Le hasard au collège(*)

Jacques Verdier(**)

Il y a une dizaine d'années, j'animais le groupe IREM « Proba-Stat en Europe », qui a débouché sur la parution d'une brochure, « **L'ENSEIGNEMENT DES PROBABILITÉS AU COLLÈGE ET AU LYCÉE : EXEMPLES EUROPÉENS ET PROPOSITIONS**[1] ». Après un tour d'horizon des programmes d'une bonne dizaine de pays européens et une analyse des représentations que les élèves se faisaient du hasard, cette brochure proposait quelques pistes pour un enseignement de l'aléatoire au collège (nous étions des précurseurs !).

Voici ce que nous écrivions alors :

Le traitement de l'aléatoire au collège, objectifs généraux :
Donner une « culture » de l'aléatoire à tout citoyen, et faire en sorte que de très solides « intuitions » puissent se développer :

1. être capable de distinguer ce qui ressortit à l'expérience aléatoire (hasard « calculable ») de ce qui ressortit à la contingence fortuite, et être capable d'avoir un esprit critique devant certaines affirmations des médias ;
2. être capable de déterminer a priori la probabilité de phénomènes aléatoires en utilisant diverses stratégies ;
3. « intégrer » le fait que la probabilité d'un événement est la limite des fréquences observées.

Le programme du collège devra fournir une assise solide pour l'enseignement des probabilités en seconde, et de la statistique inférentielle dans les classes scientifiques du lycée.

Et nous terminions par les propositions suivantes (que je vous laisse comparer avec le nouveau programme de troisième) :

Voici ce que, pour nous, pourraient être les acquis des élèves en fin de collège :

Savoir ce qu'est une expérience aléatoire : c'est tout d'abord une expérience (au vrai sens du terme : on doit réaliser) ; cette expérience peut être décrite par un « protocole », elle peut être répétée (au moins en théorie) autant de fois que l'on veut dans les mêmes conditions, on peut en déterminer à l'avance la liste des issues, on ne peut prévoir quelle en sera l'issue au moment où on la réalise. L'idée étant « le hasard n'a pas de mémoire ».

(*) Cet article a déjà été publié (sans l'annexe) dans « LE PETIT VERT », bulletin de la régionale Lorraine, nº 97 de mars 2009, téléchargeable sur le site http://apmeplorraine.free.fr .

(**) jacverdier@orange.fr

(1) Cette brochure est toujours en vente à l'IREM de Lorraine, pour la modique somme de 3 € (voir http://www.irem.uhp-nancy.fr/). Voir aussi la rubrique « Matériaux pour une documentation » du Bulletin APMEP nº 439.

Savoir qu'il y a « égale probabilité » (dite en termes de « chances ») dans un certain nombre de cas : lancer d'une pièce, lancer d'un dé, tirages de boules au loto, roulette à secteurs égaux, etc. Le raisonnement que doit faire l'élève étant du type « *Il n'y a pas plus de chances que ceci arrive plutôt que cela* », pour des raisons de symétrie, de régularité des objets, … (ce qu'on appelait à la Renaissance la Géométrie du Hasard).

Savoir que ce n'est pas parce qu'il y a k possibilités qu'il y a « une chance sur k » que l'événement se produise. Exemples : une roulette dont les secteurs sont inégaux, une urne contenant des boules de couleurs en proportions différentes. Les élèves devront avoir construit des « modèles mathématiques » correspondant à ces expériences : probabilités proportionnelles aux secteurs (aux arcs de circonférence, aux angles au centre) dans le premier cas, probabilités proportionnelles aux nombres de boules de chaque couleur dans le second cas.

Observer des « fluctuations d'échantillonnage » : sur des cas simples (comme pile/face, dés), avoir fait des statistiques sur un grand nombre de coups (une centaine), et comparer avec les résultats des autres (le professeur apportera l'information concernant d'autres classes, d'autres années, ...) ; traiter statistiquement ces fluctuations. Se rendre compte qu'on est peut-être loin de la probabilité attendue (on pourra faire la comparaison en termes d'espérance *théorique*, calculée comme une moyenne : par exemple, si on lance 100 fois une pièce, on espère *théoriquement* 50 « PILE »).

Un objectif final (dont nous ne savons pas s'il peut être atteint à ce stade) serait : savoir faire la différence **de nature** entre une fréquence observée (a posteriori) qui est du domaine de la statistique, et une probabilité (déterminée a priori).

