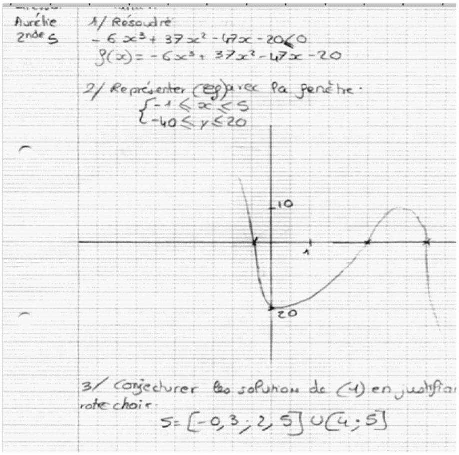
# TICE et activité mathématique des élèves

## Fabrice Vandebrouck(*)

Les TICE sont entrées depuis plusieurs années dans les programmes de mathématiques, plus ou moins selon les niveaux d'enseignements et avec plus ou moins de succès dans les pratiques quotidiennes en classe. Dans le paragraphe 1 de ces actes, on s'attachera à montrer comment l'activité mathématique des élèves est modifiée et complexifiée par l'utilisation des TICE. Dans le paragraphe 2, on montrera comment les TICE peuvent être spécifiquement prises en compte pour renouveler des situations d'enseignement à proposer aux élèves. Dans le paragraphe 3, on fournira des outils pour analyser cette activité des élèves et penser l'enrichissement de l'activité et la construction des connaissances. Enfin, dans le paragraphe 4, on montrera à travers deux séances TICE menées en classe, comment certaines variables influentes sur les activités des élèves sont aux mains des enseignants.

### 1) Modification et complexification de l'activité mathématique avec des TICE

Les TICE semblent potentiellement intéressantes pour les apprentissages des élèves car elles sont porteuses de nouvelles représentations des objets mathématiques qui semblent du coup élargir le champ des actions possibles pour les élèves. Cependant, on peut penser que ces nouvelles représentations, qui ont des limites, affectent l'activité mathématique des élèves et la manière dont ils conceptualisent les notions. Dans l'exemple ci-contre, la représentation graphique proposée par la calculatrice de l'élève affecte la conjecture qu'il émet sur l'ensemble des solutions à l'inéquation demandée. Sur un plan plus général, les représentations graphiques offertes par les calculatrices donnent à voir les fonctions comme des objets discrets, constitués d'une juxtaposition de pixels, que l'on peut visualiser par la commande « plot » de la machine et qui s'érigent sans doute en obstacle chez certains élèves pour aborder les problèmes de continuité.




Dans leur travaux sur les calculatrices symboliques, Artigue et Lagrange (voir Artigue 1995) ont aussi pointé la « double référence » dans laquelle sont placés les

(*) Université Paris Diderot. Équipe Didirem.

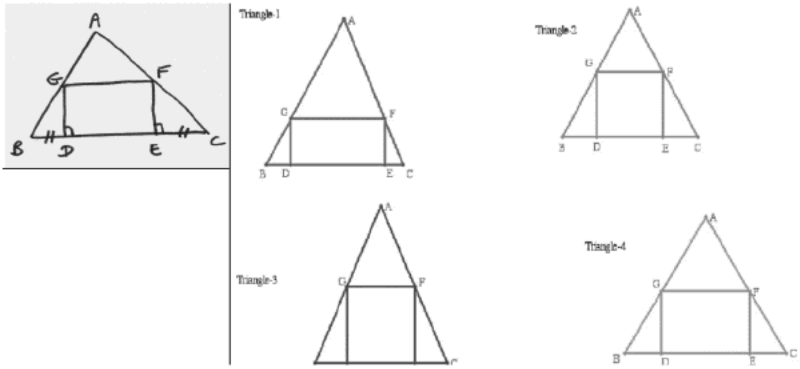
élèves les utilisant et qui complexifie l'activité des élèves : d'un côté la référence papier-crayon habituelle pour la simplification des expressions algébriques par exemple, de l'autre la référence machine, différente de la première. Dans un exemple où l'enseignant demande aux élèves de conjecturer à l'aide de leur calculatrice la forme générale de la factorisation du polynôme $x^n - 1$, la calculatrice ne permet pas d'émettre cette conjecture puisqu'elle factorise selon ses propres critères qui ne sont pas ceux utilisés habituellement. Cette double référence peut donc se poser en obstacle à l'activité des élèves en classe.

