

Enseigner la modélisation dans un contexte européen

Richard Cabassut(*)

Cet atelier présente différentes tâches de modélisation pour des élèves. Ces tâches ont été produites dans le cadre d'un programme européen LEMA (www.lemma-project.org) dont l'objectif est de proposer des formations à la modélisation pour les enseignants de l'école primaire ou de l'école secondaire, et également de proposer des ressources pour cet enseignement. On pourra consulter ces ressources sur le site www.lemma-project.org. Nous précisons dans une première partie quelques tâches travaillées dans l'atelier et quelques éléments de discussion. Dans une seconde partie, nous précisons quelques conceptions de la modélisation, notamment celle retenue dans le projet LEMA. Dans une troisième partie, nous concluons en situant la problématique de l'enseignement de la modélisation à la lumière de l'enquête PISA, des recommandations du parlement européen et des compétences développées dans le socle commun.

1. Exemples de tâches de modélisation ou d'application

La consigne suivante est adressée aux membres de l'atelier qui se répartissent en groupes de deux ou trois personnes autour d'une tâche, pour une durée d'une demi-heure.

« Voici une tâche qui pourrait être proposée à des élèves. Comment la caractériseriez-vous ? Est-elle une tâche de modélisation ?

Décrivez cette tâche du point de vue de l'élève : à quel niveau pourrait-elle se situer ? Quelle pourrait être une solution d'élève ? Quelles difficultés pourrait-il rencontrer ?

Du point de vue du professeur : quelle adéquation cette tâche a-t-elle avec le programme (ou le curriculum) ? Comment la gérer en classe ? Comment l'évaluer ?

Vous exposerez vos réponses en cinq minutes. »

Voici quelques exemples de tâches proposées.

Pétitions contre la loi

Récemment, le 25 avril 2006, un parti espagnol présentait au parlement 4 000 000 de signatures contre une loi du gouvernement.

Tous les journaux espagnols ont publié ces photos avec les grands cartons et les dix camions nécessaires pour transporter les feuilles signées. Pensez-vous qu'il y avait une intention politique derrière cette mise en scène ou que tous ces cartons et camions étaient vraiment nécessaires pour transporter ces 4 000 000 de signatures ?

(*) Régionale de Strasbourg. apmep.cabassut@laposte.net



Battements de cœur

Pour des raisons de santé, les gens devraient limiter leurs efforts, par exemple durant les activités sportives, de manière à ne pas dépasser une certaine fréquence des battements de cœur.

Pendant des années, la relation entre le rythme cardiaque maximum recommandé et l'âge de la personne, était décrit par la formule suivante :

$$\text{rythme cardiaque maximum} = 220 - \text{âge.}$$

Des recherches récentes ont montré que la formule pouvait être modifiée légèrement :

$$\text{rythme cardiaque maximum} = 208 - \text{âge} \times 0,7.$$

Un nouvel article précisait : « Une conséquence de l'utilisation de la nouvelle formule par rapport à l'ancienne est que le nombre maximum de battements de cœur par minute pour des jeunes gens décroît légèrement et que pour les personnes âgées il augmente légèrement. »

À partir de quel âge le rythme cardiaque maximum recommandé augmente-t-il du fait de l'introduction de la nouvelle formule ?

La course

Dans une cour de récréation il y a deux arbres : un petit et un grand. Il y a aussi une clôture droite.

Un groupe d'élèves organisent une course : chaque élève part du petit arbre, puis touche le grand arbre, et ensuite touche la clôture avant de retourner au petit arbre. Quel est le meilleur endroit où toucher la clôture ?