Depuis un an, beaucoup de documents ont été publiés sur l'enseignement des probabilités en troisième et de nombreuses formations ont été mises en place dans les académies, où le professeur peut trouver énormément de « grain à moudre » pour préparer ses cours. Je voudrais cependant revenir ici sur trois points : certaines conceptions du hasard chez les élèves, le lien entre la probabilité et les fréquences observées, et les premières notions de probabilités avant d'aborder le programme de troisième.

Quelques conceptions du hasard

Nous avions interrogé 702 élèves (de six collèges) : chaque élève répondait à trois ou quatre questions choisies parmi onze. Voici quelques résultats extraits de cette étude.

Question posée à 235 élèves de sixième, cinquième et quatrième : « **En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : un 2 ou un 6 ? Pourquoi ?** ».
35 % répondent « **un 2** » ; **12 %** répondent « **un 6** » ; **42 %** répondent correctement, et **11 %** ne répondent pas à cette question. **72 %** des élèves ayant correctement répondu justifient leur réponse.
Remarques : Le dé fait partie de l'expérience personnelle de l'élève dans le cadre de

différents jeux. Cette « expérimentation » semble brouiller l'analyse de la situation. Ainsi Éric (Sixième) écrit « *À mon avis, on a plus de chance sur le 2, car je tombe toujours sur un 2* ». Bruno (Cinquième) répond aussi « *C'est le 2, car c'est rare qu'on tombe sur le 6* ». Autre explication pour Alison (Quatrième) : « *C'est plus facile d'obtenir un 2 car 6 est le plus grand chiffre qu'il y a sur un dé* ».

Autre question : « **On joue avec deux dés, en les lançant chacun notre tour. Je prétends que c'est plus difficile pour moi de faire un double six que pour toi de faire un double trois. Ai-je raison ?** »
53 % des 204 élèves testés répondent exactement. Exemples de réponses correctes : « *Non ; vous avez tort* » ; « *Il y a autant de chances* » ; etc.
73 % des 204 élèves ont fourni une justification à leur réponse. Parmi ceux-ci, **34 %** ont fourni une justification considérée comme correcte.
Exemples de réponses fournies par les élèves :

- Non, car ce n'est pas des chiffres, c'est le HASARD (*en énormes caractères*) qui décide (Sixième).
- Il n'y a pas de raison, c'est aussi dur de faire le double de six que le double de trois, parce que c'est deux doubles (Cinquième).
- Tous les deux sont pareils, il faut juste avoir de la chance (Cinquième).
- Non, cela est aussi difficile car 3 et 6 sont en face (Cinquième).
- Non, car c'est la même chose sauf que les nombres sont différents, pour moi c'est de la chance. Ou alors les six sont plus grands que les trois donc c'est plus dur à faire (Quatrième).
- Non, 3 ou 6 c'est pareil. Mais remarque, je trouve que faire 6 c'est plus dur, je ne sais pas pourquoi mais quand je joue je fais difficilement 6 (Quatrième).
- Non, car tous les deux ont autant de chances de faire un double de six qu'un double de trois. Mais c'est quand même plus difficile de faire un double de six (Sixième).
- Oui, car un double trois sort souvent, et plus facilement que le double six (Cinquième).

Nous avions également testé 145 élèves de première (avant qu'ils n'abordent le chapitre des probabilités) sur quatre questions. En voici deux :

Nous avons fourni aux élèves une statistique des tirages des 49 boules du loto depuis que ce jeu existe(2) et nous leur demandions : « **Ces informations peuvent-elles être utiles à un joueur pour jouer la prochaine fois, et pourquoi ?** ».
35 % répondaient que ces informations étaient **inutiles**, en évoquant le fait que ces résultats étaient dus uniquement au hasard, avec parfois des remarques fort pertinentes : « *Les tirages précédents n'influencent pas le prochain tirage* », « *Ce qui s'est passé avant n'intervient pas* », etc.
34 % répondaient que ces informations étaient **utiles**, et qu'il fallait choisir les numéros ***qui étaient sortis le plus souvent*** ; **6 %** répondaient que ces informations étaient **utiles**, mais qu'il fallait jouer les numéros ***qui étaient sortis le moins souvent*** (avec des explications du type « *les boules qui sont le plus*

(2) Ces statistiques sont disponibles sur http://lotoscope.com/statistiques.php3 et portent sur près de 5 000 tirages.

sorties ne sortiront plus une nouvelle fois », « *ça a tendance à s'égaliser* », … J'ai même eu une fois un élève de BTS qui, après le cours de probabilités, m'a expliqué que « *d'après la loi des grands nombres, ce sont les numéros qui sont le moins sortis qui ont la plus forte probabilité de sortir la prochaine fois* »…
Les autres réponses (un quart des sondés) sont plus ou moins explicites, avec quelquefois des explications floues (« *C'est utile, car grâce à ces chiffres, les gens vont pouvoir calculer* »), amusantes (« *C'est inutile, les gens jouent leurs dates de naissances* ») ou inexistantes.

