

Constructions d'objets mathématiques originaux

Dominique Souder(*)

Sur différents thèmes, du primaire à la terminale, (repérage analogique, invariants numériques, systèmes non décimaux de pesées ou de numération, congruences), on a cherché quelles mathématiques se cachent derrière certains tours de magie présentés avec des cubes numériques, des cartes spéciales ou des cartes ordinaires.

L'article ci-dessous expose deux exemples. Les réponses sont disponibles sur le site de l'APMEP, ainsi que d'autres exemples :

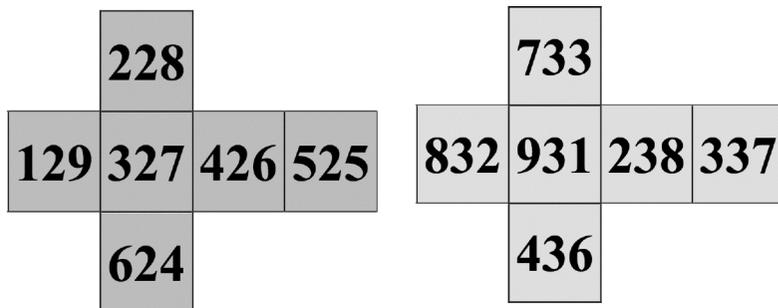
- Tours basés sur les systèmes de numération ;
- Un problème de type « pesées » ;
- Repérage analogique... ;
- Congruences : un chapelet...

Les cinq cubes magiques

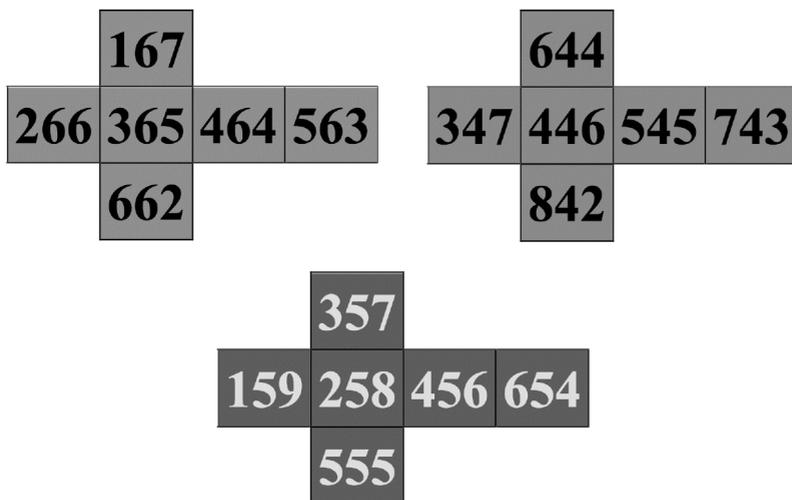
Le magicien prête une calculatrice à un spectateur pour qu'il obtienne le total de l'addition de cinq nombres de trois chiffres. Le magicien, qui calculera, lui, de tête, défie le spectateur de donner la réponse avant lui.

Le magicien demande au spectateur de bien vouloir lancer en même temps les cinq cubes, qui fourniront les cinq nombres à additionner. Le magicien donne alors instantanément le total et gagne toujours... (on peut recommencer le jeu avec divers lancers qui ne donnent pas le même total).

Sachant que le magicien n'est pas un calculateur prodige, comment fait-il ?



(*) dominique.souder@gmail.com



Aides éventuelles à la compréhension du truc du magicien :

- 1) Quel est le chiffre des dizaines sur chaque cube ?
- 2) Quelle est la somme des cinq chiffres des dizaines des cinq cubes ? Quel est le chiffre des unités de cette somme ?
- 3) Comparer la somme des chiffres des unités des nombres sortis sur les cinq cubes et le nombre formé des deux chiffres de droite du total des cinq nombres.
- 4) Calculer la somme du chiffre des unités et du chiffre des centaines de tous les nombres inscrits sur les faces de cube
- 5) Comparer la somme des chiffres des unités des cinq nombres obtenus avec la somme des cinq chiffres des centaines et de la retenue due à la somme des chiffres des dizaines.

Exercice : votre petit frère sait compter jusqu'à 400, mais commence à peine à additionner des nombres de deux chiffres. Pouvez-vous simplifier et adapter ce tour avec seulement quatre dés comportant des nombres de deux chiffres, pour lui permettre de briller devant son grand-père ?

Le mystère de la grande pyramide...

« Racine » d'un nombre...

Il ne s'agit pas de la racine carrée, mais du nombre qu'on obtient en additionnant tous les chiffres de l'écriture, et en répétant éventuellement cette opération plusieurs fois jusqu'à obtenir un nombre de 1 à 9. Exemple : à partir de 583, on calcule $5 + 8 + 3 = 16$, puis $1 + 6 = 7$, et on dit que 7 est la « racine » du nombre 583.

Imaginez maintenant **une pyramide** construite à partir de sa base ainsi : chaque nombre est la somme des deux nombres de la ligne du dessous sur lequel il s'appuie : $c = a + b$.

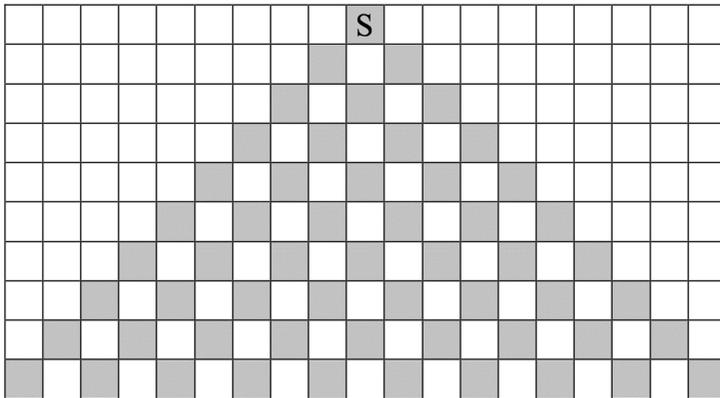
Comment le magicien fait-il ? Saurez-vous résoudre cette énigme ?

De plus en plus fort : poursuivez vos investigations en pensant au triangle de Pascal, calculez les coefficients pour des lignes de plus de six nombres jusqu'à en trouver une particulièrement intéressante...

Le secret des dix piliers de la grande pyramide

Déroulement

- après le tour des six piliers voici celui des dix piliers !
- votre ami place dix nombres à la base ;
- vous annoncez le nombre qui sera au sommet S ;
- vous faites calculer par addition toutes les cases vides, en simplifiant les nombres en leurs racines numériques ;
- vous faites vérifier à votre ami que vous aviez bien calculé de tête quel nombre serait au sommet S.



Comment le magicien fait-il ? Saurez-vous résoudre cette énigme ?

Encore un prolongement :

Tout shuss depuis le haut de la grande pyramide

À l'inverse de ce qui précède, il s'agit pour le magicien de trouver tous les nombres de la base donnant un nombre au sommet choisi et donné cette fois-ci par le spectateur. Comment fait le magicien ?