Henri BAREIL
4 / 11 / 88

RÔLE DES FIGURES A PROPOS DU RAISONNEMENT

1. DU PARTICULIER A L'UNIVERSEL

Les problèmes de géométrie conduisent à établir des propriétés vraies pour tel ou tel type de configuration. Or les libellés scolaires classiques peuvent masquer cette recherche d'universalité. Voici, par exemple, le problème : « Dessiner un quadrilatère ; étudier la configuration des milieux des côtés ». L'étude demandée conduit, implicitement, à établir une propriété vraie pour tout quadrilatère de départ alors qu'il y a un et un seul quadrilatère dessiné. Mais comment un néophyte le saura-t-il ?

Cela doit d'abord être nettement explicité.

Sinon, lorsqu'un élève dessine, au départ, un rectangle, pourquoi lui reprocher de s'arrêter à la conclusion que ses milieux forment un losange ?

Une figure n'offre donc alors qu'un support d'exemple, ce qui en fixe à la fois la contingence et l'intérêt.

2. INTERÊT ACCORDÉ AUX FIGURES-EXEMPLES :

- soit pour conduire à des conjectures, mais il faudra alors varier les figures en agissant sur leurs éléments libres, par exemple, pour le problème du § 1, sur les angles, les longueurs des côtés, des diagonales, ...
  Il s'agit là de la chasse, essentielle, aux « figures particulières » qui parasitent les données par des particularités un peu trop agissantes et capables de fausser les conjectures.

- soit pour servir de contre-exemples. Ainsi le cas particulier évoqué au § 1 infirmerait-il l'affirmation « les milieux des côtés forment un rectangle » ... (du moins si le rectangle de départ n'est pas un carré ...)

3 CONJUGAISON AVEC LES EFFETS DES TRADUCTIONS D'HYPOTHÈSES PAR DES TRACÉS

3.1 Ceux-ci sont naturellement imparfaits, approximatifs.
Les exemples ou contre-exemples ne peuvent donc jouer qu'à condition de ne pas être viciés par ces approximations. Examinons quelques situations :

Situation 1 : Un élève non prévenu trace les symétriques A' et B' de deux points A et B par rapport à une droite Δ : les droites A'B' et AB se couperont souvent hors de Δ !

Situation 2 : A partir d'un triangle avec un angle obtus, on peut infirmer, par le seul dessin, l'affirmation plaçant toujours l'orthocentre d'un triangle à l'intérieur de celui-ci.

Il y aurait donc lieu d'évaluer l'effet des approximations et de proposer des « encadrements de tracés ». Ceux-ci justifieraient ce que nous disons à propos de la situation 2. Ils pourraient faciliter un questionnement sur l'intersec-tion des droites A'B' et AB dans la situation 1.

3.2. Les tracés peuvent se vouloir approximatifs.

Il s'agit alors des figures à main-levée.

Leur intérêt : éviter de présenter comme évidentes des propriétés sur lesquelles il y a lieu de s'interroger. Ainsi, en 4°, pour le problème « Soit un rectangle ABCD, le milieu I de [AB], le symétrique E de C par rapport à I. Etudier la dispo-sition des points E, A, D » : Une figure soignée masque le fait qu'il y a lieu de s'interroger sur l'alignement de E, A, D (aussi bien que sur AE = AD). Une figure à main-levée pose bien mieux les questions.

Leur inconvénient : inciter à sous-tendre le raisonnement par une prise en compte de dispositions erronées d'éléments de la figure : cf les « démonstrations » classiques identifiant les angles obtus et les angles droits ou « prouvant » que tout triangle est isocèle.

Mais cet inconvénient a très peu l'occasion d'être efficace et ne doit pratiquement pas minorer l'intérêt des figures à main-levée.

4 DIFFICULTÉS DANS LA PERCEPTION DES FIGURES

En voici quelques-unes :

4.1. Difficultés dues au travail à partir de deux langages : celui d'un énoncé ou d'une situation, celui de la figure. Aussi gagne-t-on à jeter entre eux les passerelles que sont (au moins tant qu'elle est simple) le codage et le décodage d'une figure

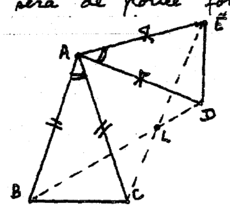
4.2 L'emprise de directions privilégiées (« verticale », ..., liées aux bords d'une feuille ou au quadrillage) ou de disposi-tions privilégiées (losange « sur la pointe », ...) qui obèrent les programmes de construction ou les possibilités de reconnaissance des formes

4.3. La nécessité éventuelle d'étendre la figure ou, inversement, d'en abstraire une partie. Dans ce dernier cas, cette partie décelée, il est commode de la prélever sur un calque, ce qui donne une grande flexibilité d'emploi avec réinsertion quand on le veut.

4.5 L'utilité, une figure étant donnée, d'une recherche de façons de la construire.

4.6. La difficulté de percevoir, ou de percevoir de façon opérationnelle, les symétries, ou translation, ou rotation, ... laissant une figure globalement invariante.

4.7. Le risque d'enfermer une figure dans une définition, serait-elle très féconde, elle ne saurait répondre préférentiellement à tout, et ne doit pas obérer d'autres caractérisations. Par exemple, soit la définition du triangle isocèle à l'aide de la symétrie. Elle sera de portée fort limitée dans la situation proposée par la figure ci-contre et qui interrogerait sur [BD], [CE] et $\widehat{BLC}$. Par contre la définition élémentaire du triangle isocèle, jointe à un cas d'égalité, répondrait pour BD = CE.



Et, pour $\widehat{BLC} = \widehat{BAC}$ aussi bien que pour BD = CE, il serait très opérationnel d'avoir aussi caractérisé le triangle isocèle comme triangle tel qu'il existe une rotation, centrée en un sommet, qui envoie un côté sur un autre.

5 LES PROBLÈMES LIBRES À PARTIR DE FIGURES :

Ils sont aussi multiples qu'attractifs :

— Recherche d'un minimum de données pour reconstruire une figure (donnée) ; divers choix possibles ; compatibilités en cas de surabondance des données ... (on trouve tout cela dans les figures dites « téléphonées »)

— Une figure étant donnée, avec des hypothèses, recherche libre de conjectures et de preuves pour tels éléments de la figure.

— Recherche des conséquences entraînées par la variation de tel ou tel point quand on fixe tel(s) et tel(s) autres ...