

## Enseigner ou introduire le zéro

Serge Petit et Annie Camenisch(\*)

Cet atelier avait pour objectif principal de sensibiliser les participants à la manière dont le nombre zéro est traité dans les programmes en début de l'école. Est-il considéré comme allant de soi ? Faut-il le construire avec les élèves ? Quelle est sa place dans l'écriture de 10 notamment ? Voici quelques questions que s'est posé le groupe.

Une première activité a consisté à permettre aux stagiaires eux-mêmes de faire part de leur propre conception de ce nombre, ou plutôt de la première acception qui leur vient à l'esprit quand on leur pose la question. Il est apparu naturel de s'interroger ensuite sur différentes manières de dire ce *zéro* dans la langue, puis d'orienter le travail vers l'analyse et la comparaison d'ouvrages scolaires autour du concept de zéro.

L'atelier s'est ouvert par une petite mise en bouche : la lecture de l'album *Toujours rien* de Christian Voltz [Rouergue, 1997].

### 1. Représentations du zéro par les stagiaires

Chacun des stagiaires a été invité à compléter la phrase : « Pour moi, zéro, c'est ... »

On obtient par exemple les réponses suivantes :

- le cardinal de l'ensemble vide,
- le 0 de la droite affine,
- le 0 d'un espace vectoriel,
- l'absence,
- le plus petit élément de  $\mathbb{N}$ ,
- $0 + 0 = 0$ ,
- $x - x = 0$ ,
- 0 est un chiffre, le premier chiffre,
- « nul », « aucun », « pas de »,
- élément absorbant dans la multiplication,
- compte à rebours : 5, 4, 3, 2, 1, 0.

On peut interroger plus spécifiquement le commentaire suivant visant à expliciter le zéro comme désignant l'*absence*.

« dans la numération de position 24 : deux dizaines et quatre unités, dans 20 : deux dizaines et absence d'unité ».

Cette réponse interroge sur cette *absence d'unité*, puisque 20 c'est précisément vingt unités. L'ajout de l'adjectif *libre* permet d'éviter de cacher le fait que les deux dizaines enferment des unités. Il est donc plus explicite d'écrire que 20 désigne *deux dizaines et zéro unité libre*.

(\*) serge.petit@alsace.iufm.fr ; acamenisch@wanadoo.fr.

D'autres réponses peuvent interroger :

*Le cardinal de l'ensemble vide* : tout le monde s'entendra pour dire qu'il s'agit là d'une conception fondamentale de zéro. Mais si on la compare à *zéro c'est l'absence*, d'une part on ne peut réfuter que l'absence et l'ensemble vide ont en commun de ne comporter aucun élément, d'autre part dire qu'il y a zéro fille dans la classe, ne signifie pas que la classe soit vide. Il convient alors de bien définir l'ensemble dont on cherche le cardinal. Ici, il ne s'agit pas de la classe, mais de l'ensemble des filles qui sont dans la classe. Dans ce deuxième cas, *zéro* s'oppose à *rien* ! Tout est question de référentiel, mais ces référentiels sont-ils toujours précisés en classe ?

Quand il s'agit du *0 de la droite affine*, pensons à une échelle de température... Ce zéro ne peut plus se caractériser par l'absence, il devient arbitraire.

Ces quelques considérations interrogent sur les différentes manières de dire le zéro dans la langue.

## 2. Le zéro dans la langue

À partir de supports fournis aux stagiaires (extraits de dictionnaires, *Tirer le bon numéro* de Michel BOUCHER [Actes Sud Junior], *Chiffres en friches* d'Agnès ROSENSTIEHL [Larousse, 1979]), il s'agissait de faire lire une expression chaque fois différente contenant zéro.

Expressions relevées par les stagiaires	
zéro défaut	le moral à zéro
avoir la boule à zéro	avoir zéro de conduite
remettre les compteurs à zéro	le degré zéro de la pensée
0 degré	repartir à zéro
mériter un zéro pointé	le zéro absolu
gagner par trois buts à zéro	le fromage blanc à 0%
0 € en poche	yaourt sans sucre
être au degré 0	sans sucre ajouté
les avoir à 0	une boisson « 0° »
altitude zéro	...

On peut remarquer que zéro est souvent utilisé dans des sens figurés (qui pourraient être classés et analysés). Ces nombreuses expressions peuvent créer des interférences entre le zéro dans la langue et le zéro en mathématiques, ce qui justifie la nécessité d'un travail sur le zéro hors des mathématiques (littérature, langue) et d'approfondir l'approche du zéro en mathématiques. Nous nous intéressons pour cela à quelques ouvrages de CP.

## 3. Zéro dans les ouvrages scolaires de CP

Il a été demandé aux stagiaires de relever la première occurrence de *zéro* ou 0 dans quelques manuels scolaires. Voici leurs productions.

