62$ .



## 4. Les réglettes de division

### 4.1. Utilisation des réglettes

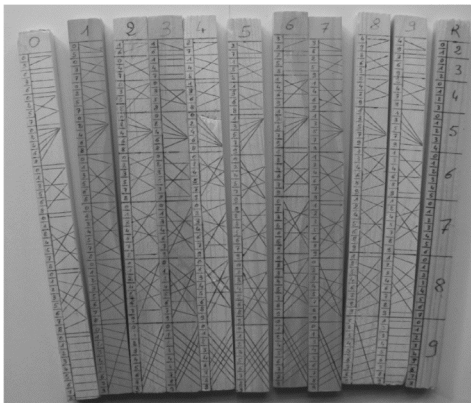


Illustration 5 : Jeu de réglettes de division en bois

Comme dans le cas des réglettes de multiplication, un jeu est composé de 11 réglettes : une réglette de table pour chaque chiffre de 0 à 9 et une réglette spéciale (marquée du symbole R dans ce document), qu'on appellera la réglette des restes. Chaque réglette comporte huit lignes et chaque ligne contient des petites cases. Sur la réglette des restes, les lignes sont numérotées de 2 à 9. Les petites cases de la ligne 2 contiennent les restes possibles de la division entière par 2 (0 et 1), et ainsi de suite pour les autres lignes. Voyons maintenant comment les utiliser pour effectuer une division.

7	R
2	0
3	1
4	2
5	3
6	4
7	5
8	6
9	7

#### 4.1.1. Exemple avec la table de 7

Prenons la réglette de 7 et plaçons à droite la réglette des restes. Le résultat de la division se lit de la gauche vers la droite.

Par exemple, pour  $7 \div 4$ , le résultat de la division se lit sur la ligne indiquée par le chiffre 4 sur la réglette des restes. On lit le quotient dans la petite case la plus haute sur la ligne 4 de la réglette 7, soit 1 dans notre exemple.

En suivant le trait qui part de cette case, on lit le reste sur la réglette des restes, soit 3 dans notre exemple.

Le quotient de  $7 \div 4$  est donc 1 et le reste 3.

Pour  $7 \div 8$ , le quotient est 0 et le reste 7.

8	7	4	R
2	0	0	0
3	1	0	1
4	2	0	2
5	3	0	3
6	4	0	4
7	5	0	5
8	6	0	6
9	7	0	7

#### 4.1.2. Un exemple à plusieurs chiffres : $874 \div 7$

Positionnons les réglettes 8, 7 et 4 (afin d'écrire le nombre 874) suivies de la réglette des restes.

Puis lisons le résultat sur la ligne 7 de la réglette des restes. On suit le chemin indiqué par les traits de la gauche vers la droite en lisant un chiffre par réglette : le chemin est 1-2-4-6.

Le dernier chiffre du chemin indique toujours le reste. Le quotient de  $874 \div 7$  est donc 124 et le reste 6.

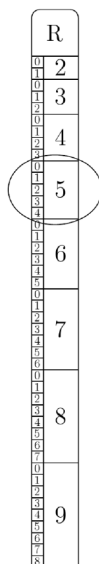
## 4.2. Construction des réglettes

### 4.2.1. La réglette des restes

La réglette des restes contient 8 grandes cases numérotées de 2 à 9 appelées des lignes. La ligne numérotée 2 contient dans la colonne de gauche les restes que l'on peut obtenir lorsqu'on divise un chiffre par 2 : 0 ou 1. C'est la même chose avec les lignes suivantes.

Par exemple pour la ligne 5 :

	Quotient	Reste
$0 \div 5$	0	0
$1 \div 5$	0	1
$2 \div 5$	0	2
$3 \div 5$	0	3
$4 \div 5$	0	4
$5 \div 5$	1	0
$6 \div 5$	1	1
$7 \div 5$	1	2
$8 \div 5$	1	3
$9 \div 5$	1	4



Les restes possibles sont donc 0, 1, 2, 3 et 4.

#### 4.2.2. Les réglettes des tables

Pour construire une réglette, on place la réglette à construire à gauche de la réglette des restes.

Prenons l'exemple de la réglette de 3 et concentrons-nous sur la ligne 7. Remplissons de haut en bas les petites cases à gauche de la réglette de 3.

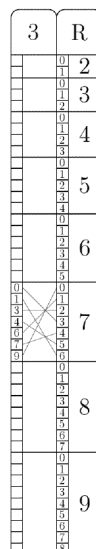
La première case contient le quotient de  $3 \div 7$ , soit 0, et on trace un trait depuis cette case jusqu'à la case de la réglette des restes qui contient 3, reste de la division de 3 par 7.

La deuxième case contient le quotient de  $13 \div 7$ , soit 1, et on trace un trait depuis cette case jusqu'à la case 6 de la réglette des restes.

