Travail interdisciplinaire Math-SES :

suite du travail et mutualisation des exercices

Sylvie Demazière (SES)
et Emmanuelle Boyer (math)(*)

Cet article est un simple témoignage de collègues de mathématiques et de SES sur le bassin d'Aurillac qui continuent de façon informelle leur travail en commun (voir bulletin vert nº 462 ou revue IDÉES nº 143). Il détaille une activité « clé en main » en terminale ES sur les indices, les taux et les graphiques semi-logarithmiques.

Objectifs généraux

Ils sont décrits dans l'article du bulletin vert nº 462.

Contrainte : la progression du cours de SES impose de travailler ces notions à partir du début d'année (mi ou fin septembre), à l'aide de fiches-outils dans les manuels de SES ou de fiches de mise au point élaborées par le groupe de professeurs de SES sur le bassin. Le détail de la progression du cours de math de début d'année est donné sur le site de l'APMEP (annexe 5).

Déroulement du travail commun

– Les notions de taux et d'indices déjà abordées dans les deux cours de SES et de mathématiques en première ES sont revues séparément à l'aide d'activités de mise au point.

– Suit un cours commun à deux voix pour introduire et définir la notion nouvelle de *Taux de Croissance Annuel Moyen* (TCAM). On devrait dire plutôt *taux d'évolution annuel moyen*, mais l'abréviation parait trop ancrée dans le vocabulaire de SES.

– Cette notion est approfondie dans chaque matière puis évaluée séparément, avec un souci « d'aller-retour » permanent permettant de répondre aux questions des élèves.

– Le graphique semi-logarithmique est introduit dans le cours de mathématiques à l'occasion du travail sur les croissances exponentielles de base *a*, puis réinvesti dans le chapitre sur les ajustements d'un nuage de point et en particulier l'ajustement exponentiel.

– Un TP commun de 3 heures avec la présence des deux professeures permet de faire un bilan sur la compréhension et l'utilisation de ces notions. Son objectif est l'analyse de deux graphiques liés à la notion de PIB. La procédure d'étude des graphiques, les liens, la signification des apports des différentes disciplines sont mis en évidence par un échange préparatoire avec les élèves. Les deux graphiques servent

(*) Lycée Émile Duclaux à Aurillac.
emmanuelle.boyer3@wanadoo.fr, sylvie.demaziere@ac-clermont.fr

de base à deux exercices et les réponses aux questions posées sont cherchées par les élèves en binôme, classe entière. Les professeures passent dans les rangs pour recadrer le sens et les objectifs du travail à partir des notions vues (et validées ?) dans chaque matière. Des bilans sont faits à intervalles réguliers pour les élèves les plus en difficulté sur la technique mathématique à l'aide de la correction vidéoprojetée au tableau. Ce n'est pas la performance ou la rapidité des réponses aux questions qui est valorisée (les coups de pouce sont rapidement donnés) mais la compréhension et les raisons pour lesquelles ces questions ont été posées.

– Après plusieurs essais les années précédentes, le choix s'est porté sur deux séances d'une heure trente (annexe 1). Les questions posées sont très détaillées car ce type d'organisation en classe entière ne nous permet pas une réelle autonomie des élèves. L'exercice 1 est déjà cité dans l'article précédent, mais les deux exercices sont complémentaires tant au niveau des objectifs à atteindre qu'au niveau de la maîtrise des notions et de la réflexion menée avec les élèves sur l'exploitation des graphiques.

– Un travail d'autoévaluation est demandé aux élèves pour leur permettre de se situer par rapport aux objectifs annoncés dès le début par les professeures. Dans ce sens, la correction des exercices est donnée en accès libre sur les ENT (Espaces Numériques de Travail) : elle est disponible sur le site de l'APMEP ci-dessus (annexe 4). Les élèves ont une fiche de compétences à compléter (annexe 2) donnant une note finale comptée dans chaque matière avec un petit coefficient. La fiche est relue par les deux professeures afin de corriger les notes des élèves qui se sous-évaluent ou se surévaluent (la fiche pourrait certainement être améliorée par des spécialistes de l'autoévaluation … mais ce n'est pas notre objectif du moment !) et nous avons gardé la majorité des notes.

