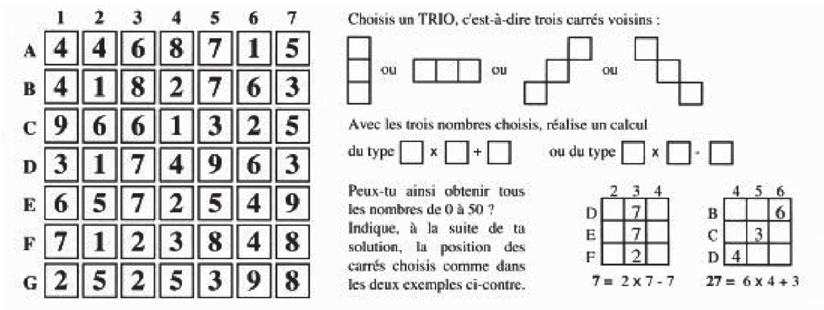
# Retour sur le jeu TRIO

## François Drouin(*)

Ce jeu a été édité par « Ravensburger » et est présenté dans les brochures « Jeux 5 » et « Jeux 6 » de l'A.P.M.E.P. Deux adaptations pour un usage en classe entière y sont indiquées. L'une d'elles incite les élèves à trouver le maximum de nombres cibles compris entre 0 et 50.

Ci-dessous, voici extraites de « Jeux 6 », un rappel des règles du jeu permettant de réaliser un « TRIO ».



| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 4 | 4 | 6 | 8 | 7 | 1 | 5 |
| B | 4 | 1 | 8 | 2 | 7 | 6 | 3 |
| C | 9 | 6 | 6 | 1 | 3 | 2 | 5 |
| D | 3 | 1 | 7 | 4 | 9 | 6 | 3 |
| E | 6 | 5 | 7 | 2 | 5 | 4 | 9 |
| F | 7 | 1 | 2 | 3 | 8 | 4 | 8 |
| G | 2 | 5 | 2 | 5 | 3 | 9 | 8 |

Choisis un TRIO, c'est-à-dire trois carrés voisins :

ou ou ou

Avec les trois nombres choisis, réalise un calcul

du type □ x □ + □ ou du type □ x □ - □

Peux-tu ainsi obtenir tous les nombres de 0 à 50 ? Indique, à la suite de ta solution, la position des carrés choisis comme dans les deux exemples ci-contre.

| | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| D | | 7 | |
| E | | 7 | |
| F | | 2 | |

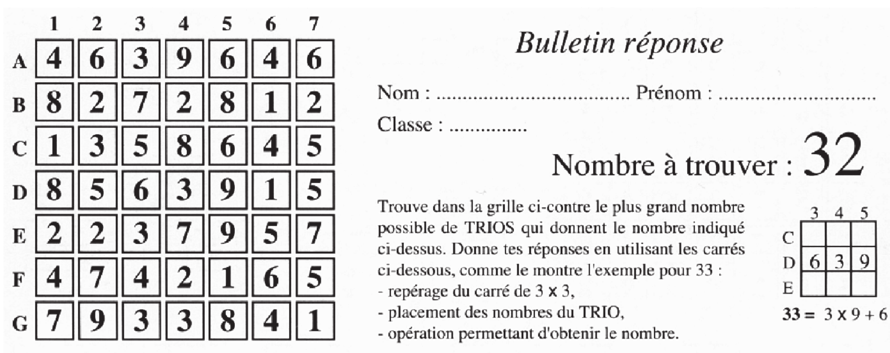
7 = 2 x 7 - 7

| | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|
| B | | | 6 |
| C | | 3 | |
| D | 4 | | |

27 = 6 x 4 + 3

La seconde adaptation envisageait de trouver le plus possible de « TRIOS » permettant d'obtenir un nombre cible choisi.