Second exemple en première : « **Si je lance simultanément deux pièces de 1 F, il y a une chance sur trois de voir 1 pile et 1 face » : cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?** »
Les **deux tiers** des élèves répondent qu'elle est **vraie**, la très grosse majorité d'entre eux expliquant qu'il y a trois possibilités : soit deux « Pile », soit deux « Face », soit un de chaque. **Un sur cinq** répond que c'est **faux**, mais seulement 6 sur les 154, dont trois doublants, donnent une explication exacte. Les 15 % de réponses restantes sont diverses, mais deux élèves disent « *Il faudrait faire l'expérience pour pouvoir répondre* ».

On trouvera en annexe des informations complémentaires sur les questions posées et les réponses apportées.

Probabilités et fréquences observées

Cette dernière réponse d'élève est celle sur laquelle je rebondis pour proposer « l'expérience aléatoire ». Le « protocole » est simple : chaque élève jette d'assez haut les deux pièces (pour qu'il n'y ait pas de « tricherie » possible) au minimum 25 fois, et fait la statistique des résultats : deux « Pile », deux « Face », ou un de chaque. On organise ensuite un recensement global (qui porte sur 500 à 1000 lancers) et on « observe » : on est généralement très loin des proportions attendues par les élèves (1/3, 1/3, 1/3) et plutôt dans les environs de 1/4, 1/4, 1/2, ce qui permet de mettre sérieusement en doute l'affirmation initiale majoritaire. Cela deviendra la nouvelle conjecture, mais qui devra être justifiée par un raisonnement théorique à bâtir.

On a beaucoup parlé de l'expérience des punaises, qui retombent sur le dos ou sur la pointe. Là, le problème se complique : il faut d'abord supposer l'existence **a priori** de la probabilité d'une des deux issues, l'expérience étant construite pour en donner une estimation. Il faut ensuite bien définir le protocole expérimental, l'expérience devant pouvoir être répétée (au moins en théorie) <u>autant de fois que l'on veut dans les mêmes conditions</u>. Il faut donc déjà travailler avec le même type de punaises pour tous ; il faut également choisir la surface sur laquelle on lance (il y a des phénomènes de rebond qui ne sont pas anodins) ; lancer une seule punaise un grand nombre de fois n'équivaut peut-être pas à lancer un grand nombre de punaises en une seule fois), etc.

Nos élèves connaissent un certain nombre d'expériences qui semblent aléatoires, mais ne le sont aucunement : prenons par exemple le jeu télévisé « La roue de la fortune ». Les candidats essayent de « viser » une case qui leur est favorable, par exemple la case à 10 000 €. Mais la roue est très lourde et peut difficilement faire plus d'un tour ; aussi les candidats essayent-ils de calculer l'impulsion qu'ils lui donnent afin qu'elle s'arrête au bon endroit. Si l'on pouvait s'entraîner un peu plus, avec l'expérience on arriverait souvent au but (c'est comme la pétanque ou le tir à l'arc : il y a des champions). Où est l'aléatoire dans ce jeu ? (Et pourtant le modèle de la roue est un bon modèle pour les probabilités).

Se pose également un problème théorique que l'on ne peut pas aborder au collège : la loi des grands nombres, que l'on exprime en termes usuels par « la fréquence observée tend vers la probabilité », convergence extrêmement lente, et pas du tout monotone : à chaque « coup », on a en effet au moins une chance sur deux que la fréquence observée s'éloigne de la probabilité théorique (ce qui est contraire à la notion « intuitive » de limite). Par ailleurs, les résultats des expérimentations fluctuent de façon importante (c'est facile à observer) : on ne peut donc pas s'appuyer sur les seules observations et sur une loi des grands nombres intuitive pour déterminer des probabilités à ce niveau.
Certaines propriétés devront donc être affirmées comme vraies par le professeur (et non vérifiables expérimentalement), de la même façon que le professeur de géographie affirme au collège que la Terre est ronde et qu'elle tourne autour Soleil.