Commentaires

L'expérience reste très positive et enrichissante : travailler à deux profs est inhabituel pour les élèves. C'est une source de réflexion, d'échange et d'interrogation à la fois pour les profs et les élèves. Les différences de comportement des élèves selon la matière sont mises en évidence : les élèves cloisonnent d'eux-même les disciplines tant au niveau de leur savoir que de leur attitude au sein de la classe. Elle favorise ainsi l'instauration d'une certaine confiance entre les élèves et les professeures.

Certaines lectures nous avaient confortées dans notre démarche pour une construction des connaissances en interdisciplinarité. Cependant, force est de constater que seul un lourd travail d'approfondissement de ces notions au sein de chaque discipline (qui peut parfois être mené en parallèle) peut permettre de s'approprier une démarche de recherche et de tri d'outils. Nous avons constaté malgré nos attentes et nos essais que les TPE ne permettaient pas d'atteindre ce but (mais ces travaux satisfont par ailleurs d'autres objectifs qui nous paraissent positifs : travail en équipe, interdisciplinarité, autonomie). À notre niveau, nous avons expérimenté cette démarche sur des activités « simples » et encadrées, choisies par les professeures car elles étaient abordables par tous nos élèves.

Nous regrettons le manque de reconnaissance des acquis de la filière ES car c'est dans cette filière que nous avons pu nous lancer dans cette « aventure » interdisciplinaire depuis 1994… Nous remarquons aussi que les programmes de maths nous paraissent pour une fois bien adaptés aux élèves. Le morcellement annoncé des disciplines et des groupes nous laisse perplexe sur la possibilité de poursuivre notre expérience qui nous demande au quotidien un gros investissement en termes de concertation et d'organisation.

Réflexions sur la liaison SES-mathématiques

Entre les reproches d'une possible mathématisation excessive de l'économie et notre recherche pour donner à nos élèves du sens aux mathématiques enseignées (reproches sur des exercices pseudo-concrets par exemple), il a fallu positionner notre travail interdisciplinaire dans une perspective de recherche de cohérence de notre discours et du sens de notre propre enseignement.

Voici quelques pistes en relation avec les programmes de maths et de SES dans la filière ES trouvées au travers de multiples lectures et de discussions qui peuvent servir de fil conducteur à une réflexion interdisciplinaire… Mais il faudrait les compléter par des points de vue de spécialistes et l'utilisation d'un vocabulaire de vulgarisation est toujours discutable.

Une approche historique : un besoin de quantification et de statistiques

Historiquement les sciences économiques et sociales sont nées d'un besoin de comprendre les mécanismes de la croissance, des crises, etc. … et leur enseignement de faire comprendre aux élèves le monde qui les entoure. Des analyses très empiriques de tout un chacun, il a fallu passer à des explications rationnelles et donc à un besoin d'indicateurs quantifiés (exemple : PIB ou PNB, lequel choisir ?). Or ces indicateurs sont de toute façon imparfaits car ils ne peuvent prendre en compte des données difficilement quantifiables (pour le PIB : bénévolat, travail domestique, économie souterraine, …). Plusieurs théories profondément différentes sont développées par les économistes au XIX^{e} et au XX^{e} siècle : néoclassique, keynésienne, marxiste, régulationniste, … Les méthodes de pensées sont très différentes, et les logiques démonstratives associées aussi.

Celle qui utilise le plus les maths est l'analyse néoclassique : en gros, l'idée est de transférer les propriétés de la microéconomie à la macro-économie : équilibre du marché, loi de l'offre et de la demande, études des quantités marginales, etc. On essaie de raisonner avec des notions d'« utilités » quantifiables et de « fonction d'utilité » parfois de plusieurs variables. On entre dans des modèles mathématiques… L'analyse néoclassique s'appuie sur un principe d'autorégulation du marché qui tend de lui-même vers l'équilibre du marché sans intervention de l'État dans le cadre d'un marché de concurrence libre et parfaite (qui n'est qu'un modèle « idéal »).