En classe de sixième, j'ai proposé le défi indiqué dans la brochure : obtenir le plus de « TRIOS » possibles permettant d'obtenir le nombre 32. Les élèves se sont lancés dans la recherche et en ont trouvé un certain nombre. La question s'est vite posée : les avons nous tous ? Comment en être certain ?



| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 4 | 6 | 3 | 9 | 6 | 4 | 6 |
| B | 8 | 2 | 7 | 2 | 8 | 1 | 2 |
| C | 1 | 3 | 5 | 8 | 6 | 4 | 5 |
| D | 8 | 5 | 6 | 3 | 9 | 1 | 5 |
| E | 2 | 2 | 3 | 7 | 9 | 5 | 7 |
| F | 4 | 7 | 4 | 2 | 1 | 6 | 5 |
| G | 7 | 9 | 3 | 3 | 8 | 4 | 1 |

*Bulletin réponse*

Nom : .................................... Prénom : .............................

Classe : ...............

Nombre à trouver : 32

Trouve dans la grille ci-contre le plus grand nombre possible de TRIOS qui donnent le nombre indiqué ci-dessus. Donne tes réponses en utilisant les carrés ci-dessous, comme le montre l'exemple pour 33 :
- repérage du carré de 3 x 3,
- placement des nombres du TRIO,
- opération permettant d'obtenir le nombre.

| | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|
| C | | | |
| D | 6 | 3 | 9 |
| E | | | |

33 = 3 x 9 + 6

Les lignes qui suivent ont pour but de relater ce qui a été mis en œuvre dans cette classe pour parvenir à des réponses convaincantes aux deux réponses posées précédemment.

(*) francois.drouin2@wanadoo.fr

Le résultat 32 doit être obtenu à partir de chaînes opératoires du type … × … + … ou … × … − …
Le second terme de cette somme est égal au maximum à 9. Les élèves ont trouvé que le résultat du produit intervenant dans … × … + … serait au minimum égal à 23 et que le résultat du produit intervenant dans … × … − … serait au maximum égal à 41.

Les élèves ont ensuite cherché des décompositions multiplicatives des nombres compris entre 23 et 41 faisant intervenir les entiers de 1 à 9.

$24 = 6 \times 4.$
$24 = 8 \times 3.$
$25 = 5 \times 5.$
$27 = 3 \times 9.$
$30 = 5 \times 6.$
$35 = 5 \times 7.$
$36 = 6 \times 6.$
$36 = 4 \times 9.$
$40 = 5 \times 8.$

Il fallait maintenant ajouter ou soustraire des entiers à ces produits pour obtenir le nombre cible 32 :

$6 \times 4 + 8 = 32$. Nombres utilisés pour le TRIO : 6, 4 et 8.
$8 \times 3 + 8 = 32$. Nombres utilisés pour le TRIO : 8, 3 et 8.
$5 \times 5 + 7 = 32$. Nombres utilisés pour le TRIO : 5, 5 et 7.
$3 \times 9 + 5 = 32$. Nombres utilisés pour le TRIO : 3, 9 et 5.
$5 \times 6 + 2 = 32$. Nombres utilisés pour le TRIO : 5, 6 et 2.
$5 \times 7 - 3 = 32$. Nombres utilisés pour le TRIO : 5, 7 et 3.
$6 \times 6 - 4 = 32$. Nombres utilisés pour le TRIO : 6, 6 et 4.
$4 \times 9 - 4 = 32$. Nombres utilisés pour le TRIO : 4, 9 et 4.
$5 \times 8 - 8 = 32$. Nombres utilisés pour le TRIO : 5, 8 et 8.

Il restait à retrouver dans la grille proposée trois cases voisines (horizontales, verticales ou en « diagonale ») comportant les nombres utilisés pour chaque TRIO.

La recherche s'est faite systématiquement dans chaque ligne, puis dans chaque colonne, et enfin dans chaque « diagonale ».

Voici ci-dessous les résultats trouvés par les élèves :

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| 8 | 6 | 4 |
| | | |

| | | |
|---|---|---|
| | | 6 |
| | 2 | |
| 5 | | |

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 4 | 6 |
| | | |
| | | |

| | | |
|---|---|---|
| | 3 | |
| | 7 | |
| | 5 | |

| | | |
|---|---|---|
| | | 6 |
| | | 2 |
| | | 5 |

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| 4 | 7 | 4 |
| | | |

| | | |
|---|---|---|
| 5 | | |
| | 3 | |
| | | 9 |

| | | |
|---|---|---|
| | | 5 |
| | | 5 |
| | | 7 |

| | | |
|---|---|---|
| | | 5 |
| | | 7 |
| | | 5 |

Cette recherche exhaustive s'est déroulée en classe entière, pendant une heure de mathématiques, dans une classe tout à fait ordinaire.