#1: FACTOR($x^2 - 1$, x)
#2: $(x + 1)\cdot(x - 1)$
#3: FACTOR($x^3 - 1$, x)
#4: $(x - 1)\cdot(x^2 + x + 1)$
#5: FACTOR($x^4 - 1$, x)
#6: $(x + 1)\cdot(x - 1)\cdot(x^2 + 1)$
#7: FACTOR($x^5 - 1$, x)
#8: $(x - 1)\cdot(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$
#9: FACTOR($x^6 - 1$, x)
#10: $(x + 1)\cdot(x - 1)\cdot(x^2 + x + 1)\cdot(x^2 - x + 1)$
#11: FACTOR($x^7 - 1$, x)
#12: $(x - 1)\cdot(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$
#13: FACTOR($x^8 - 1$, x)
#14: $(x + 1)\cdot(x - 1)\cdot(x^2 + 1)\cdot(x^4 + 1)$

Dans son travail de thèse, Haspekian (voir Artigue et Haspekian, 2005) a travaillé, quant à elle, sur le tableur à la transition entre arithmétique et algèbre au niveau cinquième. Elle a mis en évidence les différences entre les notions mathématiques habituelles de variables et formules, et les notions associées dans l'environnement tableur. La notion de variable y embarque par exemple quatre références : la référence abstraite à la variable mathématique habituelle mais également une référence concrète particulière (« A2 »), une référence géographique (première colonne, deuxième ligne) et enfin une référence matérielle (une case dans le tableau). La notion de formule se décline également en formule cellule (=2*A2+1 dans B2) et en formules colonne (ou ligne), dont l'écriture symbolique varie à chaque colonne (ou ligne) quand on recopie la formule vers la droite (ou vers le bas). En étendant ces réflexions pour un niveau d'enseignement plus élevé, on constate que les paramètres tableurs peuvent aussi être de différentes natures (A$2, $A2 ou $A$2) complexifiant également la notion usuelle de paramètre en mathématique.

D'une façon plus générale, les mathématiques des élèves sont affectées par les mathématiques embarquées par les outils. Prendre en main les TICE suppose donc de construire non seulement des connaissances manipulatoires mais aussi des connaissances dites instrumentales, liant l'outil lui-même et les mathématiques qu'il embarque. Comment manipuler à bon escient les représentations proposées par la calculatrice graphique sans prise de conscience de ses potentialités et de ses limites ? Comment comprendre les simplifications mathématiques avec la calculatrice symbolique sans comprendre en même temps ce système de double référence ? Comment travailler les notions difficiles en cinquième de variables et formules en environnement tableur sans connaissances préalables sur ces objets mêmes ? Comment a contrario s'appuyer sur les connaissances préalables des élèves sur les notions de variables et formules pour les faire fonctionner en environnement tableur ?

L'exemple du déplacement en géométrie dynamique est de ce point de vue intéressant. Les élèves de sixième utilisant pour la première fois un tel logiciel ne recourent pas facilement à la fonctionnalité de déformation des figures, offerte par ces outils. Leurs déplacements sont limités, géographiquement, avec des allers-retours, position par position et discontinus. Une explication réside dans le fait que c'est la notion même de figure qui est en jeu lors de ces déformations. Soury-Lavergne (2006), à travers par exemple la situation ci-dessous, a retravaillé explicitement la distinction dessin / figure et les questions afférentes, créant des tâches de déformation en environnement Cabri Géomètre qui permettent aux élèves de s'approprier la notion de figure à travers la prise en main de cette fonctionnalité de déformation : les élèves doivent déformer chacune des quatre figures Cabri pour trouver celle qui est identique à celle travaillée en papier-crayon.