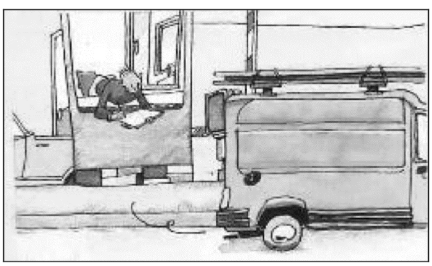
L'initiation aux probabilités dès la sixième ?

Je ne donnerai ici qu'un seul exemple, celui des classes de première et deuxième année d'E.S.O. (enseignement secondaire obligatoire) en Espagne, qui font suite à l'école primaire, mais un an plus tard qu'en France (élèves de 12 ans et 13 ans).
Les programmes diffèrent légèrement d'une communauté autonome à une autre, certaines adoptant un programme « madrilène », d'autres leur propre programme. Les objectifs ;

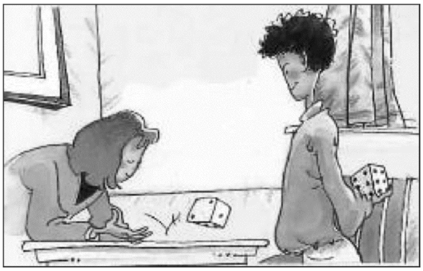
- Obtention, par des moyens empiriques, d'informations sur la régularité dans les situations aléatoires ;
- Techniques simples d'attribution de probabilités ;
- Attitude positive dans la quantification du probable.

Le plus simple est de donner, sans commentaire, des exemples directement extraits d'un manuel de première année de « collège », chapitre « Hasard et probabilités ».

Exercices d'introduction :



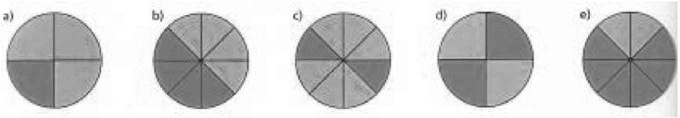
• À la caisse de péage d'une autoroute, l'employé note la dernière lettre de la plaque d'immatriculation des voitures qui passent(3). Au bout de trois heures, il a ainsi accumulé beaucoup d'information. Peut-il prédire quelle sera la dernière lettre de la prochaine voiture ?



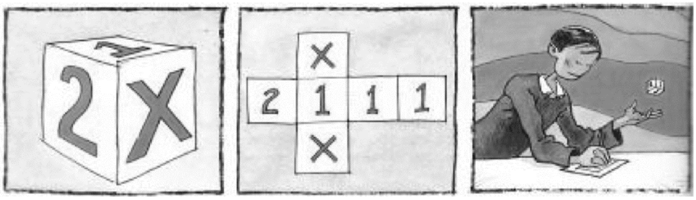
• Yolanda et Alberto sont en train de jouer, chacun avec un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Mais Alberto est un tricheur, et a trafiqué son dé pour qu'il y ait six sur toutes les faces. Quand Yolanda lance son dé, pouvons-nous prédire quel nombre sortira ? Quand Alberto lance son dé, pouvons-nous prédire quel nombre sortira ?
L'expérience de Yolande est une expérience aléatoire, car on ne peut pas prévoir le résultat ; mais celle d'Alberto n'est pas une expérience aléatoire, car nous savons d'avance le résultat.

Pour pratiquer :

• Observe les roulettes suivantes : sur lesquelles la couleur rouge et la couleur verte ont-elles la même probabilité de sortir ?

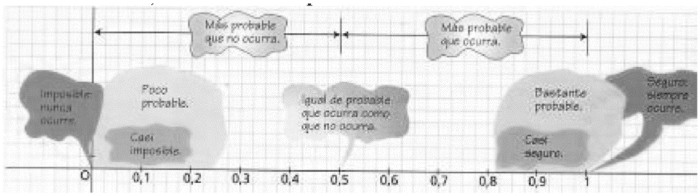


• Un dé spécial comporte trois faces avec un 1, deux faces avec un X et une face avec un 2. On lance le dé. Tous les résultats sont-ils équiprobables ? Qu'est-ce qui sera le plus facile à obtenir ? Qu'est-ce qui sera le plus difficile à obtenir ?