Au contraire, la pensée keynésienne prône l'intervention de l'État pour pallier les défaillances de ce système de marché et s'appuie sur des raisonnements essentiellement basés à grande échelle de macro économie générale (on y trouve le soutien à la demande à travers le multiplicateur d'investissement).

La lecture et l'analyse des chiffres vont être influencées par le point de vue de l'observateur qui, inconsciemment parfois, se placera dans l'une ou l'autre des théories. De plus, même les expériences passées, pourtant bien connues historiquement (industrialisation de l'Angleterre, trente glorieuses en France, …), peuvent être interprétées différemment.

Comment aborder un problème, élaborer une méthode d'analyse, mettre en évidence des relations complexes ?

Toutes ces questions imposent de connaître les mécanismes de pensée de chaque courant, les avantages et les inconvénients des indicateurs choisis et les modèles mathématiques pouvant être mis en jeu…

Former des élèves, dans une société abreuvée de chiffres et dans laquelle la caution scientifique ou mathématique est reine ou du moins recherchée, impose d'agir contre l'idée « les maths désignent la vérité ». On trouve des chiffres, on « quantifie les problèmes économiques », mais :

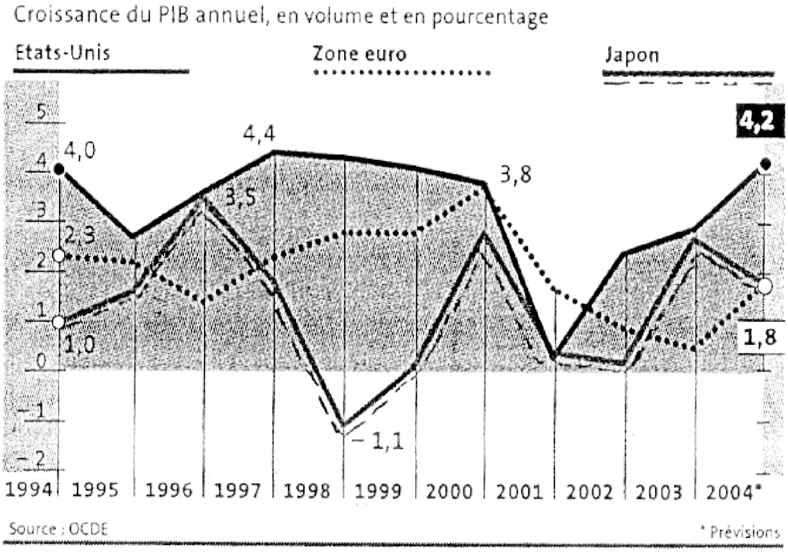
1) Les choix des indicateurs ne sont jamais neutres et ne sont pas parfaits : les chiffres du chômage dans les journaux télévisés reflètent-ils « la » réalité ? une réalité ? l'adéquation à un modèle préétabli ?

2) Le choix d'un modèle mathématique pour résoudre un problème est un choix de l'utilisateur même si celui-ci en est inconscient (attention aux excès : type courbe de Laffer). Une fois le modèle choisi, on entre dans les théories mathématiques abstraites mais parfaites. Les conclusions ne sont valides que dans le modèle choisi, les applications à la réalité restent un choix de l'utilisateur avec toutes les informations données par la théorie mathématique.

3) Les mathématiques sont une aide à la compréhension des grandeurs étudiées, à l'élaboration de prévisions, à la quantification des risques, à la prise de décision. On retrouve ces notions dans le cours de math sur l'adéquation à une loi équirépartie en terminale ES. Mais attention : prévision n'est pas prédiction !

Annexe 1
TD commun MATH-SES

Exercice 1 (1 h 20) : calcul de taux et de TCAM



Le Monde DDM n° 335 octobre 2004

I – Partie mathématique :

À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1) Quel est le taux d'évolution du PIB annuel des États-Unis en 1994 ? Comparer avec celui de 2004.
Expliquer pourquoi le taux d'évolution du PIB annuel entre 1994 et 2004 n'est pas obtenu par la formule $\dfrac{V_A - V_D}{V_D} = \dfrac{4,2 - 4,0}{4,0}$.