La troisième case contient le quotient de  $23 \div 7$ , soit 3, et on trace un trait depuis cette case jusqu'à la case 2 de la réglette des restes.

Les 7 traits visibles sur la réglette correspondent aux résultats suivants :

	Quotient	Reste	
$3 \div 7$	0	3	trait de 0 à 3
$13 \div 7$	1	6	trait de 1 à 6
$23 \div 7$	3	2	trait de 3 à 2
$33 \div 7$	4	5	trait de 4 à 5
$43 \div 7$	6	1	trait de 6 à 1
$53 \div 7$	7	4	trait de 7 à 4
$63 \div 7$	9	0	trait de 9 à 0



Toutes les autres lignes de cette réglette et des réglettes des autres tables sont construites sur le même principe.



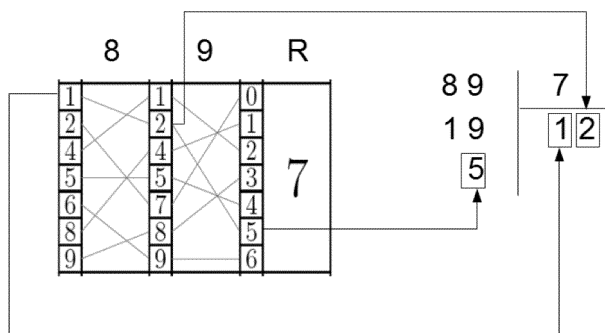
### 4.3. Comment ça marche ?

Divisons 89 par 7.

On commence par effectuer la division de 8 par 7. Le quotient est 1, ce qu'on lit dans la case la plus haute de la ligne 7 de la réglette de 8.

Le trait partant de 1 nous amène sur la deuxième case de la ligne 7 de la réglette de 9. Le décalage vers le bas est donné par le reste de la division de 8 par 7. Ce reste est 1, le décalage est de 1 case vers le bas. Dans cette case, on lit le quotient de la division de 19 par 7, soit 2.

En suivant le trait qui sort de cette case, on lit sur la réglette des restes le reste de la division de 19 par 7, soit 5.



Finalement, le quotient de la division de 89 par 7 est 12 et le reste 5.

## 5. Conclusion

Dans ses « récréations mathématiques » [3, p. 82], Édouard Lucas décrivait ainsi ses réglettes :

[...] *La manœuvre de ces réglettes est aussi facile que celle qui consiste à suivre un chemin à travers un labyrinthe, au moyen de mains indicatrices dessinées sur des poteaux placés aux carrefours ; c'est dire que l'on apprend à se servir de ces réglettes en une minute au plus. [...]*

[...] *Supposez que vous possédiez deux boîtes des réglettes de Genaille ; chacune d'elle a une épaisseur de 0m,01, une largeur de 0m,12 et une longueur de 0m,18. Vous avez dans ces deux boîtes les produits partiels de tous les nombres jusqu'à vingt chiffres ; or, si l'on voulait cataloguer tous ces résultats dans des volumes de 1000 pages à 100 lignes à la page, il faudrait pour contenir ces volumes une centaine de millions de bibliothèques comme la Bibliothèque Nationale, en supposant qu'elle renferme 10 millions de volumes ! C'est là toute l'économie de ce système. [...]*

Nous avons constaté au cours de cette étude que quelques minutes suffisent pour apprendre à se servir des réglettes et que comprendre la méthode pour les construire ne prend guère plus de temps.

Ce travail a fait l'objet de diverses présentations dans des clubs mathématiques (niveau collège) et ateliers (journées nationales de l'APMEP, Rouen, octobre 2009). La manipulation des réglettes est très ludique et leur fonctionnement paraît presque magique. Les élèves et leurs professeurs s'emparent de cet outil avec beaucoup d'enthousiasme.

## 6. Bibliographie

1. Charbonnier, R., Si les nombres m'étaient contés..., IREM de Clermont-Ferrand, 2002.
2. Hébert, É., Les instruments scientifiques à travers l'histoire, Éditions Ellipses, 2004.
3. Lucas, É., Récréations mathématiques, tome III, nouveau tirage, Librairie scientifique et technique, Éditions A. Blanchard, Paris, 1960.
4. Marguin, J., Histoire des instruments et machines à calculer, Éditions Hermann, Paris, 1994.
5. Taton, R. & Flad, J.P., Le calcul mécanique, Presses Universitaires de France, 1963, collection Que sais-je n° 367.

## 7. Compléments sur le site de l'APMEP [www.apmep.asso.fr](http://www.apmep.asso.fr)

Bruno Alaplantive a réalisé trois fichiers Excel qui permettent de réaliser et d'exploiter les réglettes de Genaille et Lucas.

Voir la Rubrique Publications / Bulletin Vert.