*Dans les filières tertiaires, l'enseignement des mathématiques est souvent difficile, ce qui rend d'autant plus souhaitable la liaison entre le lycée et le post-bac. L'article d'Hombeline Languereau est une information utile pour les enseignants de lycée. Réciproquement, un article à venir, faisant le point sur la mise en œuvre du programme de mathématiques de STG, pourra rendre service aux enseignants du supérieur.*

# Calculs d'intérêts en AES

Hombeline Languereau(*)

Cet article montre comment des calculs pratiques d'intérêts peuvent trouver leur place dans un cours de mathématiques de licence première année d'AES (Administration Économique et Sociale), en l'occurrence celui de l'UFR SJEPG (Sciences juridiques, économiques politiques et de gestion) de l'université de Franche-Comté. Dans le cadre de l'autonomie, les programmes d'enseignement diffèrent d'une université à l'autre.

## Objectifs de la filière et public visé

La filière AES est une filière pluridisciplinaire dans laquelle les étudiants reçoivent principalement des enseignements en droit, sciences économiques, gestion, comptabilité, sociologie.

En première année, le public, constitué en 2006 d'environ 150 inscrits, est très hétérogène : environ 40 étudiants ont un bac professionnel, 30 un bac STT, 70 ES, 2 L, 3 S. Le plus souvent les étudiants, qui ont suivi les enseignements du lycée général, n'en n'ont pas pleinement profité et l'image qu'il ont des mathématiques est plutôt négative. Ce public ne fera pas des mathématiques son activité professionnelle.

Ce constat fait, le cours vise un triple objectif :

– mettre de l'ordre dans des connaissances en mathématiques en cours d'acquisition depuis l'école primaire,
– apprendre à lire avec profit un document portant quelques données numériques.
– acquérir quelques réflexes numériques pour être un citoyen conscient de ses actes financiers.

## Thèmes traités en 2005-2006

Le temps obligatoire consacré à l'enseignement des techniques quantitatives en licence AES (les trois premières années post bac) est réparti en :

– 9 h de cours magistral et 18 h de TD à chaque semestre de première année en mathématiques.
– 18 h de cours et 24 heures de TD de statistiques descriptives en deuxième année.
– 24 h d'enseignement optionnel de probabilités et statistique inférentielle en troisième année.

(*) Université de Franche-Comté (UFR SJEPG), directrice de l'IREM de Besançon.
hombeline.languereau@univ-fcomte.fr

Compte tenu du faible horaire consacré aux mathématiques, il faut faire des choix. L'enseignement s'adressant à des non spécialistes, dont les connaissances en mathématiques ne sont pas toujours solides, un thème principal est choisi par semestre. Cette année les calculs financiers font l'objet du contenu du premier semestre ; l'étude des fonctions de deux variables à valeurs réelles au second semestre : calculs de dérivées partielles, conditions nécessaires du premier ordre d'extremum et conditions suffisantes du second ordre, étude de la fonction impôt sur le revenu des deux variables, revenu (continu) et nombre de parts (discret).

Un enseignement de probabilités a été décrit dans [3].

Précisons maintenant l'enseignement du premier semestre. Dans le paragraphe qui suit, nous détaillons l'aspect mathématique. La progression pédagogique fera l'objet du dernier paragraphe.

**Quelques résultats utilisés dans le cours de mathématiques financières**

Proposition : Si le capital C emprunté est remboursé en $n$ versements égaux périodiques $a$, au taux d'intérêt constant $i$ relatif à la période à intérêts composés, alors

$$\mathrm{C} = a\frac{1-(1+i)^{n}}{i} \qquad (1)$$

le premier versement étant effectué une période après le versement du prêt.

Le résultat est obtenu en calculant la somme des termes d'une suite géométrique.

Voilà, le cours est fini !

Mais, dans la vie courante, souvent « le » taux annoncé par le prêteur est un taux annuel alors que l'emprunteur rembourse par mensualités. Le taux peut être fixe ou variable. S'interroger sur la signification de ces adjectifs est une question moins évidente qu'il n'y paraît. Qu'appelle-t-on capital ? Est-ce le capital emprunté au début du prêt, comme dans les emprunts immobiliers par exemple, ou le capital dû au moment du prélèvement comme dans certains calculs de crédits revolving. Que se passe-t-il si les versements ne sont pas constants ? Des frais nécessaires à l'obtention du prêt sont prélevés en une seule fois au moment de l'obtention du prêt (type frais de dossier) ou prélevés à chaque mensualité (type assurance). Quel est alors le taux d'intérêt pour l'emprunteur ? Que se passe-t-il dans le cas d'emprunt obligataire ? …

Parmi les nombreuses questions suscitées par ces calculs, nous nous sommes intéressés aux deux suivantes :
Comment convertir le taux annuel en taux mensuel ?
Quelle est la signification du taux annoncé par le banquier ?

