Henri et l'enseignement des mathématiques

BAREIL… mon professeur de Mathématiques

Jean Aymès

Bareil, en effet … puisque c'est ainsi que ses élèves le nommaient dans les années 60 … entre eux ce pouvait d'ailleurs être Riri.

J'ai été son élève en classe de Cinquième (59-60), de Seconde (62-63), de Première (63-64) ; trois années scolaires donc, déterminantes à mon sens pour la suite de mon existence. C'est là que mon désir d'enseigner les Mathématiques a pris corps ; par la suite, j'ai eu charge de tâches de formation continue, j'ai été inspecteur pédagogique…

Mon propos procède nécessairement de ce vécu, où il m'est difficile d'avoir une vue distanciée, de retenir mon ressenti … ce vécu s'est poursuivi depuis. Alors mon professeur est devenu Henri, un conseiller, un entraîneur —celui qui donne confiance—, un inspirateur, un ami… Il est au cœur de mon aventure professionnelle.

Essayons de dire ce que cela a été du point de vue de l'élève … Même si cela ne peut faire impasse sur ce que la suite a éclairé, avec des souvenirs nécessairement transfigurés…

Daniel Reisz, Henri Bareil, Christiane Zehren, Jean-Paul Bardoulat, Jean-Pierre Richeton

L'élève est une personne

« Eduquer, ce n'est pas remplir des vases, mais allumer des feux »
Michel de Montaigne

Des souvenirs qui émergent le plus fortement, je retiens en premier lieu des gestes, des attitudes, des attentions … elles expriment une relation singulière à la classe.

Une simple remarque qu'il a exprimée lors de l'orientation en fin de classe de Première est à mes yeux révélatrice. En ces années 60, après la Première, on pouvait alors encore faire un choix entre les trois terminales en vigueur dans le Second Cycle général, « Philosophie », « Sciences expérimentales », « Mathématiques élémentaires ». Pour un élève réussissant en Mathématiques et Sciences Physiques et animé du désir déjà évoqué, la « Math Elem » allait de soi comme une évidence. Quelle surprise alors de voir ce professeur de Mathématiques, dans son rôle de professeur principal, me dire : « *Attention, en faisant Math Elem, vous n'aurez plus le temps de vous intéresser à la Littérature* ». Ainsi, pour lui, il fallait conduire l'élève à s'interroger plus profondément sur son choix, ne pas le laisser s'en tenir à quelque spontanéité, être sûr que c'était son vœu personnel, mûri et réfléchi. Plus tard, étant professeur, ce propos est resté pour moi exemplaire, comme un éclairage d'un rôle du professeur, non pas simplement en tant qu'enseignant, mais dans sa responsabilité quant au devenir de chaque élève.

Il était professeur de Mathématiques, il voulait que l'élève réfléchisse à sa formation au-delà des seules Mathématiques … la Littérature…

Donc un professeur prenant en charge l'enseignement, bien sûr, mais aussi le devenir de l'élève, sa formation globale…

Exigeant, le professeur est organisateur du travail personnel

« C'est en tirant sur la corde du cerf volant qu'on le fait monter »
André GIDE

De ma première année avec lui, je garde l'image d'un professeur sévère. Bareil était réellement strict dans la mise en œuvre des règles posées. Et j'ai vu, ensuite, cette sévérité se transformer, s'enrichir de sens. Je ne peux oublier l'humiliation d'avoir été puni en Cinquième parce que je n'ai pas répondu assez rapidement lors de la traditionnelle interrogation orale de début d'heure. C'était à propos de preuve par 9 que je savais pourtant, que j'ai donc dû recopier un certain nombre de fois pour avoir simplement hésité en la disant … il y avait une certaine émotion ! Cette sévérité est au service d'une exigence, je l'ai retrouvée en Seconde et Première sous la forme d'une organisation soutenue du travail personnel, dans le cadre d'une relation avec la classe bien plus souple, cherchant à rendre responsable…

Par exemple, en Seconde comme en Première, nous n'avions pas de cahier de Mathématiques, les notes en cours étaient prises seulement sur un brouillon qu'on ne conservait pas. Il fallait être actif en classe, savoir retrouver par soi-même les démonstrations au cours de reprises ultérieures en classe. Les notions, les démonstrations, les méthodes n'étaient pas « parachutées ». Le pourquoi des démarches était dans le jeu, nos hésitations, notre cheminement autant que possible pris en compte, on se sentait interpellé par l'élaboration des connaissances.