2) Par lecture graphique, compléter le tableau suivant (on donnera les valeurs des taux à 0,1 près en %) :

année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Taux d'évolution du PIB annuel des Etats Unis (en %)	4,0	2,7									
Coefficient multiplicateur correspondant											
Taux d'évolution du PIB annuel de la zone euro (en %)											
Coefficient multiplicateur correspondant											
Taux d'évolution du PIB annuel du Japon (en %)											
Coefficient multiplicateur correspondant											

3) Déduire du tableau le taux d'évolution entre 1994 et 2004 du PIB annuel de chacun des cas étudiés (États Unis, zone euro et Japon)

EU : zone euro : Japon :

4) Déterminer le Taux de Croissance Annuel Moyen du PIB annuel de chacun des cas étudiés entre 1994 et 2004.

EU : zone euro : Japon :

II- Partie économique :

1) Quel est l'intérêt du calcul de ces trois TCAM ?

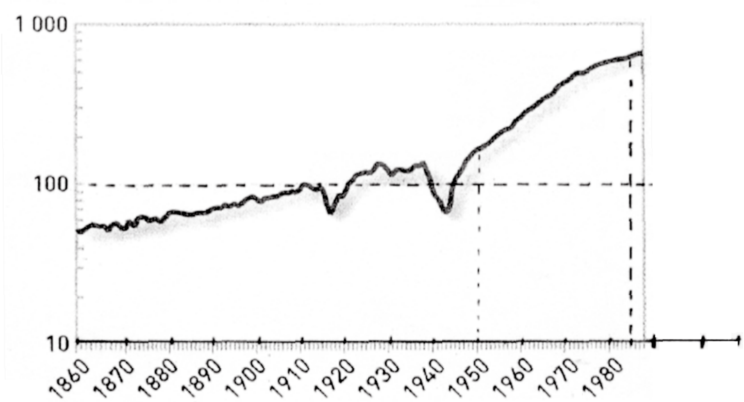
2) Quelle limite attribuer au TCAM ? Quelle information supplémentaire apporte le graphique ?

3) Pour chacun des trois cas étudiés, déterminer et qualifier des périodes mesurées par le taux d'évolution du PIB en utilisant les termes « croissance / expansion / récession ».

Exercice 2 (1 h 30) : Travail sur les repères semi-logarithmiques, utilisation des indices.

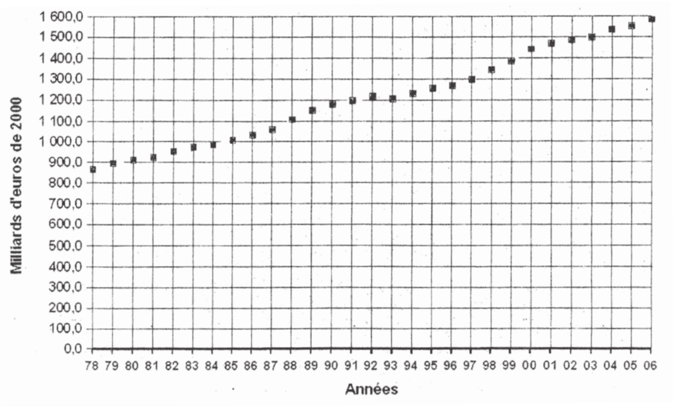
On donne les deux graphiques suivants : le premier est celui de la page 441 du manuel de SES, le deuxième a été obtenu sur le site de l'INSEE pour actualiser les données.

Graphique nº 1 : Évolution du PIB en France, échelle logarithmique (base 100 en 1913)



Source :
Angus MADDISON,
Dynamic Forces in Capitalist Development.