Finalement, les prises en main de ces outils TICE doivent être pensées sur le long terme, progressives, et doivent spécifiquement prendre en compte les mathématiques qui sont embarquées par les outils. En didactique des mathématiques, Artigue, Guin, Lagrange et Trouche (voir Guin et Trouche, 2002) ont collectivement contribué à développer une approche instrumentale de l'activité avec un outil technologique (artefact). Ils associent le terme de genèses instrumentales à ces complexes prises en main des artefacts mêlées à des apprentissages mathématiques. Dans son travail, Haspekian a par exemple montré comment certaines ressources proposant un usage du tableur avec des élèves sous estiment les genèses instrumentales et sont de fait ingérables par les professeurs dans leur classe.

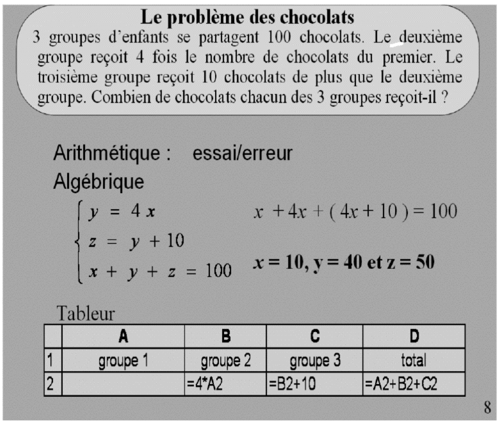
### 2) Des situations à construire prenant en compte les spécificités des TICE

Par delà cette réflexion sur la modification et la complexité de l'activité mathématique avec les TICE, les situations à proposer aux élèves pour une construction de connaissances mathématiques, ou plus modestement un travail mathématique consistant, doivent être spécialement renouvelées.

Comme nous l'avons signalé plus haut, les jeux de conversions et traitements (au sens de Duval 1996) entre les différentes représentations offertes par les TICE et les représentations usuelles en papier-crayon peuvent être l'un des leviers pour des apprentissages.

La sensibilité au potentiel adidactique[1] des situations proposées aux élèves, au sens de Brousseau (1998), semble pouvoir aussi être remise au goût du jour par les possibilités données aux élèves de confronter leurs actions aux rétroactions des outils technologiques. En géométrie dynamique, les logiciels exploitent spécifiquement la résistance au déplacement pour la validation des constructions géométriques.

Dans son travail de thèse, en classe de cinquième, Haspekian explique pourquoi le problème ci-contre est un bon problème pour que le tableur trouve son rôle dans les apprentissages de l'algèbre. En effet, les formules à implémenter par les élèves dans le tableur sont proches des formules mathématiques nécessaires à la résolution algébrique hors d'atteinte des élèves tandis que la procédure d'essais et d'erreurs permise par le tableur est proche de la procédure arithmétique qu'ils auraient en papier-crayon. Haspekian explique pourquoi certains autres problèmes sur tableur, moins bien construits, ne permettent pas d'engager les élèves vers des procédures algébriques.




Dans l'environnement Cabri-Géomètre, dans une recherche sur le long terme, Laborde (2001) constate l'évolution des situations proposées par des professeurs à leurs élèves. Plus précisément, les professeurs prennent de mieux en mieux en compte la spécificité de l'outil TICE dans ce qu'ils proposent à leur élèves. De facilitateur matériel sur des tâches de l'environnement papier-crayon (construire un triangle plus rapidement ou plus proprement, …), Cabri s'intègre progressivement dans les tâches proposées. Des tâches papier-crayon sont modifiées pour être transposées en environnement Cabri (des constructions demandées avec des contraintes liées à des suppressions de commandes dans les menus), puis des tâches sont créées qui ne peuvent vivre que dans l'environnement Cabri-Géomètre : c'est l'exemple des constructions « boîtes noires », où les élèves en expérimentant doivent retrouver les caractéristiques d'une construction ou d'une transformation. C'est aussi

(1) On parle de potentiel adidactique d'une situation proposée aux élèves si cette situation est construite de façon à ce que les élèves puissent travailler en relative autonomie et progresser seuls, de par leurs interactions avec la situation, vers la bonne solution.

l'exemple repris plus loin des constructions molles (Healy, 2000) où, par opposition aux constructions dures habituelles, le déplacement de la figure est un moyen d'identifier des conditions pour obtenir un résultat visé.