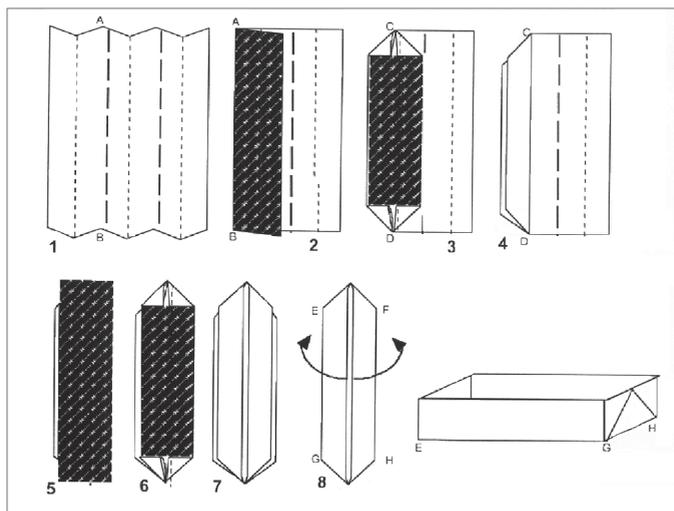
Cette situation est inspirée d'un article de Serge Petit « Le tilleul et le marronnier » paru dans le n° 466 du bulletin vert p. 597 (<http://publimath.irem.univmrs.fr/biblio/AAA06062.htm>).

La boîte pour cuire un gâteau

Le dessin explique comment construire une boîte pour cuire un gâteau.

- 1) Quelles sont les mesures de la boîte si vous commencez avec une feuille de 15 cm sur 20 cm ? 10 cm sur 20 cm ?
- 2) Si vous voulez construire une boîte de 6 cm sur 13 cm, quelles mesures doit avoir la feuille de papier ?
- 3) Quelles sont les mesures d'une feuille de papier qui donne une boîte carrée de 5 cm sur 5 cm ?
- 4) Comment modifier la feuille de papier pour avoir une boîte carrée ?

- 5) Est-il possible de savoir à l'avance les mesures de la boîte à partir de celles de la feuille de papier avant de la construire? Et réciproquement?



2. Quelques conceptions de la modélisation

On s'inspire du point de vue de l'étude ICMI sur la modélisation (qui n'est bien entendu pas le seul point de vue) qui décrit la modélisation à l'aide du cycle suivant. On passe d'un problème du monde réel à un problème mathématique par la compétence « créer le modèle ». On passe du problème mathématique à la solution mathématique par la compétence « travailler précisément ». On passe de la solution mathématique à la solution réelle par la compétence « interpréter ». On retourne de la solution réelle au problème du monde réel par la compétence « valider et réfléchir ». La compétence « rendre compte du travail » est une compétence transversale.

La compétence « créer le modèle » que l'on choisira pour résoudre le problème donné, sachant que bien souvent plusieurs modèles sont disponibles, est importante dans les tâches de modélisation, comme dans l'exemple des pétitions contre la loi. La compétence « interpréter » est par contre plus importante dans les problèmes d'applications, comme celui des battements de cœur, où le modèle est imposé dans le problème à résoudre.

Les tâches peuvent présenter différentes caractéristiques : domaine mathématique impliqué, authenticité, familiarité, utilité, disponibilité d'un modèle (lié au niveau de la classe), ouverture de l'énoncé, ...

Pour chacune des cinq compétences, on propose les progressions suivantes.

Créer un modèle :

- Les élèves demandent de l'aide pour simplifier la situation.
- Les élèves peuvent trouver et utiliser quelques informations nécessaires pour simplifier des parties d'une situation complexe.
- Les élèves peuvent utiliser un éventail d'informations pour simplifier une situation.

- Les élèves prennent de bonnes décisions qui permettent de simplifier une situation complexe.

Travailler précisément :

- Les élèves ont besoin d'aide pour choisir des mathématiques et ne travaillent pas toujours précisément.
- Les élèves peuvent identifier les mathématiques à utiliser et résoudre des parties du problème, mais pas toujours précisément.
- Les élèves sont capables de résoudre la tâche de manière indépendante, mais quelques résultats sont incorrects.
- Les élèves utilisent le langage et les symboles mathématiques de manière précise.

Interpréter :

- Les élèves ont des difficultés et demandent beaucoup d'aide pour interpréter la situation.
- Avec de l'aide (par exemple en étant questionnés de manière appropriée), les élèves sont capable d'interpréter la situation.
- Les élèves sont capables d'interpréter la situation mais pas de manière approfondie.
- Les élèves interprètent la situation complètement et de manière approfondie.

Valider et réfléchir :

- Les élèves ne réfléchissent pas à la validité de leur modèle.
- Les élèves sont attentifs à la validité de quelques aspects (mais pas tous) de leur modèle.
- Les élèves réfléchissent de manière critique sur beaucoup d'aspects de leur modèle en comprenant ses limites.
- Les élèves ont une bonne compréhension critique de la validité et des limites de leur modèle.

