3. « Imagine un rectangle … »

C'est ainsi que commençaient plusieurs questions de l'épreuve D (épreuve orale et visuelle) de Sixième. Le questionnaire Cinquième portait sur d'autres figures.

Ce type de question pose le problème de la représentation mentale d'une figure géométrique. Dans les tâches où le dessin de la figure est donné, l'élève peut faire appel à sa perception de l'objet géométrique représenté pour en déceler les propriétés et les utiliser à bon escient. Lorsque l'objet spatial (dessin d'un carré, ou d'un rectangle…) est absent de l'énoncé, l'élève doit directement s'appuyer sur ce qu'il sait de l'objet (ce sur quoi s'appuiera la construction de sa représentation). La représentation dans l'espace graphique est un outil de médiation dont il doit se dispenser ici. On peut penser que l'encouragement à construire des représentations, notamment à main levée, doit permettre d'aider l'élève à franchir cet obstacle. (cf. le hiatus entre le *su* et le *perçu*, B Parszyz).

Imagine un rectangle ABCD. Cite deux côtés perpendiculaires. **R.E. item 1 : 33 %**	Seuls 3% ne répondent pas, ce sont donc 63% des élèves qui donnent une autre réponse.

Quelle est la tâche de l'élève ici ?
L'élève doit se représenter un rectangle en nommant ses sommets dans le bon ordre, (on peut retrouver une mauvaise dénomination des sommets qui conduit à un quadrilatère croisé), pour ensuite visualiser deux côtés perpendiculaires et en donner leur nom.
Une autre démarche, mais plus abstraite, serait d'utiliser la dénomination du rectangle ABCD pour en déduire directement les côtés perpendiculaires : [AB] est perpendiculaire à [BC], [BC] est perpendiculaire à [CD], etc. ABCD donne un ordre possible du tracé de ses côtés : [AB] puis [BC] puis [CD] puis [DA]. Sans se représenter le rectangle, l'élève peut alors donner deux côtés perpendiculaires.

Côtés statistiques, 1/3 des élèves parviennent à donner deux côtés effectivement perpendiculaires. À l'examen des feuilles de réponse, on s'aperçoit que leur préférence va à [AB] et [BC]. On constate aussi, qu'une réponse très fréquente est celle des diagonales [AC] et [BD]. Ceci ne peut être mis en relation avec une confusion possible dans le nom des sommets ici car, dans ce cas, [AC] et [BD] seraient deux côtés parallèles. Peut-être quelques cas de confusion entre parallèles et perpendiculaires ? Il est possible que « côtés perpendiculaires » renvoie à « quelque chose de particulier dans le rectangle » et par exemple les diagonales.
N'est-il pas plus raisonnable de voir, dans le cas des diagonales qui seraient perpendiculaires, une configuration rectangle-proche-d'un-carré, (ou carré « exact ») sans parler le la confusion des deux, ce qui doit être rapproché d'un théorème en acte de nos élèves : « Les diagonales du rectangle sont ses axes de symétrie » ?

La deuxième question portait sur le rectangle mais faisait intervenir son périmètre :

Imagine un rectangle. Son périmètre mesure 30 cm et sa largeur mesure 4 cm. Combien mesure sa longueur ? **R.E. item 1 : 31 %**	On trouve 9% des élèves qui répondent 26 cm.

Même constat : 31% des élèves donnent la bonne mesure de la largeur.
La tâche de l'élève est ici de se représenter un rectangle en codant les côtés opposés comme ayant la même longueur, puis de trouver la mesure manquante soit

– par complément : 4 + …. + 4 + … = 30 les deux …. devant être complétés par deux nombres égaux dont la somme est 22 ;
– par étapes : 4 + 4 = 8 ; 8 + 22 = 30 ; 22 = 11 + 11 ou 22/2 = 11 ;
– par calcul : (30 − 4 × 2)/2.

Peu d'élèves y parviennent, pourquoi ?
Dans la scolarité de l'école primaire, la mesure est souvent le résultat d'un mesurage, tâche dont l'élève est ici exempté. Cette action de mesurer permet de donner du sens aux nombres en les associant à l'étalonnage d'une grandeur. Ici, en plus des difficultés évoquées précédemment, l'association d'un nombre à la mesure de la grandeur est à la charge de l'élève. Cet exercice pose en plus la difficulté de l'articulation entre la notion de grandeur et de mesure.

Il n'est pas question ici d'avoir recours au calcul littéral, les élèves étant en sixième. Mais une telle question peut être proposée à un élève du cycle 3. Ce dernier dispose de toutes les connaissances nécessaires à la résolution du problème. Et pourtant…

Bien sûr, l'exercice « *Imagine…* » est certainement surprenant, voire nouveau pour l'élève. Combien d'élèves se mettent-ils à faire un schéma avant de se lancer dans un problème ?