• Dans le « cours », une « échelle de probabilité(4) » :

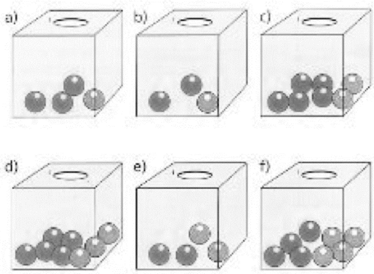
(3) Nous avons modifié l'énoncé initial : les plaques espagnoles sont désormais du type 4 chiffres + 3 lettres, par ex. 1234 BCD, sans différenciation entre les provinces.
(4) Au dessus de d'échelle, il est écrit : « C'est plus probable que ça ne se produise pas » sur la double flèche de gauche, et « C'est plus probable que cela se produise » sur la double flèche de droite. Les nuages grisés du bas (qui sont en couleur dans le manuel)



Quelques exercices :

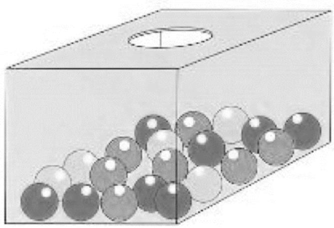
• On lance un dé sur lequel sont inscrits les nombres de 1 à 6. Y a-t-il un des nombres qui sera plus difficile à obtenir que les autres ? Y a-t-il un des nombres qui sera plus facile à obtenir que les autres ?

• On tire, sans regarder, une boule de chacune des urnes que nous te présentons. Dans laquelle est-il le plus probable d'obtenir une boule rouge ?



Et un des exercices les plus difficiles à ce niveau :

• On extrait une boule au hasard de l'urne ci-dessous. Donner la probabilité :
a) qu'elle soit rouge.
b) qu'elle soit verte.
c) qu'elle soit jaune.
d) qu'elle ne soit pas rouge.
e) qu'elle ne soit pas verte.
f) qu'elle ne soit pas jaune.



correspondent de gauche à droite à « Impossible que cela arrive » (pour 0), « Quasiment impossible », « Peu probable », « La probabilité que ça arrive ou que ça n'arrive pas est la même » (pour 0,5), « Assez probable », « Quasiment sûr » et « On est certain que cela se produira » (pour 1). [Traductions approximatives)].

ANNEXE

LES QUESTIONNAIRES DISTRIBUÉS AUX ÉLÈVES

1. Questionnaires destinés au collège.

Les questionnaires cités dans l'article ont été proposées dans des classes de Sixième, Cinquième et Quatrième de six collèges de diverses académies. Chaque élève avait un questionnaire (de quatre ou trois questions) sur lequel il devait répondre en une vingtaine de minutes, sans faire de brouillon, mais en justifiant ses réponses ; des élèves voisins ne devaient pas avoir le même questionnaire.

Voici les 11 questions posées (*les deux premières sont analysées dans l'article*) :

Q1. En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : un 2 ou un 6 ? Pourquoi ?

Q2. On joue avec deux dés, en les lançant chacun notre tour. Je prétends que c'est plus difficile pour moi de faire un double six que pour toi de faire un double trois. Ai-je raison ?

Q3. Anne et Pierre décident d'acheter un billet à la loterie. Anne dit : « *Donnez-moi un billet qui termine par 3* ». Pierre dit : « *Ce serait mieux qu'il se termine par 9* ». Lequel des deux a raison ? Pourquoi ? Peut-on prévoir à l'avance par quel chiffe se terminera le numéro gagnant le gros lot ?

Q4. Jean a lancé une pièce de monnaie, et a obtenu 5 fois de suite FACE. Vous voulez la relancer ; pouvez-vous prévoir si ce sera PILE ou FACE ? Pourquoi ?

Q5. Au péage d'une autoroute, un employé note le premier chiffre de la plaque de toutes les voitures françaises qui passent (par exemple, pour le numéro 758 TB 88, il note 7). Il a fait cela pendant plus de trois heures, et possède énormément de données. Peut-il prévoir quel sera le premier chiffre du numéro de la prochaine voiture qui passera ? Pourquoi ?

Q6. Céline et Paul jouent aux dés, chacun avec son dé. Mais Paul est un peu tricheur, et a échangé son dé avec un autre qui n'a que des 6 sur toutes les faces. Quand Céline lance son dé, peut-on prévoir quel numéro sortira ? Et quand Paul lance le sien ? Pourquoi ?

Q7. En lançant une pièce, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : PILE ou FACE ? Pourquoi ?