**Production des stagiaires**

**Math tout terrain**, X. AMOYAL, J. BRUN [Bordas, 2007]

- p. 16, « le nombre zéro »
- introduit par 5, 4, 3, 2.. 0
- puis dessiner le 0, cible case 0,
- sens : absence d'élément (cardinal de l'ensemble vide)
- compter des éléments ... pas : 0

**Optimath**, R. EILLER, A. DESCAGES, [Hachette éducation, 1998]

- p. 4, dans l'écriture de 10
- pas de construction du zéro
- pas d'explication du zéro dans le 10
- élément neutre ex abrupto
- p. 43, ordre sur les nombres de 0 à 10

**Cap Math**, R. CHARNAY, M.P. DUSSUC, D. MADIÉ [Hatier, 2005]

- p. 10, nombres et quantités de 1 à 10 Première apparition dans l'écriture de 10
- pas construit
- pas écrit sous la forme zéro

**Vivre les maths**, L. CORRIEU, J. JARDY, P. VERDIER, I. PARRAIN [Nathan, 2005]

- p. 3, dans 10 (dans une comptine) associé à dix
- pas de construction du sens du zéro
- p. 5, 0 comme déjà connu

**J'apprends les maths**, avec PICBILLE R. BRISSIAUD, F. SUIRE, F. LELIÈVRE, A. OUZOULIAS, P. CLERC [Retz, 2008]

- Leçon 14 dans le 10 (sans construction)
- Un rond dans une première boîte, fausse apparition du 0
- p. 25, dans une écriture additive quand on a pour la première fois une écriture additive dans la même expression
- p. 28

**Math Thévenet +**, A. MARCANGELI, G. TRÈVE, M. TRÈVE, A. YAÏCHE [Bordas, 2008]

- p. 8, leçon 1 (dans la suite 1, 2, ..., 9, 10)
- p. 24, Leçon sur le zéro (l'élève doit indiquer 0 devant une caisse vide, sans autre explication)
- Exemples à compléter en lettres et en chiffres
- pas de bougie, 0 bougie

**Math +**, A. DAUSSE, P. BÉRAT, C. CHAMBON, P. STINVILLE [Sed, 2006]

- p. 18, on écrit ... le rond tout seul, non nommé après le 9
- p. 19, les nombres de 1 à 10, apparition dans le 10
- p. 98, les nombres de 0 à 99, tableau... pas de mot zéro

**Plic, Ploc et compagnie**, G. BLANDINO, P. BOURGUOINT [Hachette éducation, spécimen conforme aux programmes 2002]

- p. 6, reconnaître les chiffres, 0 apparaît comme un chiffre (0) à différencier des lettres, pas de sens,
- graphisme, il apparaît après le 9

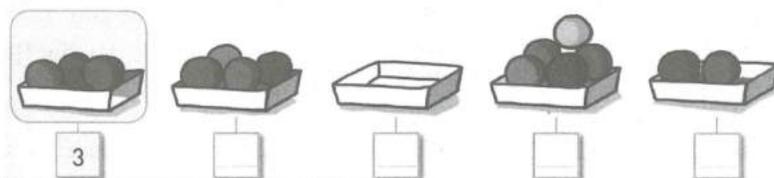
Il conviendrait d'analyser finement la manière dont le zéro est enseigné à ces pages et de s'interroger sur le sens qui est donné au zéro à ce moment là à sa première occurrence.

Dans le lot d'ouvrages fournis, un seul ouvrage consacrait une place à l'enseignement explicite du zéro.

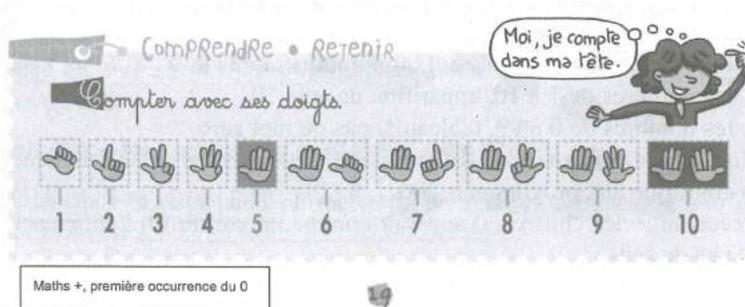
On constate finalement que peu de manuels traitent le zéro et quand ils le font, zéro est apporté sans lien avec aucune structure linguistique.



1 Colorie la caisse vide puis complète les étiquettes, comme dans l'exemple.



Math CP collection Thévenet, première occurrence du 0, p 24



#### 4. Zéro dans les albums

Le zéro n'est pas découvert par les élèves au CP, mais il est fréquenté, notamment dans des albums à compter ou albums numériques, depuis la maternelle.