### 3) Des outils en didactique des mathématiques pour analyser l'activité des élèves et la construction de connaissances

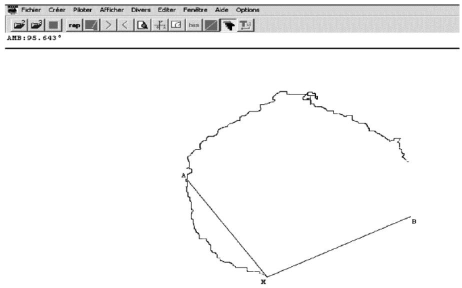
L'activité des élèves est ce que nous retenons comme intermédiaire entre l'enseignement proposé aux élèves et leurs apprentissages. Cette activité dépend bien sûr des situations d'enseignement et de la façon dont ces situations évoluent au cours des déroulements de classes. Mais la théorie de l'activité (Rabardel, 1995 et Pastré, 2005) nous amène à l'idée que l'activité des élèves possède deux dimensions indissociables et orientées différemment : elle possède une dimension productive associée à la réalisation de la tâche qui leur est proposée. Elle possède également une dimension constructive attachée à leurs apprentissages(2).

Penser les situations d'enseignement à proposer aux élèves nécessite donc de chercher la valeur ajoutée des TICE, ce que nous avons commencé à illustrer dans le paragraphe précédent mais aussi de réfléchir plus que jamais à l'articulation entre activité productive et activité constructive. En effet, les TICE ont un caractère d'immédiateté qui peut s'opposer au caractère laborieux de l'activité en environnement papier-crayon. Cela engage les élèves à rester dans l'action mais peut les y enfermer, voire favoriser ce que Lagrange (2000) identifie comme des phénomènes de « pêche aux résultats ».

Dans Vandebrouck (2008) est étudiée par exemple l'activité d'élèves de classes de seconde sur des bases d'exercices en ligne. Les observations mettent bien en évidence la valorisation de l'activité productive occasionnée par ces outils, avec souvent des décalages entre l'activité attendue et l'activité réelle des élèves occasionnant de l'activité constructive non nécessairement souhaitée. Elles mettent aussi en évidence des rétroactions logicielles souvent insuffisantes, inadaptées ou difficiles à comprendre par les élèves pour leur permettre de réguler correctement leur activité. Cependant, ces observations mettent aussi en évidence des apprentissages de connaissances mathématiques quand les situations sont à la fois problématiques et accessibles aux élèves et que les réponses attendues par la base d'exercices ne peuvent pas être obtenues à moindre effort.

Pour illustrer encore cette articulation productif / constructif, nous considérons une situation en géométrie dynamique, où le professeur demande le lieu des points

(2) Artigue et Lagrange (Lagrange, 2000), prenant une vision plus institutionnelle de l'activité mathématique, parlent de technique plutôt que d'activité des élèves. Ils introduisent la double valence des techniques mathématiques dans l'activité : la valence pragmatique tournée vers l'activité productive et la valence épistémique tournée vers l'activité constructive. Ils pointent l'articulation nécessaire entre les techniques usuelles en papier-crayon et les techniques nouvelles, instrumentées. Ils expliquent que la valence épistémique des techniques usuelles est bien connue (par exemple la technique de la division euclidienne fait comprendre la périodicité des développements décimaux de rationnels) tandis que la valence épistémique des techniques instrumentées est souvent difficile à identifier.