Les réponses à ces questions sont moins évidentes qu'il n'y paraît.

Intéressons-nous d'abord au mode calcul de conversion d'un taux annuel en taux mensuel. En France, deux modes de conversion d'un taux annuel $i$ en taux mensuel $t$ ou $t'$ sont retenus :

– le taux dit proportionnel où $t = i/12$ ; les taux $t$ et $i$ sont équivalents à des intérêts simples.

– le taux dit actuariel – ou équivalent – où $t' = \sqrt[12]{1+i} - 1$ ; les taux $t'$ et $i$ sont équivalents à des intérêts composés.

En pratique, le prêteur annonce le taux $i$, l'emprunteur la valeur empruntée C puis le banquier rentre dans son logiciel différentes durées $12n$ (en mois) et annonce à chaque fois la mensualité due : $a = \dfrac{\text{C taux}}{1-(1+\text{taux})^{12n}}$. Le taux pouvant, suivant les prêts, être $t$ ou $t'$.

Voilà la question de la conversion réglée.

Intéressons-nous maintenant aux frais liés à l'obtention du prêt. Ainsi la somme C empruntée au banquier engendre des frais de dossier prélevés au moment du prêt et des coûts d'assurance prélevés à chaque mensualité ; ce qui fait que la somme empruntée du point de vue de l'emprunteur est C′ (inférieure à C) et que la mensualité est $a'$ (supérieure à $a$).

Pour l'emprunteur, le taux mensuel est solution de l'équation :

$$\frac{a}{\text{C}} = \frac{\text{taux}}{1-(1+\text{taux})^{12n}}$$

qu'on ne peut résoudre que par approximations successives.

Chaque organisme de prêt effectuant ses propres calculs et la comparaison de différentes offres n'étant pas aisée, la législation prévoit que le prêteur doit annoncer un taux annuel de prêt tous frais obligatoires inclus. Le taux mensuel est solution de l'équation précédente dès lors que les frais sont obligatoires. Si le taux annuel est équivalent à ce taux mensuel à intérêts simples (encore appelé taux proportionnel), il est appelé T.E.G., abréviation de taux effectif global. Si le taux annuel est équivalent à ce taux mensuel à intérêts composés (ou taux équivalent), il est appelé T.A.E.G (taux actuariel effectif global). Nous laissons de côté dans cet article les questions de législations et nous nous limitons, comme nous l'avons déjà dit, au cas de remboursement par annuités constantes.

Comparons, dans les cas suivants, fictifs quant aux données numériques mais réels dans la conception des calculs, le taux de crédit du point de vue de l'emprunteur et de celui de la banque.

Dans les huit cas ci-dessous, la banque annonce un taux de crédit annuel de 10% et se propose de calculer la mensualité pour un emprunt de 10 000 € remboursable en 36 mensualités. Nous appliquons l'égalité où $a$ représente la mensualité, et $t$ le taux d'intérêt mensuel de l'emprunt.

Cas n° 1 : Le taux mensuel est le taux équivalent. Nous obtenons donc $t = \sqrt[12]{1,1} - 1 \approx 0,797\% = 0,007\,97$ et $a = 320,63$ €.

Cas n° 2 : Le taux mensuel est le taux proportionnel. Nous obtenons $t = \dfrac{i}{12} = \dfrac{0,1}{12} \approx 0,833\% = 0,008\,33$ et $a = 322,67$ €.

Dans toute la suite, le taux mensuel retenu est le taux proportionnel.

Cas n° 3 : le taux annuel est 10%, l'emprunteur exige une assurance dont le montant annuel est 0,54% du capital emprunté.
Nous obtenons ainsi $a = 322{,}67 + 4{,}20 = 326{,}27$ €.

Cas n° 4 : l'assurance obligatoire est de 0,54% du capital non encore remboursé.
Nous obtenons $a = 325{,}21$ €.

Cas n° 5 : il n'y a pas d'assurance, mais le prêteur prélève en plus de chaque mensualité des frais forfaitaires de gestion de 20 € ; $a = 322{,}67 + 20 = 342{,}67$ €.