J'ai souvenir de son attachement à attirer l'attention sur des points remarquables ; deux petits exemples :

- la manière de mettre en place une définition … l'orthogonalité de deux droites, la somme de deux vecteurs où il nous conduisait à nous interroger sur le caractère intrinsèque … Là où on ne voyait rien de problématique, lui faisait émerger une question essentielle …
- une procédure pour lever un obstacle … prouver la dérivabilité du produit par emploi de taux a été l'occasion de mettre en exergue la formule ab-cd = (a-c)b + … C'était trouvé avec la classe …

Nous étudiions avec le manuel comme référence régulière sauf en quelques occasions où il s'en démarquait en justifiant les raisons de ce choix[1]. Cette volonté d'un impératif d'attention active en classe, de reconstruction *a posteriori*, de compte-rendu dans les jours suivants était chose établie. Elle produisait peu à peu une vision globale, une cohérence, un tissage des connaissances et des capacités[2]. Cela a fortement influencé ma façon de travailler, d'apprendre les Mathématiques. Elles sont devenues là comme un édifice en construction où on vérifie, re-parcourt, relie les pièces, une familiarisation se fait … J'en ai gardé l'idée, très agréable depuis, que la mémoire y joue moins que le potentiel de relations, d'articulations que l'esprit tisse en un réseau ; un potentiel qui permet de retrouver son chemin … où un peu de confiance se forge…

Avec Bareil, le travail en classe était ainsi imprégné de la volonté de faire réfléchir, de conduire à la découverte, de parvenir à une expression des explications.

On est ainsi loin du seul cours magistral. Sous une forme très dialoguée, de par l'intérêt que le professeur portait à la chose, l'élève était incité à comprendre en classe, à reprendre et assimiler par son propre effort d'étude, de mise en œuvre ensuite. Je crois pouvoir dire que l'étude était le cœur du propos professionnel d'un tel professeur !

Parlant des qualités d'un professeur, il est évident de rappeler que le meilleur professeur n'est pas celui qui travaille le plus mais celui qui fait le mieux travailler ses élèves, de la façon la plus intelligente et la plus féconde ; encore faut-il parvenir à cer-

[1] Il veillait à nous associer à ces décisions, essayant de la sorte de cultiver un usage assidu du manuel aussi bien que critique. Cela m'avait frappé.

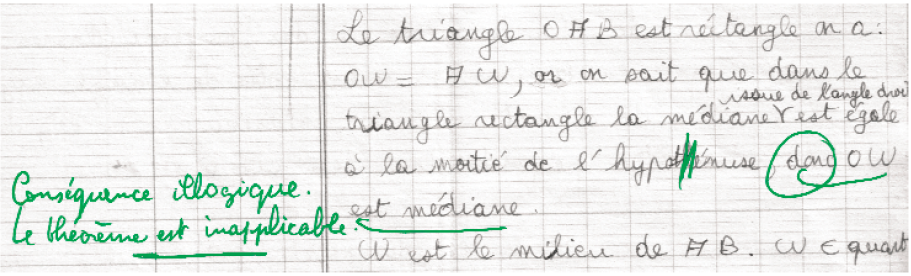
[2] Soulignant cela, je n'y vois pas un moyen en soi, seule la fin m'y semble majeure… Le fait qu'alors cela nous faisait étudier…

ner par quel assortiment d'initiatives cela opère … Mes souvenirs me disent que Bareil avait concrètement ce talent. Il nous entraînait dans cet univers scolaire.