Q8. On a fabriqué un dé spécial pour faire des paris. Il a trois faces avec un 1, deux faces avec un X, et une face avec un 2. Si on le lance, qu'est-ce qui sera le plus facile à obtenir ? Et qu'est-ce qui sera le moins facile ? Pourquoi ?

Q9. On lance deux dés. Si le total des deux est supérieur à 9, tu marques un point ; si cette somme est inférieure à 4, c'est moi qui marque un point. Qui a le plus de chances de gagner ?

Q10. Dans un jeu de société, tu dois faire un total de six pour commencer à jouer. Tu peux lancer au choix un seul dé, ou deux dés. Que choisis-tu ? Et s'il fallait faire un total de cinq ?

Q11. On lance deux dés. Si le total des deux est un nombre impair, tu marques 10 points. Si c'est un double six qui est sorti, je marque 100 points. Qui a le plus de chance de gagner ?

Ces questionnaires sont très fortement inspirés d'exercices et d'activités d'un manuel espagnol et d'un fichier d'activités en usage dans le canton de Neuchâtel (CH).

Analyse des réponses aux questionnaires

Pour chaque question, nous avons recensé les réponses exactes (qu'elles soient justifiées ou non), puis les réponses pour lesquelles il y avait une justification. Parmi ces dernières, nous avons également comptabilisé les élèves pour lesquels la justification donnée nous semblait « valable » (bien sûr, il y a là une part de subjectivité, certaines réponses étant très difficiles à interpréter).

Pour les questions 1 et 2, voir dans le corps de l'article. Voici quelques informations sur les autres questions.

Q3. (*Le billet de loterie*). 263 élèves questionnés.
28 % des élèves ne répondent pas, et 7 % répondent sans aucune justification. Seuls **40 %** des élèves ont fourni la bonne réponse assortie d'une justification qui nous a semblé correcte. 8 % pensent que Anne et Pierre ont tous deux raison, 7 % que Pierre a raison et 6 % que Anne a raison. Quelques exemples de justifications données ; « *Je dis que c'est Pierre qui a raison parce que 9 est mon chiffre porte-bonheur* » ; « *Ni l'un ni l'autre, car on ne connaît pas le nombre de lots* » ; « *Les deux peuvent gagner mais Pierre a plus de chances car c'est le nombre le plus élevé* » ; « *Aucun n'a raison car ils sont tous les deux dans la table de 3* » ; « *Peut-être bien qu'on peut le prévoir, mais il faut faire un calcul super compliqué* » ; …

Q4. (*Jean a obtenu 5 fois FACE de suite…*). Seuls 3 élèves sur 263 ne répondent pas à cette question. **68 %** des élèves ont fourni la bonne réponse assortie d'une justification qui nous a semblé correcte. Quelques exemples de réponses données : « *Non car ça dépend comment il la jette* » ; « *Ce sera FACE car la pièce est identique des 2 côtés* » ; « *On peut prévoir que ce sera PILE car face on l'obtient 5 fois de suite* » ; « *Ce sera FACE car il a obtenu 5 fois de suite FACE* » ; « *Oui il peut peut-être prévoir s'il a un truc — car c'est un miracle 5 fois de suite FACE, c'est qu'il a un truc* » ; « *La pièce tombera sur PILE car c'est à la sixième fois qu'on perd toujours* » : …

Q5. (*Au péage d'une autoroute…*). 9 % ne répondent pas à cette question. **68 %** des élèves ont fourni la bonne réponse assortie d'une justification qui nous a semblé correcte. Parmi les réponses proposées ; « *Non car il a une chance sur un milliard de savoir le numéro* » ; « *Il me semble que non mais par contre il pourrait faire des statistiques* » ; « *Non on ne peut pas prévoir, à part s'il y a un chiffre qui est souvent sur sa feuille ; par ex si le 3 est marqué le plus souvent il y a plus de chance que la prochaine voiture aura le numéro 3 comme premier chiffre* » ; …

Q6. (*Céline et Paul jouent aux dés…*). 5 % des élèves ne répondent pas. **71 %** des élèves ont fourni la bonne réponse assortie d'une justification qui nous a semblé correcte. Ici peu de réponses « originales », les élèves qui ont répondu ont clairement dit que pour Céline il était impossible de prévoir mais que comme Paul avait triché c'était évidemment possible.