d'où l'on voit un segment [AB] sous un angle droit. Les élèves peuvent créer le segment [AB] et un point M quelconque. Ils demandent au logiciel l'affichage de l'angle (AMB) puis déplacent le point M grossièrement pour amener à la valeur attendue de l'angle. En laissant ensuite la trace de M apparente, ils continuent le déplacement grossier de M en gardant la contrainte de l'angle droit. La trace semble circulaire et la construction peut leur permettre de conjecturer la nature et les caractéristiques du lieu. C'est une construction molle (Healy, 2000) par opposition à une construction dure où le professeur aurait demandé aux élèves de tracer le cercle, de faire afficher la valeur de l'angle et d'émettre une conjecture par déplacement du point M sur le cercle. Dans la construction molle, l'activité productive (déplacer M en gardant la contrainte de l'angle approximativement droit) raisonne avec un questionnement de l'élève sur la nature et les caractéristiques du lieu. L'élève ne cherche pas uniquement à déplacer M sous la contrainte mais cherche à identifier le lieu des points, dès que possible, sans s'obliger à le parcourir en entier. On peut penser qu'il y a là de l'activité constructive, potentielle, liée à ce questionnement. Dans la construction dure, au contraire, la conjecture s'impose d'emblée ; l'activité productive peut dominer toute la démarche, sans poser de difficulté à l'élève. On peut aussi penser que dans la construction molle, l'élève retrouve le besoin, plus que dans la construction dure, de démontrer sa conjecture.

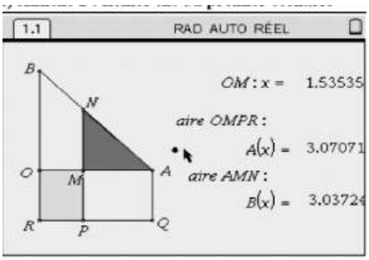
Ceci étant, prouver de façon autonome que le lieu demandé est bien le cercle de diamètre [AB] conjecturé nécessite pour les élèves d'adapter leurs connaissances anciennes. Dans le sens direct, ils doivent introduire la médiane (IM) dans le triangle (AMB). Ils doivent aussi interpréter l'appartenance de M au cercle par IM = AB/2 (changement de point de vue) puis recourir à l'équivalence entre triangle rectangle en M et égalité IM = AB/2.

Robert (1998) a développé toute une palette d'outils permettant d'analyser les activités proposées aux élèves pendant les séances classiques et qui peuvent être appliqués pour analyser les énoncés proposés aux élèves avec des TICE. Elle travaille sur les variables qui, au-delà des changements de point de vue, de registres (Duval) ou de cadres (Douady, 1986), peuvent favoriser l'activité constructive des élèves. En particulier, proposer comme ici des situations dans lesquelles des connaissances à mettre en fonctionnement doivent être disponibles, c'est-à-dire reconnues par les élèves sans indices externes, dans des mises en fonctionnement qui dépassent les applications immédiates, est un levier spécialement important pour ne pas réduire l'activité des élèves à sa seule dimension productive.

Dans le dernier paragraphe de ces actes, nous poursuivons notre réflexion sur la dialectique productif / constructif en rendant compte de deux exemples de situations TICE qui se sont déroulées avec des élèves dans des classes.

### 4) Deux exemples de situations proposées à des élèves

Dans une expérimentation réalisée en 2008 en classe de seconde, Aldon, Baroux-Raymond et Hérault (voir Baroux-Raymond et Aldon, 2009) proposent à deux classes un travail sur la calculatrice TI-nspire. Deux scénarios différents sont proposés à partir du même « germe de situation » : à partir d'un triangle (OAB) rectangle en O et d'un rectangle (OAQR) construit sur son côté [OA], il s'agit de déterminer s'il existe une position d'un point M sur [OA] de sorte que les aires (MNA) et (OMPR) soient égales, lorsque (NP) est la parallèle à [RB] passant par M. Le fichier de la figure déjà construite est donné au départ aux élèves sur leurs calculatrices.