Un problème, parfois deux, hebdomadairement, marquait le canevas du travail à la maison.

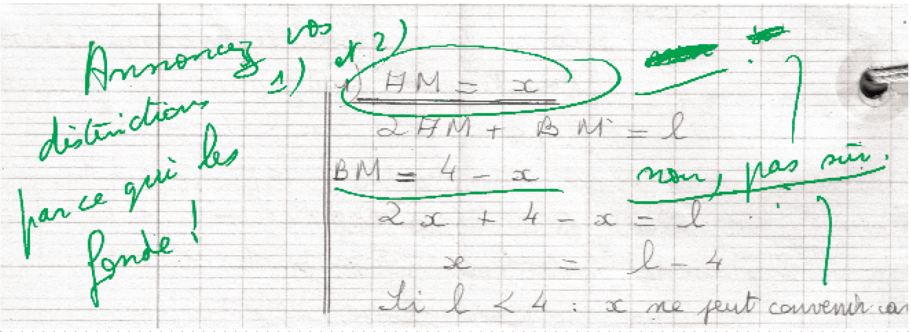
Ce devoir à la maison était comme la colonne vertébrale de l'apprentissage, il rythmait un dialogue avec la classe parce qu'il était sujet à des échanges au long de la semaine.

C'était de la recherche, une à deux copies à rédiger (de format cahier d'écolier à l'époque, c'était donc raisonnable en longueur) et dont la correction comportait en retour des annotations significatives, des conseils personnels…



Le triangle OAB est rectangle on a :
OW = AW, or on sait que dans le
triangle rectangle la médiane issue de l'angle droit est égale
à la moitié de l'hypoténuse donc OW
est médiane.
W est le milieu de AB. W ∈ quart

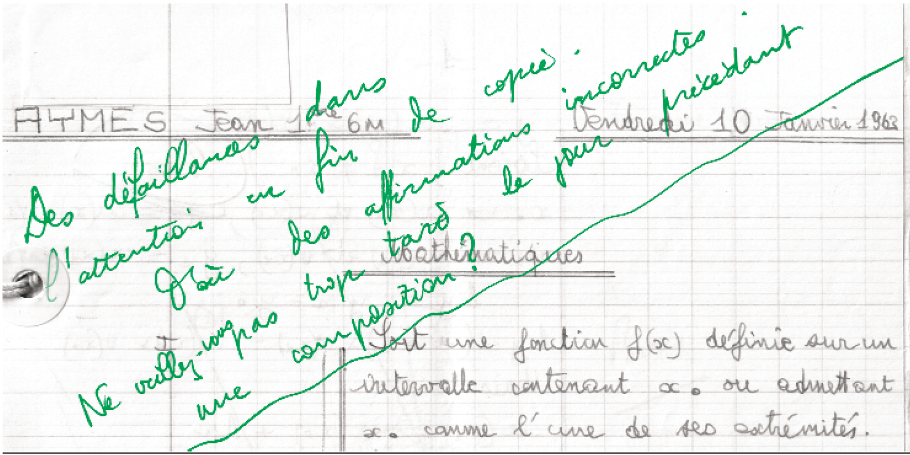
Conséquence illogique.
Le théorème est inapplicable.



Annoncez vos 1) et 2)
distinctions
par ce qui les
fonde !

1) AM = x
2AM + BM = l
BM = 4 − x
2x + 4 − x = l
x = l − 4
Si l < 4 : x ne peut convenir car

non, pas sûr.



AYMES Jean 1e 6M Vendredi 10 Janvier 1963

Mathématiques

I Soit une fonction f(x) définie sur un
intervalle contenant x_0 ou admettant
x_0 comme l'une de ses extrémités.

Des défaillances dans l'attention en fin de copie.
D'où des affirmations incorrectes.
Ne veillez-vous pas trop tard le jour précédant une composition ?