Q7. (*Le plus facile à obtenir, PILE ou FACE ?*). 14 % de non-réponse. **56 %** des élèves ont fourni la bonne réponse assortie d'une justification correcte. De nombreux élèves ayant privilégié « PILE » ou « FACE » se fient à l'aspect matériel de la pièce. Par exemple, Nicolas (Quatrième) écrit « *On peut tomber sur FACE car la pièce est plus lourde de ce côté, comme le dessus est plus gros* ». De même, Sylvain (Sixième) pense que « *Le plus facile à obtenir c'est FACE, car FACE est plus lourd que PILE* ».

Q8. (*On a fabriqué un dé spécial…*). Sur 235 élèves interrogés, 11 % ne répondent pas à cette question.
À la question « *Qu'est-ce qui sera le plus facile ?* » **76 %** répondent correctement : le « 1 ». À la question « *Qu'est-ce qui sera le moins facile ?* » seuls **67 %** répondent correctement : le « 2 ». On peut considérer que, dans l'ensemble, cette question est bien traitée, avec des justifications claires.

Q9. (*On lance deux dés…*). Ont été comptées comme correctes les réponses du type « *C'est moi qui ai le plus de chances* », « *C'est celui qui fait > 9* », etc. ; parmi les réponses fausses, nous avons comptabilisé à part les élèves pour lesquels il y avait égalité de chances. Sur les 204 élèves testés, **52 %** donnent la réponse exacte. Un tiers des élèves ont répondu qu'il y avait égalité de chances (réponse fausse). Seuls **11 %** ont fourni la bonne réponse assortie d'une justification qui nous a semblé correcte.
Exemples de réponses données par les élèves : « *Celui qui a le plus de chance c'est celui qui aura fait plus de 9. Parce que comme il y a deux dés, on a plus de chances que le résultat soit supérieur à 9, mais il se peut que le nombre soit inférieur à 4, seul le hasard peut décider des choses* » ; « *Moi, parce que avec deux dés il est plus facile de faire un gros chiffre qu'un petit* » ; « *On a les mêmes chances de gagner, car après 9 il y a 10, 11, 12 ; et avant 4 il y a 3, 2, 1. Il y a donc 3 chiffres possibles dans chaque cas* » ; « *C'est toi qui as le plus de chance car le maximum est de 12 et le minimum de 2. Donc tu as l'écart le plus petit avec le nombre maximum que tu dois faire* » ; « *C'est moi qui ai le plus de chances : 9 + 2 = 11, moi j'ai 11 chances ; 4 + 2 = 6 vous en avez 6* » ; « *Moi, car il y a deux dés, s'il n'y en avait qu'un c'est l'autre qui pourrait gagner* » ; « *C'est moi, parce que pour 9 il faut deux dés* » ; etc.

Nous n'avons pu exploiter que les deux dernières questions. En effet, les élèves n'ont manifestement pas du tout compris la question 10, et, en ce qui concerne la question

11, il fallait y lire implicitement « Qui a le plus de chance de gagner (ou qui gagnera le plus d'argent) si on répète ce jeu pendant très longtemps ? ». Pratiquement tous les élèves ont répondu qu'ils avaient beaucoup plus de chances de marquer leurs 10 points (sous-entendu en un coup) que moi de marquer mes 100 points.

2. Questionnaires destinés au lycée (classe de première).

La première question est analysée dans le corps de l'article.

Seconde question. Que penses-tu de l'affirmation suivante (est-elle vraie, est-elle fausse, ...) ? Argumente ta réponse. « **Il y a une chance sur deux pour qu'il fasse beau demain matin à 10 heures** ».

95 réponses sur 154 questionnaires relevés (près des deux tiers) validal ce type de raisonnement :
88 réponses du type « OUI, car soit il fait beau, soit il ne fait pas beau » ;
4 réponses du type « NON, car il y a plus de deux sortes de temps » ; exemple : « *Il peut faire beau ou pleuvoir ou neiger, donc une chance sur trois* » ;
3 réponses OUI, c'est vrai, sans plus de justification.

26 réponses infirment ce type de raisonnement, dont 20 réponses expliquant clairement qu'à cette saison, il y a beaucoup plus de chance qu'il fasse mauvais. Exemples : « *On est en hiver, donc il y a plus de chances qu'il fasse mauvais* » ; « *Il neige aujourd'hui, il fera sûrement mauvais demain* » ; « *Il neige aujourd'hui. Demain il fera froid. Il y a une chance sur 1000 qu'il fasse beau* ».