Une première fréquentation du zéro par les albums peut induire certains problèmes. Afin d'analyser ces derniers, les stagiaires sont invités à choisir un album parmi une sélection proposée, à repérer la présence de zéro et à en préciser le sens.

##### Production des stagiaires

*Jamais deux sans trois* de Kveta PACOVSKA [Seuil jeunesse, 1990]

– le zéro apparaît dans le 10, après le 9, comme dans un compteur.

*Compter* de Claude DELAFOSSE et Donald GRANT [Gallimard, 1993].

– le zéro apparaît tout seul, avant le 1 : « Zéro, ce n'est pas rien, c'est un chiffre »

*Petit un* de Ann et Paul RAND [Circonflexe, 1992].

– Pas de sens de zéro, 10 écrit avant, 1 et 0 font 10 (et ils sont deux).

*Les bons comptes font les bons amis* de Suzanne BUKIET et May ANGELI [Éditions de l'observatoire, 1987].

– 0 apparaît dans une liste croissante devant un nom, avant 1

– Problèmes de partages : achat de 0 olive, 10 grains de raisin, partage entre 6, ..., restes, ..., divisibilité, ..., le reste 0 n'est pas présent

*Grigri compte* de Lionel KOEHLIN [Hatier, 1991].

– 0 apparaît avant 1

– « Combien de nuages dans le ciel ? 0 »

*Dix petits doigts* de Didier MOUNIÉ et Anne LETUFFE, Le Rouergue, 2002.

– Zéro apparaît dans 10, et dans l'expression « il n'en resta plus aucun »...

Si les albums permettent de découvrir le zéro, le sens construit n'est cependant pas homogène. Deux difficultés apparaissent principalement :

- la rencontre du zéro exclusivement dans 10, ce qui ne permet pas aux élèves de nommer le zéro, ni d'en comprendre le sens,
- la difficulté de mettre en relation une image représentant zéro, sans pour autant montrer une page blanche, ou sans dire ce que l'on mesure de manière cardinale.

Un accompagnement didactique est donc nécessaire à l'exploitation de ces albums avec les élèves. Mais d'autres moyens permettent de faire du zéro un objet d'enseignement explicite.

## 5. Enseigner, construire le zéro

Un débat collectif a suivi ces activités d'analyse.

### 5.1. Approcher le zéro par « continuité linguistique »

#### 5.1.1. Par des suites descendantes

Le mot *zéro* appartient à plusieurs classes linguistiques. Dans les expressions « *C'est un zéro* », « *Je te mets un zéro* », *zéro* est un **nom**.

Dans une expression comme « *Zéro nuage dans le ciel* », *zéro* est un **déterminant numéral**. Comment dès lors, faire apparaître la nécessité d'utiliser ce mot *zéro* ? Les participants proposent des comptines descendantes, qui pourraient avoir une structure comme la suivante :

*Feuilles d'automne*  
*Neuf feuilles sur une branche*  
*une feuille tombe*  
*Il reste huit feuilles sur la branche...*  
*Une feuille sur une branche*  
*une feuille tombe*  
*Il reste zéro feuille sur la branche.*

On serait tenté, dans le langage oral usuel de dire « *Il ne reste plus de feuille* », « *Il ne reste plus aucune feuille* », « *Il ne reste pas de feuille* », « *Il n'y a plus de feuille* », voire « *Il ne reste rien* ».

On voit ici que *rien* ne convient pas, en effet, il reste au moins la branche. Ainsi le *zéro* exprimant un cardinal s'oppose au *rien*. Dire qu'il n'y a *rien* sur la table n'est pas équivalent à dire qu'il y a *zéro pomme* sur la table (expression certes inusitée, mais que l'on pourrait davantage faire vivre en classe afin de marquer les différences entre le *zéro* et le *rien*). Ainsi, le *zéro* comme déterminant numéral impose de dire de quoi on parle (impose en quelque sorte une unité de mesure : *trois feuilles*, *deux feuilles*, *une feuille*, *zéro feuille*, alors que *rien* n'impose pas d'unité de mesure, puisqu'il s'applique à la totalité des objets possibles. « *Il n'y a rien sur la table* » indique effectivement l'absence de tout objet quelle que soit sa nature, tandis que « *Il y a zéro pomme sur la table* » n'indique qu'une absence partielle.

*Zéro* n'indique donc pas l'absence, mais l'absence de quelque chose, et plus précisément de quelque chose de *nombrable*. On ne dirait pas « *Il y a zéro lait* » sur la table, car le nom *lait* n'est pas *nombrable* (au sens de certaines grammaires).