Rétrospectivement, je l’ai souvent ressenti et dit, cela a été capital pour moi. J’estime que c’est à travers cette forte organisation que se sont forgés un mode de travail, ma réussite progressive, ma formation, mon goût pour les Mathématiques, le plaisir de trouver, l’enchantement d’expliquer ou de discuter ces explications avec les camarades, ma résolution de poursuivre leur étude, l’envie de devenir professeur de Mathématiques. Finalement, j’ai choisi « Math. Elem. ».

Trajectoire d’une année de Première Moderne … une étude des Mathématiques

« *Nul ne peut étudier à la place des élèves* »
Antoine Prost

Le premier devoir à la maison, en Première M, le 4 octobre 1963[3], se compose de deux énoncés : deux équations dont une comportant des paramètres[4], une inéquation pour le premier, un problème de lieux géométriques pour le second.

Ceci pose d’emblée un paysage. Pour ce qui est de l’algèbre : aptitude à conduire une discussion à propos des paramètres en algèbre qui sous-tend un travail justificatif[5], usage de propriétés du trinôme du second degré[6]. Les problèmes de lieux et de construction sont le pivot de la formation à ce niveau. Voici cet énoncé :

> Un segment de droite AB de longueur constante l se déplace de telle manière que ses extrémités glissent respectivement sur les côtés de l’angle droit donné xOy. Trouver l’ensemble des positions :
> 1. du centre Ω du cercle OAB
> 2. de l’intersection I des perpendiculaires élevées en A et en B aux côtés de l’angle xOy
> 3. de l’extrémité D intérieure à xOy du diamètre perpendiculaire en Ω à AB.

Ce type de question de lieu fait l’objet d’un travail permanent ; il est commencé en Seconde avec un thème comme, par exemple, celui de l’arc capable puis plus tard en Première avec la parabole comme lieu selon sa détermination par foyer directrice. Il s’agit certes de mettre en œuvre des connaissances, mais surtout de consolider une aptitude à faire des Mathématiques sur un double plan, celui des connaissances, celui des compétences générales ou scientifiques :

- souvent une phase de tâtonnement au cours de laquelle on se livre à des essais pour appréhender l’allure du lieu ; le travail à domicile, le jeudi, en facilite le fait[7], on fait beaucoup de figures,

[3] Quelques jours à peine après la rentrée scolaire, début octobre encore à l’époque.
[4] Il s’agit de a(x+a) = b(x+b).
[5] Tâche explicitement attendue alors.
[6] Etude en Seconde
[7] Aujourd’hui cette phase de remplissage de la poubelle avec une multitude d’essais, de tracés est automatisée en utilisant un logiciel de géométrie dynamique. Quelle dynamique en effet !

- la recherche pour bâtir le raisonnement,
- puis le raisonnement : conditions nécessaires, conditions suffisantes … en permanence sollicitées avec, notamment, de fréquents lieux ou constructions géométriques,
- le tout était assez strictement formalisé, par exemple la rédaction d'un problème de lieu comportant quatre parties : l'existence (dont on nous dispensait parfois), l'analyse, la synthèse, la conclusion. Cela s'imprimait dans l'esprit.

Animé par la démarche pédagogique dont je viens d'ébaucher une description, Bareil faisait de ces questions un domaine de prédilection pour susciter la réflexion, inviter au doute, aider à chercher, apprendre à peaufiner une mise en forme, une rédaction rigoureuse et appliquée.

C'est ainsi que je me souviens du lieu des points équidistants d'un point et d'une droite … la parabole ; sa mise en place progressive, la beauté du résultat (enfin une courbe qui n'est pas un cercle et liée qui plus est à une équation cartésienne très simple) ; puis son intervention si fréquente à l'occasion des problèmes.

En contrepoint, je me rappelle qu'étant aphone un jour en Seconde, il nous a demandé d'étudier seuls en classe dans le livre la méthode de résolution d'un système de deux équations du premier degré. Cette absence de dialogue, … quel manque !