Cas n° 6 : le prêteur considère que les frais de gestion sont payés au moment du déblocage de la somme empruntée, qu'il nomme « frais de dossier ». Ceux-ci s'élèvent à 0,1% du capital emprunté avec un minimum de 500 €. Sans assurance, la mensualité vaut 322,67 €.

Cas n° 7 : c'est le cas n° 6 avec assurance calculée en 3) ; la mensualité vaut 326,87 €.

Cas n° 8 : l'assurance est 1% du capital emprunté, les frais de dossier s'élèvent à 500 € ; cette somme est forfaitaire. L'assurance, de 8,33 € par mois, s'ajoute à la mensualité de 322,67 € ; la somme prélevée est donc 331 €.

Déterminons le taux du crédit annuel du point de vue de l'emprunteur en considérant le taux proportionnel, dans chacun des cas précédents ; c'est-à-dire en regardant seulement la valeur empruntée et la mensualité. Dans (1), du point de vue de la banque, c'est $a$ qui est inconnu et du point de vue de l'emprunteur c'est $i$.

Cela nous amène à résoudre l'équation $\dfrac{i}{1-(1+i)^{-36}} = \dfrac{a}{C}$. La méthode de dichotomie fournit des résultats rapidement et ne nécessite qu'une programmation élémentaire. Le taux annuel $i$ est $12 \times 0{,}797 = 9{,}564$ % dans le cas n° 1 ; $i = 10\%$ dans le cas n° 2, le taux mensuel est d'environ 0,907%, soit un taux annuel de 10,88% pour le cas n° 3. Dans le cas n° 4, c'est 10,56% par an. Les mêmes calculs fournissent 14,16% dans le cas 5, puis 13,44%, puis (septième cas) 14,52% et enfin 15,36%.

Comme nous venons de le constater, connaître le taux d'intérêt annuel d'un emprunt est suffisant pour effectuer des calculs mettant en œuvre la somme d'une suite géométrique mais ne permet pas de comparer deux offres de crédit.

### Plan du cours de première année d'AES

L'objectif du cours de mathématiques en premier semestre de première année de licence AES est de sensibiliser les étudiants à la mise en œuvre pratique d'un résultat mathématique qui devrait être connu : la somme des $n$ premiers termes d'une suite géométrique.

Le premier chapitre intitulé « Puissances » est l'occasion de revenir sur le calcul des puissances et de réfléchir à la construction des ensembles de nombres.

Le calcul sur les puissances n'est pas acquis par une proportion non négligeable d'étudiants. Un premier chapitre lui est donc consacré. C'est l'occasion de montrer comment d'une simple abréviation d'écriture : $a^b = a\ a\ \ldots\ a$ pour $b$ entier non nul, on arrive à la définition de l'exponentielle en cherchant à conserver les propriétés algébriques $a^{b+c} = a^b\ a^c$ et $(a^b)^c = a^{bc}$ pour définir $a^b$ si $b$ est rationnel et avoir un principe de continuité pour définir $a^b$ si $b$ est réel.

Voici plus précisément le plan du chapitre. Après avoir rappelé la définition de $a^b$ pour $b$ entier naturel non nul et montré les propriétés ci-dessus, nous cherchons à étendre la définition à $b = 0$. Pour cela, nous dressons le tableau suivant :

$a^1 = a$

$a^2 = aa$

$a^3 = aaa$

$a^4 = aaaa$

…

En remarquant que le passage d'une ligne à la suivante se traduit sur l'exposant par l'addition de 1 à gauche de l'égalité et par la multiplication par $a$ à droite, nous en déduisons que pour remonter, il faut soustraire 1 et diviser par $a$. Or cette dernière opération n'ayant de sens que pour $a$ non nul, nous définissons $a^b$ pour $b$ nul, puis entier négatif uniquement si $a$ est non nul. Nous cherchons ensuite une définition de $a^b$ pour $b$ rationnel. Cette définition est motivée par le fait que nous cherchons à conserver les deux propriétés. Cette fois c'est l'égalité $(a^b)^c = a^{bc}$ que l'on force en choisissant $c = 1/b$. Nous sommes amenés à restreindre la définition à $a$ réel positif. Nous réécrivons les propriétés en insistant sur le fait que ce ne sont plus maintenant de simples abréviations d'écritures. Ce qui précède occupe généralement la première séance de cours qui se termine par : « Comment définir $2^\pi$ ? ». Un rapide sondage lors de la séance suivante montre que cela ne pose pas de problème puisque la calculatrice fournit une réponse. J'attire l'attention des étudiants sur le fait que l'extension de $a^b$ à $b$ irrationnel n'est pas algébrique mais topologique et qu'il nous faut un principe de continuité et de monotonie pour définir $a^b$. Avec les étudiants, le vocabulaire est plus imagé. Un dessin au tableau illustre « les réels remplissent complètement la droite sur lesquels sont les rationnels », et les exemples sont nombreux. De l'encadrement $3 < \pi < 4$, nous déduisons $8 < 2^\pi < 16$. L'encadrement $3{,}1 < \pi < 3{,}2$ nous fournit…