Une première approche de ce sens et de cet usage du mot *zéro* peut donc se faire par des comptines descendantes. On peut aussi au terme d'une telle comptine que l'on mettrait en œuvre matériellement en classe, poser de nombreuses questions aux élèves du type « Combien de ... sur la table ? », questions comportant pour les unes des

réponses mobilisant le déterminant numéral *zéro*, d'autres mobilisant les autres déterminants numériques.

Dans les comptines descendantes, *zéro* est de fait approché comme étant le suivant de *un* dans une suite arithmétique décroissante de raison 1 dans les entiers naturels.

### 5.1.2. Comme déterminant numéral en résolution de problème

Les échanges ont mis en relief que *zéro* pouvait aussi s'approcher comme réponse à des problèmes soustractifs.

En effet, nombreux sont les exercices en maternelle ou en CP où l'on demande aux élèves le résultat d'une transformation.

Exemple : *Nathan a 7 billes dans son sac, il donne 3 billes à son frère. Combien lui reste-t-il de billes ?*

La réponse construite par les élèves par manipulation, par décomptage sur leurs doigts ou en utilisant un matériel analogique est *quatre*.

Ces problèmes sont très courants. Le sont beaucoup moins les problèmes analogues du type : *Nathan a 3 billes dans son sac, il donne 3 billes à son frère. Combien lui reste-t-il de billes ?*

Une sorte d'évitement du *zéro* semble de mise et quand ces types de problèmes sont posés, les réponses sont du type « *Il n'a plus de bille* », quelques fois, « *Il n'a plus rien* », elles ne sont que très rarement *Nathan a zéro bille*.

### 5.1.3. Pistes de travail

Ainsi ce *zéro*, nombre et déterminant numéral pourrait être approché par :

- la création de suites descendantes dont le terme serait 0,
- par l'écriture d'énoncés de problèmes dont la solution s'exprimerait avec ce nombre *zéro* (disparition au même instant de la totalité de certains objets)

Ce travail pourrait se réaliser dans le cadre de projets d'écritures d'albums qui seraient menés en classes avec les élèves. Ceci a fait l'objet d'un autre atelier.

## **5.2. Approcher le zéro dans l'écriture des nombres**

L'analyse des manuels et des albums par le groupe a montré que, dans de nombreux ouvrages, la stratégie d'évitement du *zéro*, conduit leurs auteurs, et donc bien souvent les maîtres dans leurs classes, à ne faire apparaître le *zéro* que sous son écriture chiffrée dans l'écriture du nombre *dix*. Ainsi 0 n'apparaît pas seul mais dans 10.

Le risque est alors grand pour l'élève de considérer que 10 est un symbole unique comme l'étaient 9, 5 ou 1 auparavant, symbole qui désigne tout simplement le suivant de 9.

Le sens de ce 0 n'est alors pas construit, conduisant l'élève à éprouver bien des difficultés dans l'apprentissage du système de numération et des techniques opératoires.

Il semble important que dans l'écriture de tout nombre, le 0 ne soit pas simplement perçu comme la marque d'une case vide, mais que son sens apparaisse comme étant le cardinal du *nombre de groupements libres* du niveau considéré.

Ainsi, pour reprendre l'exemple donné : *20 c'est deux dizaines et zéro unité libre*. Le sens de ce 0 se comprendra d'autant mieux qu'il aura été approché, comme celui du 10, par de nombreux exemples où la signification est la plus évidente, c'est-à-dire en évitant dans un premier temps les dizaines entières. Montrer que l'écriture 43 correspond à 4 dizaines et 3 unités libres est porteur de plus de sens que dire « 40 c'est quatre dizaines » (on devine le sens du 4, mais on ne perçoit pas celui du 0). De ce 43, il sera plus aisé ensuite de construire le 40, le 50, le 20, puis le 10. Le 0 du 10 prendra alors tout son sens : *le cardinal des unités libres*. Le 0 de 308 prendra aussi son sens, le *cardinal des dizaines libres* et ainsi de suite. Le 10 serait ainsi construit.

## 6. Conclusion

Faute de temps, de nombreuses autres acceptions du *zéro* n'ont pu être prises en compte dans le travail du groupe comme par exemple le 0 de la droite affine, le rôle du 0 dans la multiplication, ...

Le groupe a cependant considéré que le 0 était en quelque sorte le parent pauvre des pratiques telles qu'elles apparaissent au travers des ouvrages et qu'il conviendrait vraisemblablement de s'attacher à mieux le construire en classe et ce, dès la maternelle.

Cet atelier a aussi permis, et c'est une richesse de notre association, de porter des regards croisés sur ce si modeste 0, celui du professeur des écoles, celui du professeur de physique, celui du maître de conférences de mathématiques, celui du maître de conférences en lettres et tout simplement celui d'enseignants de mathématiques.