Rendre compte :

- Les élèves ne sont pas autonomes pour rendre compte de leur travail de manière satisfaisante.
- Avec aides et conseils les élèves sont capables de produire un compte rendu satisfaisant de leur travail.
- Les élèves sont autonomes pour produire un bon compte rendu de leur travail.
- Les élèves produisent un compte rendu compréhensible de leur travail.

3. Contexte de l'enseignement de la modélisation

Le Ministère de l'Éducation⁽¹⁾ rappelle que « la définition du socle commun prend également appui sur la proposition de recommandation du Parlement européen et du Conseil de l'Union européenne en matière de “ compétences-clés pour l'éducation et l'apprentissage tout au long de la vie ”. Elle se réfère enfin aux évaluations internationales, notamment au Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA) qui propose une mesure comparée des connaissances et des compétences

(1) BOEN (2006). Socle commun de connaissances et de compétences, Bulletin officiel de l'éducation.

nécessaires tout au long de la vie ». À propos de l'enquête PISA, Kuzniak (2006, p. 50)⁽²⁾ précise : « De manière cohérente, l'enquête PISA privilégie, pour l'évaluation de cette " culture mathématique " des élèves, une approche qui place l'usage fonctionnel des savoirs et savoir-faire dans des situations tirées de la vie réelle au cœur de l'apprentissage des mathématiques. Le processus central sur lequel insistent les concepteurs de l'étude est celui de mathématisation : il s'agit, pour eux, d'un processus qui commence par l'organisation du problème à résoudre en fonction de concepts mathématiques, qui se poursuit, après effacement de la réalité, par la résolution grâce à l'usage d'outils mathématiques, et qui se termine par la communication du résultat en retrouvant le sens du problème initial dans la réalité. Comme le but principal de l'évaluation est d'apprécier les capacités des élèves à résoudre des " problèmes réels ", les auteurs ont décidé de ne pas retenir le découpage traditionnel des mathématiques en arithmétique, algèbre, géométrie, etc. En effet, selon eux, ce découpage ne se retrouve pas tel quel dans les problèmes issus de la vie réelle ». Le Parlement européen⁽³⁾ indique que « La culture mathématique est l'aptitude à se servir de l'addition, de la soustraction, de la multiplication, de la division et des fractions, sous forme de calcul mental et par écrit, pour résoudre divers problèmes de la vie quotidienne [...] Un individu devrait avoir la **capacité** d'appliquer les principes et processus mathématiques de base dans la vie quotidienne, à la maison et au travail, et de suivre et d'évaluer un développement argumentaire ». Le Ministère de l'Éducation Nationale précise qu'une des capacités du socle commun est « de saisir quand une situation de la vie courante se prête à un traitement mathématique, l'analyser en posant les données puis en émettant des hypothèses, s'engager dans un raisonnement ou un calcul en vue de sa résolution, et, pour cela : savoir quand et comment utiliser les opérations élémentaires ; contrôler la vraisemblance d'un résultat ; reconnaître les situations relevant de la proportionnalité et les traiter en choisissant un moyen adapté ; utiliser les représentations graphiques ; utiliser les théorèmes de géométrie plane [...] L'étude des sciences expérimentales développe les capacités inductives et déductives de l'intelligence sous ses différentes formes. L'élève doit être capable de pratiquer une démarche scientifique : savoir observer, questionner, formuler une hypothèse et la valider, argumenter, modéliser de façon élémentaire ; comprendre le lien entre les phénomènes de la nature et le langage mathématique qui s'y applique et aide à les décrire ». Dans ce contexte, la formation des enseignants devrait permettre de répondre aux questions suivantes :

Quelle place pour la modélisation dans le curriculum français ? Comment l'enseigner ? Comment l'évaluer ?

(2) KUZNIAK, A. (2006). « Diversité des mathématiques enseignées ici et ailleurs », in Actes du 23^e colloque Copirelem, Strasbourg, 47-66.

(3) PARLEMENT EUROPÉEN (2006). Compétences clés pour l'éducation et la formation tout au long de la vie, consulté le 23/12/06 sur le site.