Graphique nº 2 : Évolution du PIB français en milliards d'euros de 2000



Source : site de l'INSEE

1. Travail sur les indices

a) Par lecture sur le graphique n° 1, compléter le tableau suivant donnant l'indice du PIB en France pour les années choisies :

année	1865	1910	1913	1950	1985
Indice du PIB (base 100 en 1913)					

b) Par combien a été multiplié le PIB entre 1865 et 1910 ? entre 1910 et 1950 ? entre 1950 et 1985 ?

c) La différence des valeurs trouvées pour 1985 et 1950 (c'est-à-dire environ $600 - 150 = 450$) correspond-elle au taux d'évolution du montant du PIB entre ces deux dates ? Expliquer puis donner le bon taux d'évolution.

d) Lire sur le graphique n° 2 le PIB en France en milliards d'euros de 2000 pour l'année 1985, puis avec les valeurs trouvées au a), en déduire une estimation du PIB en 1913.

e) On prendra dans les calculs suivants une estimation du PIB en 1913 égale à 167 milliards d'euros de 2000.
Compléter le tableau suivant en utilisant les données du graphique n° 2 et des calculs d'indice.

année	1913	1950	1985	1990	2000	2006
Indice du PIB (base 100 en 1913)	100					
PIB en milliards d'euros de 2000.	167					

f) Compléter le graphique n° 1 avec les données obtenues pour actualiser ce graphique jusqu'en 2006.

2. Étude des propriétés du graphique semi-logarithmique (graphique n° 1)

a) Quel est l'intérêt d'adopter une échelle semi-logarithmique dans une représentation graphique ? Citer au moins deux raisons (manuel de SES page 440).

b) Tracer la droite passant par les deux points correspondant aux valeurs du PIB de 1860 et 1950. Que constate-t-on ? Interpréter en terme d'évolution.

c) Peut-on dire à l'aide de ce graphique que la croissance du PIB s'est faite à taux constant entre 1950 et 2006 ? Interpréter.

d) Calculer le TCAM du PIB entre 1950 et 1978 puis faire la même chose entre 1978 et 2006 : comment peut-on qualifier chacune de ces périodes ?

e) Trouver des facteurs qui permettent d'interpréter les résultats mis en évidence par la forme des courbes.

Annexe 2

Fiche élève d'auto évaluation à l'issue des deux TD Math-SES

	0	0.25	0.5	0.75	1
1. Lire les données chiffrées sur un graphique (échelle, légende, repère semi-log, etc.)					
2. Faire le lien entre la question posée et la lecture du graphique					
3. Reconnaître les propriétés des courbes du graphique : variations, signe …					
4. Savoir utiliser les propriétés d'un graphique semi-log en termes de caractérisation de l'évolution : reconnaître les croissances à taux constant					
5. En donner une interprétation					
6. Connaître la signification des termes : variation absolue et variation relative					
7. Savoir utiliser la formule du taux d'évolution $\frac{V_A - V_D}{V_D}$ ou $\frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$ et faire attention à l'utilisation du symbole %					
8. Comparer des taux en point et ne pas faire la confusion avec la formule ci-dessus					
9. Associer taux d'évolution avec le coefficient multiplicateur correspondant dans les calculs					
10. Reconnaître le calcul à faire pour répondre à la question sans étapes intermédiaires … (x, / , …)					
11. Savoir reconnaître des données avec des indices (proportionnalité avec les valeurs en volume, passer d'une forme à l'autre indifféremment)					
12. Savoir utiliser ces données indicées, pour comparaison en termes d'évolution et de taux d'évolution par rapport à la donnée de référence					
13. Savoir la formule du TCAM et utiliser sa calculatrice pour des calculs					
14. Connaître l'explication de la formule du TCAM en termes de suite géométrique associée, savoir l'interpréter en termes de taux constant par an qui ne correspond qu'à une moyenne sur la période considérée					
15. Savoir utiliser le TCAM pour comparer des évolutions sur de longues périodes ou des périodes différentes					
16. Savoir vérifier la cohérence des informations trouvées à l'aide d'autres informations (autre graphique)					
17. Savoir utiliser des notions vues en cours : expansion, croissance, récession …					
18. Savoir l'intérêt en SES d'utiliser un graphique semi-logarithmique pour interpréter une évolution					
19. Savoir retrouver des périodes connues : trente glorieuses, vingt piteuses (selon Jean Fourastié)					
20. Savoir utiliser la formula du TCAM vue en SES pour trouver rapidement l'interprétation					

Annexe 3

extrait de la fiche outil du manuel de SES qui a servi de base à cette activité
(BORDAS terminales ES édition 2007).