Ce chapitre est en fait une réflexion sur la construction des ensembles numériques.

Il se termine par : « Nous avons défini $a^b$. Que se passe-t-il si $a$ ou $b$ bouge ? Quand les deux varient, nous obtenons une fonction de deux variables. L'étude d'une telle fonction est reportée au second semestre. Quand l'une des deux variables bouge dans l'ensemble des réels, nous obtenons une fonction puissance ou une fonction exponentielle. Enfin dans le cas d'une variation dans $\mathbb{N}$, c'est une suite numérique qui arrive.

Vient ensuite le chapitre sur les calculs financiers dont voici le plan :

Rappels sur les suites arithmétiques et les suites géométriques.

Intérêts simples, intérêts composés.

Capitalisation, actualisation, équivalence.

Annuités.
Tableau d'amortissement d'un emprunt indivis.
Conversions d'un taux annuel en taux mensuel.
TEG et TAEG.

Les exercices de travaux dirigés illustrent le cours. Une première fiche est constituée d'exercices scolaires. Une deuxième est constituée d'étude de documents issus de la vie courante : tableaux d'amortissements fournis par des banques, publicités d'organismes financiers extraites du supplément télévision de *L'est républicain*, le quotidien local.

La mise en pratique des calculs peut se révéler périlleuse : $100.1{,}01^n$ est-il $101^n$ ? Que vaut $-2^n$ ?…

En conclusion, ce cours, qui repose sur une seule égalité (la somme de la suite géométrique) du point de vue mathématique, est perçu comme non évident par les étudiants y compris les meilleurs.

Une première difficulté consiste à repérer ce qui est additif (suite arithmétique) et ce qui est multiplicatif (suite géométrique).

L'actualisation est une notion non évidente : passer de « 1 000 € maintenant et 1 000 € dans dix ans, c'est pas pareil » à « Un capital est composé de 1 000 € disponibles dans deux ans et de 3 000 € disponibles dans cinq ans, un autre capital est composé de 800 € disponibles dans un an et de 2 800 € disponibles dans trois ans ; les sommes résultant d'un placement à 6%. Quel est le capital le plus élevé ? » n'est vraiment pas aisé. Les différentes conversations avec des collègues enseignant l'économie ou la gestion confirment la non compréhension de l'actualisation y compris en master d'économie.

La lecture et l'interprétation des documents réels sont compliquées par la multitude de données à gérer et la nature de l'énoncé « compléter le tableau d'amortissement suivant » ou « comparer les publicités ci-dessous » qui ne donne pas d'indication méthodologique. C'est l'occasion de montrer la différence entre le modèle et la réalité : le modèle est une simplification de la réalité qui permet d'appréhender un phénomène complexe mais se contenter de raisonner dans le modèle peut entraîner des conclusions erronées.

Si, au début du cours, le concret des situations rassure les étudiants, certains concluent que les « vraies maths » sont plus simples. Cela ne les empêchera pas, deux mois plus tard, de trouver l'étude des fonctions de deux variables incompréhensible.

La partie du cours mathématiques financières est enseignée régulièrement depuis une dizaine d'années. Les quelques retours que j'ai sont positifs mais biaisés : ils émanent d'étudiants soit :

- dont quelqu'un dans l'entourage proche est amené à emprunter,
- qui sont à bac + 3 ou + 4, qui ont donc réussi leurs études,
- rencontrés par hasard, qui n'ont donc pas changé de trottoir et qui se sont manifestés en me voyant.

