Wendelin WERNER
Médaille Fields française en 2006.

Né en Allemagne en 1968, naturalisé français à l'âge de 9 ans, Wendelin WERNER obtient son doctorat à l'Université de Paris VI en 1993. D'abord professeur de mathématiques à Orsay, il enseigne aujourd'hui à l'Université de Paris VI ainsi qu'à l'E.N.S. de la rue d'Ulm. Il a déjà été récompensé par le prix Rollo Davidson en 1998, le prix des jeunes chercheurs de l'E.M.S. en 2000, les prix Fermat en 2001, Jacques Herbrand en 2003, Loève en 2005 et enfin Pòlya en 2006. Ses travaux concernent le calcul des probabilités et les structures bidimensionelles, domaines particulièrement importants de la physique.

On trouvera ci-après la traduction française d'une interview réalisée à l'occasion de la remise de sa médaille à Madrid ainsi que le texte de l'IMU.

Qu'est-ce que cela vous fait d'avoir obtenu la Médaille Fields ? Comment avez-vous été informé et qu'avez-vous fait à ce moment là ?
Par une belle journée de Mai, je reçus un courriel de John Ball, le président de l'IMU, me demandant de le rappeler à propos d'une « affaire confidentielle » (il avait essayé de me joindre alors que j'étais, ce jour-là, en route pour mon bureau à l'E.N.S.). Je devinais un peu de quoi il s'agissait même si je n'avais pas vraiment pensé que cela puisse arriver. Je le rappelai, mais sa secrétaire me dit qu'il venait juste de sortir pour se chercher une tasse de café et que je devais réessayer d'ici cinq minutes. Quand je le rappelai, John Ball me dit qu'il avait de « bonnes nouvelles » pour moi. Je me souviens de sa phrase « you've won a Fields medal » (vous avez obtenu une médaille Fields).
Ma première pensée après avoir raccroché ce fut que si ce prix récompensait mon travail, comme une bonne partie de celui-ci avait été fait en collaboration avec Greg Lawler et Oded Schramm, cette médaille était aussi la leur (même si j'étais le seul à ne pas avoir atteint la limite d'âge). Je sortis alors faire quelques pas au jardin du Luxembourg et j'appelai ma femme, la seule personne avec laquelle j'étais autorisé à partager la nouvelle. C'est une chose étrange que de devoir garder un tel secret (ce qui avait été exigé par John Ball) tout en discutant avec les collègues et les amis dans les couloirs comme si de rien n'était.

Vous êtes le premier probabiliste à recevoir la médaille Fields. Qu'en ressentez-vous ?
Je suis évidemment très heureux de la reconnaissance qu'obtient ainsi la théorie des probabilités. Peut-être est-ce le symptôme d'un changement de perception et l'influence des idées des probabilités sur les mathématiques en général. Bien sûr, je trouve un peu étrange d'être le premier probabiliste à recevoir cette médaille, étant donnés l'histoire et les résultats déjà obtenus dans ce domaine.

Mais je dois ajouter que la division et classification des mathématiques en différents sous-domaines ne doit pas être pris trop au sérieux. Les nouvelles découvertes apparaissent justement quand on combine les idées de différents domaines. C'est en fait d'une certaine façon ce qui est arrivé pour les problèmes sur lesquels je travaillais, quand l'analyse complexe est devenue un outil.

Pouvez-vous expliquer en termes simples un des problèmes sur lequel vous travaillez ?
Prenez des ciseaux et coupez tout à fait au hasard une forme dans une feuille de papier. Que pouvez-vous dire à propos de cette forme ? Une partie de la question, c'est de donner un sens à l'expression « tout à fait au hasard » car il y a une infinité de possibilités.
Une des motivations pour l'étude de ce type de questions vient de la physique : Considérez un système physique et élevez sa température. Au passage de certaines valeurs de la température il apparaît des changements brutaux dans le comportement macroscopique du système : un liquide devient gaz, le fer perd son magnétisme, etc. On a observé empiriquement que quand le système atteint exactement une telle température « critique » on peut exhiber des caractéristiques macroscopiques aléatoires. Par exemple, si le système est plan, les deux phases peuvent coexister et la ligne de séparation des régions correspondant à chaque phase sont alors de boucles aléatoires, exactement comme celles coupées par des ciseaux.