Son utilisation, loin du cours de math, est difficile pour un élève « ordinaire » sortant de première ES.

Fiche méthode

12. GRAPHIQUE SEMI-LOGARITHMIQUE

Qu'est-ce qu'un graphique semi-logarithmique ?

Si vous voulez représenter sur un même graphique les valeurs 1, 10, 100 et 1 000 vous serez confronté à un problème d'échelle : il sera ainsi difficile de distinguer le 1 du 10.
Lorsque l'on souhaite représenter l'évolution d'une variable économique sur une très longue période (par exemple le PIB depuis le XIXe siècle), ce problème d'échelle est aussi évident. Le graphique semi-logarithmique permet de résoudre ces problèmes.

Un graphique semi-logarithmique comporte en abscisses une échelle traditionnelle (arithmétique) et en ordonnées une échelle logarithmique (géométrique).

Comment construit-on un graphique semi-logarithmique ?

1) Calculer le logarithme décimal des valeurs
2) Mettre en abscisses les années avec une échelle traditionnelle (arithmétique)
3) Mettre en ordonnées les logarithmes des valeurs

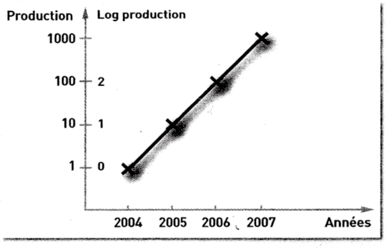
Exemple

Supposons que la production d'un bien évolue de la façon suivante :

Années	2004	2005	2006	2007
Production	1	10	100	1 000

1) $\log 1 = 0$, $\log 10 = 1$, $\log 100 = 2$, $\log 1\ 000 = 3$
On remarque que le logarithme décimal a la propriété de conserver les puissances de 10 :
$10^0 = 1$; $10^1 = 10$; $10^2 = 100$; $10^3 = 1\ 000$

2)

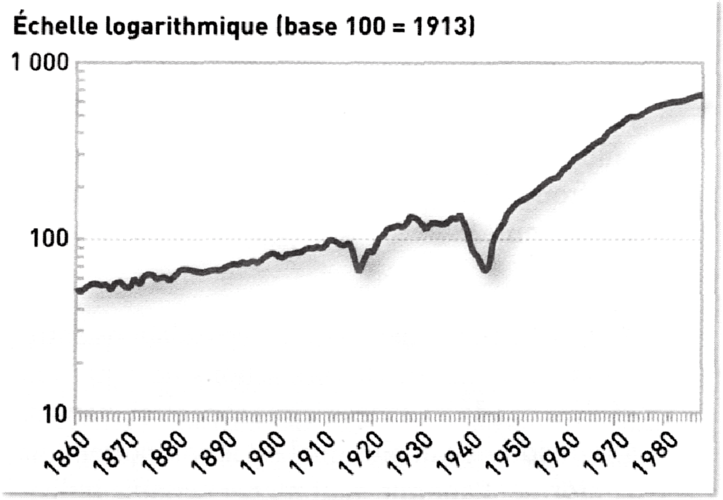


Comment lit-on un graphique semi-logarithmique ?

Dans un graphique semi-logarithmique, une droite représente une croissance à taux constant. Plus la pente de la droite est importante, plus le taux de croissance est élevé. Dans l'exemple, la production a été multipliée par 10 chaque année (taux de croissance de 900 %)

EXERCICE 2

Évolution du PIB en France



Angus Maddison, *Dynamic Forces in Capitalist Development*,
Oxford University Press, 1991.

1 Que signifient les valeurs observées en 1860 et en 1985 ?

2 Par combien a été multiplié le PIB entre 1865 et 1910, entre 1910 et 1950, entre 1950 et 1985 ?

3 En fonction de la forme de la courbe et des calculs précédents, caractérisez l'évolution de la croissance française entre 1865 et 1910, entre 1940 et 1950 puis entre 1950 et 1985.