La recherche, elle-même également exhaustive, des différentes chaînes opératoires permettant d'obtenir le nombre 32 a été une intéressante activité de calcul mental à mettre en parallèle avec ce qui est mis en jeu lors du travail à propos de la division euclidienne (dans 32, combien de fois 5 ou combien de fois 6…).

Dans nos différentes classes, bien d'autres occasions s'offrent à nous pour faire vivre ces activités de dénombrement :

Combien y a-t-il de façons possibles de nommer un quadrilatère dont les sommets sont les points A, B, C et D ?

Dresser la liste des diviseurs de 90.

Quel est le nombre de diagonales d'un polygone régulier(1) ?

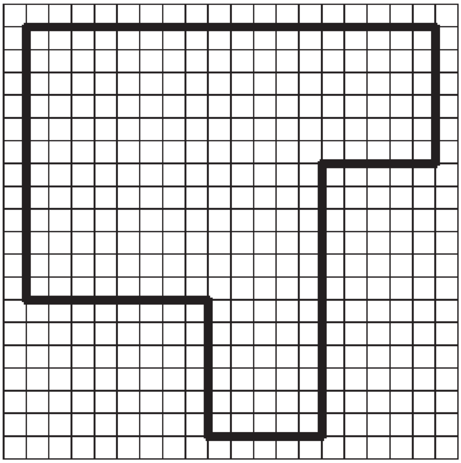
Dans l'expression « 3 … 4 … 6 », les pointillés peuvent être remplacés par « + », « − », « × », les signes opératoires placés doivent être différents et il est possible d'adjoindre éventuellement deux parenthèses. Combien de résultats différents peuvent-ils être obtenus ?

Combien existe-il de patrons différents (à une isométrie près) d'une pyramide régulière à base carrée ?

Combien le cube a-t-il d'arêtes ?

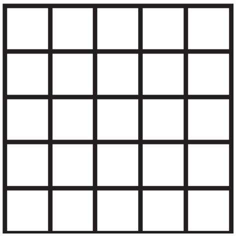
Combien l'icosaèdre a-t-il de sommets ?
(ici les élèves ont dans la main un icosaèdre en carton ou un dé à 12 faces)

Combien y a-t-il de carreaux dans le polygone dessiné ci-dessous ?



(1) Le polygone peut tout aussi bien n'être que convexe, voire quelconque.

Combien de carrés sont dessinés ci-dessous ?

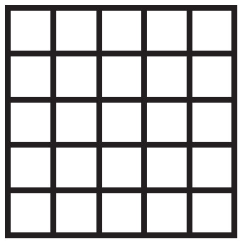


Combien de chiffres 7 sont utilisés pour écrire la liste des nombres entiers inférieurs à 1000 ?

Combien de chiffres sont utilisés pour numéroter les pages d'un livre de 549 pages ?

J'assemble des cubes identiques en les accolant par des faces entières. Quel est le nombre d'assemblages de 5 cubes (recherche des pentacubes) ?

J'assemble des carrés identiques en les accolant par des arêtes entières. Quel est le nombre d'assemblages de 5 carrés (recherche des pentaminos) ?



Combien y a-il de placements possibles d'un pion sur une des cases du plateau ci-contre ? Deux positions seront considérées comme identiques si on peut passer de l'une à l'autre par une isométrie.

Bien d'autres exemples existent…

Pour chacun d'entre eux, nous pourrons demander aux élèves de justifier qu'ils n'ont rien oublié et qu'ils n'ont pas compté deux fois le même objet. Le souci d'argumenter pourra être demandé à de jeunes élèves (dès l'école élémentaire) et pourra se faire indépendamment de ce qui est fait au collège lors de l'apprentissage de la formalisation des démonstrations.

Pour chacun d'entre eux, nous rencontrons l'« énumération » dont nous avaient parlé Claire MARGOLINAS et Floriane WOZNIAK lors de leur conférence des journées 2006 à Clermont-Ferrand[2].

(2) Cette conférence est reproduite dans le B.V n° 471, p.483 à 496.