Ce parcours de Première trouve une forme d'aboutissement avec le devoir posé en mai 64 à la fin de l'année scolaire. C'est un devoir en classe sous la forme d'épreuves groupées (trois heures) pour deux divisions de Première du lycée. Il se compose de quatre exercices (…) et d'un problème [voir en annexe p 33-34] :

> Les trois premiers exercices mettent en jeu la reconnaissance d'un cercle à partir d'une équation cartésienne, l'obtention d'équation d'une tangente à celuici ; une construction reposant sur l'ensemble des points du plan dont le rapport des distances à deux points donnés est donné ; l'emploi des formules de duplication en trigonométrie …
> Le quatrième exercice et le problème portent sur la parabole : équation cartésienne, détermination par foyer et directrice, tangentes ; la recherche de lieu intervient quatre fois.

Que dire de la forme des questions posées ? Avec un contenu de connaissances que l'on peut dire circonscrit, surtout sujet à la forme de travail qu'on a décrite, il y a seulement six questions fermées (des « montrer que … ») donnant la réponse à trouver ; les plus ouvertes (« quel(le) est … ? », « que dire de … ? » …) dominent largement. Dans ce cadre d'un questionnement relativement ouvert, la contrepartie ne réside-t-elle pas dans une organisation du travail personnel et l'habitude de la pratique de résolution de problème ? Et Bareil gérait bel et bien cette contrepartie.

Aperçus sur une autre mathématique … où l'on distingue apprendre et faire ses preuves

« *On ne peut pas instruire sans supposer toute l'intelligence possible dans un marmot.* »
Alain

En Seconde, l'année a commencé par une présentation de quelques signes et symboles logiques, notamment l'implication, l'équivalence logique, leur interférence avec la négation, la déduction, la propriété caractéristique, la réduction à l'absurde[8], puis de quelques notions « modernes » : ensembles, appartenance, inclusion, propriétés des relations à travers des exemples (égalité, inégalité…), quantification, propriétés des opérations à travers des exemples (addition, multiplication, intersection, union…), groupe, anneau, corps (comme moyen de désigner un agrégat de propriétés, une prise de recul sur exemples).

Je me souviens que nous avions eu à démontrer en exercice à la maison l'unicité du neutre dans un groupe (« un exercice de caractère théorique ») ; ce qui alors apparaissait sous un tour quelque peu formel, si distant des Mathématiques de Troisième et dont on était loin de percevoir la portée …

Il s'est produit là une forme de rupture dans le rapport au savoir, en particulier par rapport au Collège ; était-ce encore des Mathématiques ? Non pas que cette rupture ait résulté des exigences qu'avait le professeur … à la vérité, dans les compositions, il n'en avait pas, ce n'était pas questionné ; mais de par le rapport nouveau (étrange même) que cela établissait envers les Mathématiques. Certains camarades, jusque-là bien performants se trouvant quelque peu désemparés, d'autres, dont j'ai été, s'investissant ou s'appliquant dans cette forme de jeu formel et du coup, y trouvant même de quoi mieux réussir, emplis en écho d'une motivation supplémentaire pour les Mathématiques plus traditionnelles.

Comme les occasions de rencontrer ces notions dans le quotidien de l'étude étaient fréquentes, ce que le professeur s'attachait à manifester, il en résultait peu à peu une unité de vue qui valait apprivoisement ; « … *elles peuvent faciliter la présentation de certaines synthèses et permettre des comparaisons utiles pour l'avenir* » selon ce que disait un extrait figurant en page de garde du manuel des instructions relatives aux programmes (du 18 juillet) 1960 à propos de notions qui ne sont pas explicitement dans ces programmes. Il nous fallait en quelque sorte accéder à la conscience de « dire de la prose sans le savoir ». De la sorte, on parvenait à distinguer apprentissage et exigence, les capacités développées allaient certainement bien au-delà de leurs manifestations mesurables. Ce double contrat n'était en rien intenable.

[8] Ces éléments de logique ne faisaient pas intervenir de « tables de vérité » comme cela eut cours dans les années 70, peut-être alors moins « en situation ».