Dans la première classe, l'exploration géométrique de la figure avec l'affichage numérique des aires à égaler est imposée. Le calcul de l'expression algébrique des aires est demandé et la variable imposée. Les explorations graphique et numérique (avec le tableur) des aires sont également imposées. Dans cette classe, les élèves traitent chaque exploration séparément, sans établir de liens entre les différentes questions posées à chaque exploration. En particulier, ils ne perçoivent pas les problèmes de cohérences soulevés par les interactions entre les différentes applications de la calculatrice, notamment entre la valeur exacte obtenue algébriquement et les différentes valeurs approchées trouvées dans les applications géométriques, graphiques et tableurs.

Dans la deuxième classe, seule la question de l'existence d'un point M pour que les aires soient égales est posée. L'enseignant rappelle simplement la liste des différentes applications possibles (géométrique, graphique, algébrique et tableur) et impose seulement que deux au moins de ces applications soient utilisées. Il pointe enfin le fait que les élèves doivent dire si leur solution est exacte ou approchée. Même si certaines idées mathématiques, comme la continuité des phénomènes étudiés, ne sont pas développées par les élèves de la seconde classe, du fait notamment des explorations non imposées de certaines applications, il semble intéressant d'observer que la dimension constructive de l'activité est favorisée par l'organisation du second scénario. Dans cette deuxième classe, les élèves naviguent spontanément et sans contrainte entre les différentes applications de la calculatrice. Ils prennent en charge avec succès les questions de cohérence des valeurs obtenues et celle des valeurs exactes ou approchées. Ils terminent même le problème dans le temps imparti alors que dans la première classe, ils perdent du temps sur chacune des explorations demandées.

Un deuxième exemple de cette difficile dialectique à organiser par l'enseignant, entre activité productive et activité constructive, nous est donné au niveau de la terminale S dans le cadre de la préparation à l'épreuve pratique en mathématique. L'enseignant transforme un énoncé d'épreuve, non pas pour ménager la prise en main du logiciel utilisé, Geogebra, mais parce qu'il le juge mathématiquement trop difficile. Le sujet initial est le suivant :

**TP type BAC sur logiciel de géométrie**

On donne un paramètre réel $k$. On s'intéresse au nombre de solutions de l'équation (E) $\ln(x) = kx^2$ pour $x$ strictement positif.

1) En utilisant un logiciel de géométrie dynamique, conjecturer suivant les valeurs du paramètre $k$ le nombre de solutions de l'équation (E).

*Appeler le professeur pour vérifier vos conjectures selon les différentes valeurs de k.*

2) Justifier sur votre feuille ces conjectures.

Dans cette version initiale difficile, les élèves qui travaillent sur Geogebra, doivent mobiliser d'eux-mêmes le curseur pour créer un paramètre réel $k$, c'est-à-dire qu'il y a en jeu le résultat d'une genèse instrumentale liée à la prise en main du curseur entremêlée avec la notion mathématique de paramètre. Sur le plan strictement mathématique, les élèves doivent transformer le problème de résolution d'une équation fonctionnelle en problème d'intersection de courbes (changement de cadre qui participe de la complexité du sujet). Le travail sur le logiciel permet donc d'approcher la valeur de $k$ pour laquelle le nombre de solutions de l'équation change (0, 1 ou 2) mais ne permet pas aux élèves de donner sa valeur exacte qui est irrationnelle. Ils doivent donc travailler dans l'environnement papier-crayon pour trouver cette valeur exacte de $k$. Enfin, le travail sur logiciel ne permet pas non plus de trouver les valeurs exactes des solutions et donc nécessite de poursuivre le travail en papier-crayon. Mais à chaque moment, les allers-retours entre environnements machine et papier-crayon permettent théoriquement à l'élève de conforter numériquement ses propositions et de progresser. Le sujet transformé par l'enseignant qui prépare ses élèves à l'épreuve commence comme ci-dessous :

**TP sur logiciel de géométrie**

On donne un réel $k$. On s'intéresse au nombre de solutions de l'équation $\ln(x) = kx^2$ pour $x$ strictement positif.