Prenons l'énoncé suivant :
Un rectangle a pour périmètre 30 cm. Sa longueur est le double de sa largeur. Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

Donné à une classe de Sixième début octobre, papier-crayon à la main, les réponses, analysées plus en détail dans l'article « Introduction au calcul littéral » se résument ainsi :

– Soit l'élève a su dessiner le rectangle, et est parvenu à la bonne réponse (20 sur 27). Parmi eux, deux ont fait un dessin à main levée en amont des calculs.
– Soit l'élève n'a pas dessiné le rectangle, s'est lancé dans des calculs … et n'a pas trouvé la réponse (7 sur 27).

Même observation avec le problème suivant, donné dans les mêmes conditions à une autre classe de Sixième :

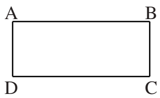
Je suis un rectangle, mon périmètre est de 80 cm. Ma longueur mesure 20 cm de plus que ma largeur ? Combien mesure ma largeur ? et ma longueur ?

Dans ce cas, le support fourni ne permettait pas de dessiner facilement le rectangle. Le recours à la démarche essai-erreur-correction a été privilégié. Quelques traces de début de constructions sont visibles sur les fiches rendues. Là aussi, ce sont celles dont la réponse au problème est correcte (16 sur 29).
Près de la moitié des élèves n'ont pas trouvé la réponse (13 sur 29).

Que dire enfin des questions suivantes, posées dans les épreuves de type B :

En Sixième

ABCD est un rectangle.

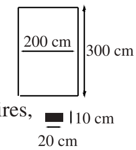


1. En utilisant la règle et le compas, construis les bissectrices des angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{ABC}$, *sans effacer les traits de construction.*
2. Ces bissectrices se coupent au point I. Place le point I.

R.E. item 1 : 25 %

En Sixième et Cinquième

On veut carreler un mur rectangulaire dont les dimensions sont :
Hauteur : 300 cm,
Longueur : 200 cm,
avec des carreaux de faïence rectangulaires, dont les dimensions sont :
Longueur : 20 cm,
Largeur : 10 cm.
Comnien faut-il de carreaux ?



Réponse : il faut .... carreaux

Explique la méthode :
....
....
....

R.E. item 1 : 21 %|*33 %*

Que si la conception de l'objet rectangle était meilleure, on aurait moins de « diagonales-bissectrices » ?, moins de calcul d'aires là où un simple pavage suffit ? Certainement.
En géométrie, on parle de figures-clés et de configurations de la leçon à reconnaître dans les exercices proposés ; on dispose de logiciels de géométrie dynamique qui permettent de donner vie aux figures, de transformer un rectangle en un carré, de conjecturer, etc. Mais le plus difficile reste l'appropriation par l'élève de l'objet géométrique.

« *Imagine*... ». Cette forme d'énoncé est peu présente dans la littérature et, pourtant, si on prend l'habitude de solliciter le dessin, il deviendra instinctif, une habitude d'anticipation de l'objet géométrique, et ainsi le problème de géométrie prendra forme. La représentation mentale sera alors un outil disponible, et non plus une difficulté supplémentaire comme cela semble le cas pour les élèves en difficulté sur l'exercice du périmètre du rectangle dont la longueur mesure le double de la largeur ; c'est un réel atout pour la suite des apprentissages, et contribuera plus tard au choix de la propriété à utiliser « Imagine un triangle, deux de ses côtés et leurs milieux… ».
Alors n'ayons pas peur de passer du temps, forçons nos élèves à se forger des représentations mentales correctes. Les questionnaires visuels, nouveaux par leur support, peuvent engendrer un nouvel élan chez nos élèves, saisissons l'occasion !

Imaginons...

Références

- Documents d'accompagnement collège sur le calcul littéral et la géométrie.
- Parzysz Bernard, Voir et savoir – la représentation du « perçu » et du « su » dans les dessins de la géométrie de l'espace. Bulletin de l'APMEP, n° 364, p. 339-350.
- Danielle Salles-Le Gac, Du dessin perçu à la figure construite – CAPES de mathématiques, Méthodes récentes pour enseigner la géométrie au collège 2005. Ellipses.
- Calcul mental, automatismes Niveau collège. IREM de Clermont Ferrand, 1994.
- Calcul mental et automatismes Niveau Lycée. IREM de Clermont Ferrand.

Et aussi la conférence sur les grandeurs d'André Préssiat aux Journées Nationales 2008.