En général, ce qui reste n'est pas du contenu mais de la méthodologie : « vous nous avez appris à faire attention à l'énoncé », « vous nous avez obligés à ne pas faire de fautes d'orthographe », « le cours m'a beaucoup servi en maîtrise car j'ai pris l'habitude de faire attention aux unités », « on a trouvé dur de ne pas avoir la moitié des points quand c'était à moitié juste, mais ça nous a appris qu'on devait se relire »…

En général, les étudiants ont le sentiment d'avoir un cours utile malgré le pessimisme de mon discours : « Si vous avez réellement besoin de comparer, comme vous aurez certainement oublié le cours, demandez quelle est la somme prélevée chaque mois si vous empruntez C et que vous remboursez en $n$ mensualités. »

Les rencontres informelles avec les collègues enseignant en collège ou en lycée sont également très enrichissantes. D'une part, elles complètent les documents sur lesquels je m'appuie pour avoir une idée des acquis des étudiants. D'autre part, leur première réaction est de trouver que le cours est d'un « bas niveau ». Il est vrai qu'une dizaine d'étudiants obtient une note supérieure ou égale à 15 le jour de l'examen mais aussi que dans une classe de 30 élèves, accepter qu'un ou deux passe dans la classe supérieure sans connaissances mathématiques n'est pas scandaleux. En général, ces élèves obtiendront leur bac en compensant avec d'autres matières et se retrouveront à l'université dans des filières peu sélectives. Si l'on concentre ces étudiants issus des 150 collèges de Franche-Comté, il n'est pas surprenant de devoir revenir sur des techniques et des résultats élémentaires.

En conclusion : acquérir ce qui devrait être le « socle commun » à l'issue de la scolarité obligatoire demande du temps.

## Bibliographie

[1] Adam Évelyne, Bock Anne-Marie, Damamme Gilles, Rustin Claude, Ventelon Hélène, *Math à Crédit*, APMEP, Paris, 2005.
[2] Dorier, Duc-Jacquet, *Mathématiques pour l'économie et la gestion*, Gualino, Paris 1998.
[3] Ducel Yves, Languereau Hombeline, *Un enseignement des probabilités en premier cycle de la filière A.E.S.* in Bulletin de l'APMEP, N° 420 p. 61-74, Paris, 1999.
[4] Article sur les calculs d'intérêt du bulletin 386, déc. 1992 de l'APMEP.

## Annexes :
## Fiche de travaux dirigés et examen proposés en 2005-2006

### Fiche 1 : exposants et suites numériques

#### Exercice 1

Proposer des écritures équivalentes des nombres ci-dessous :

$$\frac{2^5}{2^8};\frac{(ab)^9}{a^8};\left(\frac{ab^4}{a^2}\right)^3;\sqrt[3]{2^6};\sqrt[3]{ab};\sqrt[4]{ab^2}.$$

Écrire le développement décimal des rationnels suivants : $\frac{1}{3}, \frac{15}{7}, \frac{8}{9}$.

Écrire, à l'aide d'une fraction, les nombres suivants :

0,555 555 55…
0,282 828 282 8…
12,777 777 7…
128,745 555 555 555…
0,999 999 9…

Calculer $-x^2 + 3x$ pour $x = 1$, $x = -1$, …
Calculer $-(x + 3)^{0,5}$ pour $x = 1$, $x = -1$, …
Calculer $(x - 2)^{-1} + 3x$ pour $x = 1$, $x = -1$, …

**Exercice 2**

Parmi les suites ci-dessous, quelles sont celles qui désignent des suites géométriques ?

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} + u_n = 2\ ;\ n \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} + u_n = 2\ ;\ n \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} - 2u_n = 1\ ;\ n \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} u_0 = -5 \\ u_{n+1} - u_n = 1\ ;\ n \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n{}^2\ ;\ n \geq 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n{}^2\ ;\ n \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + \dfrac{-3}{100}u_n\ ;\ n \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = u_n + \dfrac{5}{100}u_n\ ;\ n \geq 0 \end{cases}$$

**Exercice 3**

**a.** Calculer $1{,}04 + 1{,}04^2 + 1{,}04^3 + 1{,}04^4 + 1{,}04^5 + 1{,}04^6 + 1{,}04^7$.
**b.** Calculer $1{,}02^2 + 1{,}02^4 + 1{,}02^6 + 1{,}02^8 + 1{,}02^{10} + 1{,}02^{12} + 1{,}02^{14}$.
**c.** Calculer $1{,}03^2 + 1{,}03^4 + \ldots + 1{,}03^{30}$.
**d.** Calculer $1{,}03^2 + 1{,}03^4 + 1{,}03^6 + 1{,}03^8 + \ldots$ .
**e.** Calculer $0{,}98^2 + 0{,}98^4 + 0{,}98^6 + 0{,}98^8 + 0{,}98^{10} + 0{,}98^{12} + 0{,}98^{14}$.
**f.** Calculer $0{,}99^2 + 0{,}99^4 + \ldots + 0{,}99^{2n}$.
**g.** Calculer $0{,}998^2 + 0{,}998^4 + 0{,}998^6 + \ldots$ .