1. Lancer le logiciel Geogebra.
2. Dans le champ de saisie en bas, entrer f(x)= ln(x) puis valider. Entrer ensuite x^2, valider. Faire de même avec 0.5*x^2 puis 0.1*x^2 et enfin −x^2. Compléter le tableau :

| Valeur de $k$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nombre de solutions d'après le graphique | | | | |

3. On veut désormais déterminer de manière plus précise le nombre de solutions. Cliquer sur Fenêtre puis Nouvelle fenêtre et faire apparaître la courbe de la fonction ln dans ce nouveau repère.
4. Entrer $k = 1$ dans la zone de saisie puis valider. Ce nombre apparaît dans la fenêtre Algèbre. Dans le champ de saisie, définir maintenant $g(x) = kx^2$.
5. Pour faire varier le nombre $k$, cliquer avec le bouton droit sur ce nombre et cocher Afficher l'objet

Dans cette version réalisée en classe, de nombreuses sous-tâches sont prises en charge par l'énoncé, ce qui favorise l'activité productive des élèves qui peuvent plus facilement qu'avec l'énoncé brut rester en activité. Comme le relate l'enseignant a posteriori, le TP sous cette forme est rapide (45 minutes). Cependant, par exemple, l'activité demandée de tester différentes valeurs de $k$, de tracer les courbes correspondantes et de remplir le tableau, n'est pas du tout connectée par les élèves au problème général. C'est-à-dire qu'ils ne reconnaissent pas dans la question 2 des cas particuliers du cas général. Cela renforce à nouveau l'idée que, même si l'activité productive est entretenue par l'enseignant dans cette version du sujet, cela génère moins l'activité constructive bénéfique à la compréhension et la résolution du problème général.

Organiser un enseignement ou gérer une situation en classe qui ne valorise pas uniquement l'activité productive des élèves, par une succession de tâches non problématiques pour eux, n'est cependant pas toujours tenable, ni forcément souhaitable. Il y a des contraintes qui pèsent sur les pratiques enseignantes qui font que tout n'est pas possible, même s'il y a des marges de manœuvres (Robert et Rogalski, 2002).

### 5) Synthèse

Nous avons voulu dresser ici un panorama de l'utilisation des TICE en lien avec l'activité possible des élèves en classe.

Les TICE affectent l'activité des élèves en ce sens qu'elles réagissent généralement aux actions des élèves, dans l'instant, permettant le cas échéant aux élèves de réguler leur activité, voire de se corriger eux-mêmes dans des situations favorables. Elles peuvent ainsi contribuer à ce que les élèves progressent vers les bonnes solutions dans une autonomie plus grande qu'en séance traditionnelle.

Cependant, nous avons pointé les phénomènes que l'on peut appeler phénomènes d'instrumentation, où l'utilisation du logiciel façonne les connaissances mathématiques construites par les élèves. Dans les deux derniers exemples du paragraphe précédent, les élèves de seconde et de terminale ont des difficultés avec les valeurs exactes ou décimales approchées, imputables sans doute au fait que seules ces dernières valeurs peuvent être fournies par les logiciels utilisés. Certains élèves de terminale, qui doivent chercher une valeur irrationnelle de $k$, croient en effet que les valeurs décimales fournies par Geogebra sont les solutions attendues, avec 2 décimales d'abord puis 3 décimales ensuite … mais qu'il ne s'agit pas là d'approximations.

Nous avons également pointé la difficulté des genèses instrumentales, qui doivent articuler deux dimensions conjointes : l'instrumentalisation, dimension par laquelle l'élève prend en main l'outil et l'instrumentation déjà évoquée, dimension par laquelle l'outil participe de la construction des connaissances des élèves. Dans son travail de thèse, Haspekian met en place une situation d'enseignement en cinquième en ménageant une progression graduelle articulant les connaissances algébriques et les connaissances liées au tableur ; sans oublier une articulation supplémentaire au niveau du travail machine et du travail papier-crayon. Elle pointe à l'issue de cette ingénierie l'insuffisante organisation du travail collectif des genèses instrumentales dans la classe. Les connaissances construites dans l'usage, qui marient mathématiques et instrument technologique, n'ont pas aux yeux des enseignants le même statut que les connaissances spécifiquement étiquetées mathématiques et de ce fait ne sont pas suffisamment institutionnalisées dans la classe, au déficit probable de certains élèves.