En la matière, il y avait l'esprit des programmes de l'époque qui établissait cette distinction ; il y avait, selon moi, surtout la vigilance du professeur pour prévenir toute forme de découragement. On percevait un peu le caractère expérimental de nouveaux savoirs… Cela a été une grande chance pour moi.

En Première, la notion de limite a fait l'objet d'une mise en forme assez précise quant à sa définition par $(\varepsilon ; \eta)$ aussi bien que (A ; B) pour des limites infinies, approchées celles-ci en Seconde… Et l'insistance pour faire saisir le fonctionnement de cette définition, sur des exemples (affine, inverse, carré…) donnait lieu à des débats de classe animés, illustrés de schémas… Parvenir avec le professeur à formuler la négation de cette définition a été une sorte de point d'orgue des commencements en « logique » de la Seconde. Bareil incitait, guidait, faisait reprendre, discuter, rectifier.

A côté de cela, en Seconde, l'étude relative au second degré n'a peut-être pas eu le tour souvent dénoncé alors sous le vocable de « trinômite » (aiguë parfois d'après ce qu'en disent d'aucuns). L'équation donnait bien lieu à l'apprentissage d'une technique ; je me souviens avoir fait à ce moment-là tous les exercices du manuel chez moi un jeudi après-midi pour que cela n'ait plus de secret[9]. Bareil conseillait ce genre d'entraînement. Mais cette étude était avec lui rapidement liée à celle de la courbe représentative puisque, pour s'exprimer selon ce qui avait cours alors, les fonctions $y = \mathrm{a}x+\mathrm{b}$, $y = x^2$, $y = \mathrm{a}x^2+\mathrm{c}$, $y = (x-\mathrm{k})^2$, $y = \mathrm{a}x^2+\mathrm{b}x+\mathrm{c}$ étaient traitées. On disposait ainsi déjà, soulignons-le, de la vigueur des articulations entre deux points de vue… J'ai compris un peu plus tard qu'Henri Bareil avait un point de vue pédagogique plus « systémique » que la moyenne des professeurs de ce temps-là.

Cela n'excluait nullement, je l'ai évoqué, une forte incitation à s'entraîner en calcul.

Autrement dit, à la démarche analytique indispensable pour faire acquérir, dans la discipline, un ensemble solide de connaissances et de capacités, Bareil associait une démarche synthétique beaucoup plus large, qu'elle soit vouée à combiner l'étude des notions de différents chapitres avec celle des problèmes faisant appel à plusieurs d'entre eux, ou bien qu'elle ait un propos éducatif plus ample encore.

Des années lycée … émancipatrices

« *Nous ne créons jamais pour autrui que des points de départ* »
Simone de Beauvoir

Ces années de lycée ont eu pour moi une importance capitale ! J'y ai été véritablement modelé, préparé à la suite en ce lycée Bellevue de Toulouse alors lycée pilote[10] dont le projet d'émancipation personnelle, de responsabilisation, d'ouverture culturelle

[9] expérience cruciale pour moi…

[10] lycées à caractère expérimental, dirait-on aujourd'hui, en réseau autour du lycée international de Sèvres, il n'en existait que quelques-uns ; outre un profil pédagogique relevé des professeurs, cela incluait un projet collectif assorti de nombreuses activités périscolaires associant élèves et professeurs…

était explicite ; cela trente ans avant qu'on parle de projet d'établissement ! La diversité des activités proposées à côté des enseignements proprement dits m'a ouvert à tant d'horizons … Bareil en a été un acteur dynamique, une âme de ce lycée.