32 réponses sont parfois difficiles à interpréter. Mais parmi celles-ci, certaines parlent de la prévision météo en général : « *Le temps est imprévisible* » ; « *Trop de facteurs entrent en jeu* » ; « *Le temps qu'il fera n'a rien à voir avec la chance* » ; « *Il faut écouter ce que la météo prévoit pour demain* » ; « *On ne peut pas estimer les chances probables du beau ou du mauvais temps : rien n'arrête la nature* » ; « *On ne peut pas prévoir le temps : même la météo se trompe* ».

Troisième question. Que penses-tu de l'affirmation suivante (est-elle vraie, est-elle fausse, ...) ? Argumente ta réponse. « **Si je lance simultanément deux pièces de 1 F, il y a une chance sur trois de voir 1 pile et 1 face** ».

102 réponses « **VRAI** » (soit plus des deux tiers des élèves).
92 expliquent qu'il y a trois combinaisons possibles, que c'est soit deux « PILE », soit deux « FACE », soit un de chaque, donc il y a bien une chance sur trois ;
4 disent que c'est vrai parce qu'il y a trois possibilités : « PILE », « FACE » et … « sur la tranche » ;
2 disent que c'est vrai parce qu'il y a 2 pièces ;
3 disent que c'est vrai, mais sans aucune justification ;
1 écrit « *C'est possible, car je vous fais confiance* » (!).

29 réponses « **FAUX** ».
6 d'entre eux (un par classe en moyenne) font le raisonnement correct amenant à 1/2, dont 3 doublants qui font un arbre des possibilités. Un exemple d'argumentation :

« *Non, on a une chance sur deux car la combinaison peut se faire deux fois : pile face et face pile* » ;
6 écrivent qu'il y a une chance sur deux car il y a deux pièces ;
1 écrit qu'il y a une chance sur 2 car une pièce fait soit pile, soit face ;
3 élèves écrivent qu'il y a une chance sur 4 car il y a en tout 2 piles et 2 faces ;
1 écrit qu'il y a une chance sur 4 « *car pour le premier lancer il y a une chance sur deux d'avoir pile, et pour le second il y a une chance sur deux d'avoir face. Donc la probabilité est de 1/2 × 1/2 = 1/4* » ;
1 a calculé qu'il y avait une chance sur 4 car il y a 2 piles, 2 faces, et 2 « sur la tranche » ;
10 élèves écrivent qu'il y a une chance sur 2 ou une chance sur 4, mais sans aucune justification ;
1 a écrit qu'il y a « *plus de possibilités* ».

23 réponses diverses, dont :
6 élèves affirmant qu'il est impossible de le savoir ;
3 que cela dépend de la façon dont on lance les pièces ;
2 qu'il faut faire l'expérience pour pouvoir répondre ;
7 réponses sont difficiles à classer ou à interpréter ;
5 non-réponse.

Quatrième question. Fred joue à pile ou face et a déjà lancé trois fois sa pièce de 1 F ; il a obtenu Pile les trois fois. Qu'est-ce qui est le plus probable pour le prochain coup : Pile ou Face ? et pourquoi ?

Sur 78 élèves qui ont eu cette question :
22 réponses (exactes) du type « égale probabilité », « une chance sur deux », « 50-50 », « aucune n'est plus probable ».
22 réponses ambiguës, qui ne disent pas clairement ce qui est le plus probable, du type « *On ne peut pas savoir ce qui va sortir, car c'est le hasard* », etc.
9 réponses « C'est FACE » avec des arguments du genre « *car il ne peut pas tomber plus de 3 fois de suite sur PILE* », « *car on a déjà eu 3 PILE* », « *car il y a autant de PILE que de FACE* », …
8 réponses « C'est PILE » avec des arguments du genre « *s'il a de la chance* », « *car on a déjà eu 3 PILE* », « *C'est le plus probable, c'est déjà arrivé 3 fois* ».
6 réponses du type « on ne peut pas le savoir », dont : « *on ne peut pas le savoir, sauf si la pièce est truquée* », « *on ne peut pas savoir, ça dépend de la force émise, de la façon dont c'est fait : la probabilité n'est pas ici de mise* », « *on ne peut pas le savoir : PILE pourrait bien tomber une dizaine de fois de suite* ».
13 réponses plus difficiles à interpréter, par exemple : « *Un des deux, c'est le hasard ; mais s'il lance la pièce de la même façon il obtiendra sûrement PILE* », « *Les deux sont possibles, c'est un jeu de hasard où la probabilité est infime* », et 7 non-réponse.