Nous avons également souligné l'intérêt de réfléchir plus que jamais aux dimensions productives et constructives de l'activité et nous avons donné des outils théoriques pour permettre d'articuler au mieux les rapports entre ces deux dimensions. Un ouvrage collectif (Vandebrouck, 2008) développe ces apports plus en profondeur, avec les contributions théoriques essentielles de J. Rogalski, du champ de la psychologie ergonomique, et de A. Robert, de la didactique des mathématiques. Y est développée la question des variables retenues dans les enseignements en lien avec les apprentissages avec notamment

- des réflexions sur les types de notions mathématiques et leurs introductions possibles auprès des élèves,
- des réflexions sur les scénarios et les formes de travail des élèves
- des outils d'analyses des tâches mathématiques proposées aux élèves : niveaux de mise en fonctionnement des connaissances (disponibilité), mise en fonctionnement immédiates (applications) ou avec des adaptations (introduire des intermédiaires, mélanger, choisir, …)
- et enfin des outils d'analyse des déroulements (réflexions sur les aides procédurales qui favorisent plutôt l'activité productive et les aides à portée plus constructive).

Cependant, toutes les notions sont-elles bonnes à travailler avec des TICE ? Toutes les mises en fonctionnement de connaissances nécessaires à un bon apprentissage sont-elles possibles avec les TICE ? Quelles sont les véritables potentialités de ces outils informatiques ? Quelles situations peut-on proposer aux élèves ? Ces questions continuent d'animer les recherches actuelles sur les TICE.

## Bibliographie


ARTIGUE M. (1995), Un regard didactique sur l'utilisation des outils de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques. *Repère IREM* Vol. 19 p. 77-100.

ARTIGUE M., HASPEKIAN M. (2005), L'intégration de technologies professionnelles à l'enseignement dans une perspective instrumentale : le cas des tableurs. Dans les actes du *Symposium REF*. Montpellier, France.
http://pedagogie.ac-montpellier.fr/Disciplines/maths/REF_2005/REF-Haspekian-Artigue.pdf

BAROUX-RAYMOND D, ALDON G. (2008), Évolution d'un scénario dans l'expérimentation e-CoLab - proposition de communication. *EMF 2009*. Dakar, Sénégal.

BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée sauvage.

DOUADY R. (1986), Jeu de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* Vol. 7 (2) p. 5-31.

DUVAL R. (1996), Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? *Recherches en Didactique des Mathématiques* Vol. 16 (3) p. 349-382.

GUIN D., TROUCHE L. (Éds) (2002), *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

HEALY L. (2000), Identifying and explaining geometrical relationship : interactions with robust and soft Cabri constructions. Dans T NAKAHARA et M KOYAMA (Eds), *Proceeding of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. p. 103-117. Hiroshima. Hiroshima University

LABORDE C. (2001), Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computer for Mathematics Learning*. Vol. 6 p. 283-317.

LAGRANGE J-B. (2000), L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement : une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 43 p. 1-30.

PASTRÉ P. (2005), La deuxième vie de la didactique professionnelle. *Éducation permanente*. Vol. 165 p. 29-46.

RABARDEL P. (1995), *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*, Paris : Armand Colin.

ROBERT A. (1998), Outil d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 18 (2) p. 139-190.

ROBERT A., ROGALSKI J. (2002), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies*. Vol 2 (4) p. 505-528.

SOURY-LAVERGNE S. (2006), Instrumentation du déplacement dans l'initiation au raisonnement déductif avec Cabri-Géomètre. Dans *Actes du colloque EMF 2006, 27-31 Mai 2006*. Sherbrooke, Canada.

VANDEBROUCK F. (Éd) (2008), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, Toulouse : Octarès.