Mon goût pour l'étude, mon accès à un peu plus de réussite scolaire, je lui en suis doublement reconnaissant : cela m'a engagé dans l'approfondissement des Mathématiques, cela m'a aidé à transposer des acquis de l'ordre de la motivation, de méthodes vers d'autres disciplines…

Au cours de ces quarante années l'enseignement n'est pas resté immuable, c'est naturel dans un monde en un tel mouvement. Ses contenus, ses missions, ses codes[11] ont été transformés. Les disciplines ont beaucoup évolué, les Mathématiques parmi les autres… Au-delà de ces mutations de fonctions, beaucoup diversifiées, de structures, très démultipliées, de contenus, sans cesse en adaptation, quelque chose de permanent me semble pouvoir contribuer à porter la valeur de l'École. Quelque chose faisant que chacun capitalise des acquis, prépare son adaptation à la nouveauté, à l'imprévu. Cela a trait aux rapports entre les personnes, les élèves et les professeurs, les élèves entre eux, les professeurs entre eux, mais aussi leurs rapports avec le matériau construit, échangé, transmis … c'est-à-dire la connaissance (savoirs, savoir-faire, aptitudes), leurs rapports avec le travail d'étude. En cela le rôle des professeurs est sans égal.

Je veux principalement retenir qu'Henri Bareil, profondément habité par ce besoin permanent d'accompagnement, de coopération, de promotion, a été un exceptionnel éveilleur.

Robert Delord (de dos), Dany Barbieri, Nicole Toussaint, Françoise Ayrault, Henri Bareil, François Bouyer

[11] ne serait-ce simplement qu'à propos des notations mathématiques comme on le voit dans les exemples donnés ici

Annexe

Epreuves groupées du 3ème trimestre 5 mai 1964 Durée : 3 h.

EXERCICES :

I Soit, en repère orthonormé, le cercle (C) d'équation $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$.

1° Quel est le centre, quel est le rayon ? Soit M (3 , 1). Montrer que M $\in$ (C).

2° Quelle est l'équation de la tangente en M à (C) ?

II Construire, si possible, le triangle ABC tel que BC = 3, $\frac{AB}{AC} = 2$, AM = l,

l étant une longueur , M le milieu de BC, les longueurs étant en cm.

III Exprimer 1 + cos 2*a* en fonction de cos *a*.

Soit $A = \frac{\cos a \times \sin 2a}{1 + \cos 2a}$. Montrer que A = sin *a*.

Soit $B = \frac{1}{1 + \cos a}$. Montrer que $A \times B = \tan \frac{a}{2}$.

On suppose définies toutes ces expressions.

En déduire *a* pour que A et B soient inverses l'un de l'autre.

IV Soit, en repère orthonormé x'Ox, y'Oy, le point ω (0 ; -*a*), avec *a* > 0, et un point C variable de la droite t't d'équation y = *a*. Soit m l'abscisse de C.

1° Ecrire, en fonction de m, l'équation de la médiatrice (D) de ωC.

2° Par un point P(x_0 , y_0) donné dans le plan, passe-t-il des droites (D) ?

Préciser leur existence et leur nombre selon les positions de P.

PROBLEME :

Soit, en repère orthonormé x'Ox, y'Oy, les points C d'ordonnée constante 2*a*, avec *a* > 0. C se projette en H sur x'x. A tout point C on associe le point M (x , y), de même abscisse que C, tel que $\widehat{COM} = 90°$.

1° Etablir une relation entre x, y et *a*. En déduire la courbe (P) ensemble des points M.

2° Soit E le milieu de OH, R sur HC tel que $2\overline{HR} = a$ et ω tel que $\overline{O\omega} = \overline{RH}$.

Démontrer, <u>sans se servir du 1°</u>, que $\widehat{MEK} = 90°$ et que Mω = MR.

Retrouver ainsi le résultat du 1°. Que représente la droite ME pour (P) ?

3° Soit K la projection de M sur y'y et M' tel que $\overline{MM'} = 2\overline{MK}$.

Soit B sur la perpendiculaire en M à OM et tel que le milieu I de MB soit sur y'y.

Démontrer que $\overline{KI} = \overline{CH}$.

Quel est l'ensemble des points M' ? et celui des points B ?

4° La normale en M à (P) coupe y'y en F et M'B en L.

Qu'est F pour le segment KI ?

Quel est l'ensemble des points L ?

Figures sur feuille(s) séparée(s). Pas d'emploi d'encre rouge.

H. BAREIL $1°_2$ (A'C) et $1°_6$ (M)