**Exercice 4**

Le nombre d'habitants (en millions) aux États-Unis, en France et en Chine en 1989 ainsi que l'accroissement annuel de population sont consignés dans le tableau ci-dessous :

| U.S.A. | France | Chine |
|---|---|---|
| 249.23 | 56.17 | 1 135.5 |
| 0.8% | 0.4% | 1.4% |

En supposant ces accroissements constants, quelles seraient en 2010 et en 2020 les populations de ces pays ?

**Exercice 5**

Un véhicule neuf coûte 20 000 €. La valeur de ce véhicule diminue de 1.5% par mois.
**a.** Calculer la valeur du véhicule au bout d’un mois, d’un trimestre, d’une année.
**b.** Au bout de combien de temps la valeur du véhicule est-elle inférieure à 5 000 € ?

**Exercice 6**

Un employeur propose une rémunération initiale annuelle de 30 000 € ; puis une augmentation soit de 960 € soit de 3% par an.
**a.** Comparer les augmentations au cours des années.
**b.** Quelle est, en fonction des années, l’augmentation la plus avantageuse ?

**Exercice 7**

Une banque propose un placement rémunéré à 4.5% par an. Quel est le temps de doublement du capital ?

Remarque : les trois premiers exercices ont pour but d’entraîner techniquement les étudiants ; les quatre suivants sont des exercices de changement de cadre.

## Examen proposé en janvier 2006

La présentation de la copie et la clarté des raisonnements seront prises en compte dans l’appréciation de la copie.
Sauf indication contraire, les calculs seront faits à intérêts composés.

**Exercice 1**

**a.** Quelle est la valeur acquise par un capital de 1 500 € placé à 7 % au bout de huit ans ?
**b.** Quelle est la durée de placement permettant de doubler ce capital ?
**c.** Quelle est la durée de placement permettant de quadrupler ce capital ?
**d.** Quelle est la valeur actuelle (à la date 0) d’un capital de 2 500 € disponible dans cinq ans placé à 3% ?

**Exercice 2**

**a.** Calculer $1 + 0.95 + 0.95^2 + 0.95^3 + 0.95^4 + \dots + 0.95^9$
**b.** Calculer $1 + 0.95 + 0.95^2 + 0.95^3 + 0.95^4 + 0.95^5 + \dots$
**c.** Calculer $1 + 0.95^3 + 0.95^6 + 0.95^9 + 0.95^{12} + \dots$

**Exercice 3**

Une banque consent à un client un prêt de 12 000 € au taux annuel de 4% remboursable en cinq annuités constantes.
**a.** Quelle est l’annuité ?
**b.** Établir le tableau d’amortissement.
**c.** Déterminer le taux mensuel proportionnel. Quelle est alors la mensualité ?
**d.** Déterminer le taux mensuel actuariel. Quelle est alors la mensualité ?

**Exercice 4**

**a.** Compléter le tableau d'amortissement joint.
**b.** Préciser le taux mensuel d'intérêt.
**c.** La banque annonce que le taux d'assurance annuel est proportionnel au capital emprunté. Quel est ce taux ?
**d.** Calculer le T.E.G. et le T.A.E.G. de cet emprunt.
**e.** L'emprunteur souhaite rembourser en 36 mois. Quelle est alors la mensualité hors assurance ?
**f.** Calculer le T.E.G. et le T.A.E.G. de cet emprunt dans le cas d'un remboursement en 36 mois.

Remarque : tous les exercices demandés ont été traités en travaux dirigés ; parfois sans changer la moindre valeur numérique (c'est le cas de l'exercice 4).

Sur les 150 étudiants inscrits, seuls 90 étaient présents le jour de l'examen. Parmi ceux-ci, certains étaient présents lors des épreuves antérieures à celle de mathématiques.
Les notes des 90 étudiants présents sont comprises entre 0 et 18. La médiane des notes est 7 ; 34 ont une note supérieure ou égale à 10. Il y a 17 étudiants qui ont une note inférieure ou égale à 3.