Ainsi les physiciens ont travaillé les mêmes questions ?
Les physiciens on réussi à inventer des techniques et des théories qui leur ont permis de décrire plusieurs aspects de tels systèmes critiques bidimensionnels. Les mots clés sont « théorie de champ conforme », « gravité quantique », « gaz de Coulomb », … Mais aux yeux du mathématicien on ne voyait pas du tout comment relier ces outils et les formules aux modèles qui étaient en fait étudiés. Un des aspects de notre travail a été de développer de nouveaux concepts mathématiques et de nouvelles idées qui ont permis de nouvelles découvertes et la démonstration des prédictions des physiciens.

Ce prix influencera-t-il votre travail futur d'une façon ou d'une autre ?
C'est difficile à prévoir. J'ai compris que ce prix récompense un travail passé mais c'est aussi un encouragement pour l'avenir. Aussi cela peut paraître une lourde responsabilité et peut-être une forme de pression pour découvrir de belles choses. Je pourrais m'attaquer à des problèmes trop difficiles et terminer avec la grosse tête… Je me demande si cela changera la façon dont les étudiants écouteront mes cours. Eh bien, nous verrons. Aujourd'hui, je veux d'abord me réjouir de ce moment avec mes collègues, mes amis et ma famille.

Communiqué de l'IMU

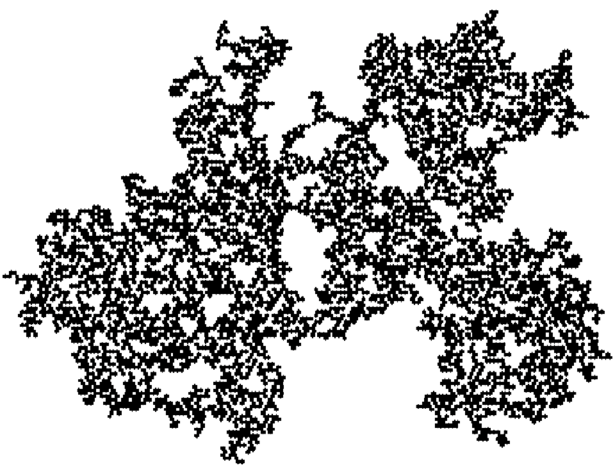
Le travail de Wendelin Werner et de ses collaborateurs représente une des interactions récentes les plus intéressantes et prometteuses entre la physique et les mathématiques. Dans sa recherche, Werner a développé un nouveau cadre conceptuel pour la compréhension des phénomènes critiques qui apparaissent dans les systèmes physiques et a apporté de nouvelles visions géométriques, choses qui manquaient auparavant. Les idées théoriques développées dans son travail, mêlant la théorie des probabilités et des idées d'analyse complexe classique, ont eu un impact important à la fois en mathématiques et en physique et ont un potentiel d'applications à une large classe de problèmes.

Une des motivations du travail de Wendelin Werner se trouve en physique statistique où l'on utilise la théorie des probabilités pour analyser le comportement à grande échelle d'un système complexe comprenant de très nombreuses particules. L'exemple classique d'un tel système est celui du gaz : Bien qu'il soit impossible de connaître la position de chaque molécule d'air dans la pièce où vous êtes assis, la physique statistique vous dit qu'il est extrêmement improbable que toutes les molécules d'air se retrouvent dans un des coins de la pièce. De tels systèmes peuvent présenter des transitions de phase qui indiquent un changement brutal dans leur comportement macroscopique. Ainsi quand l'eau se met à bouillir, elle passe par une transition de phase, celle de liquide à vapeur. Un autre exemple classique de transition de phase est la magnétisation spontanée du fer, ce qui dépend de la température. En un tel point de transition, les systèmes peuvent présenter ce qu'on appelle un phénomène critique. Ils peuvent apparaître comme aléatoires à toute échelle (en particulier au niveau macroscopique) et devenir « invariants d'échelle », ce qui signifie que leur comportement général apparaît statistiquement le même à toute échelle. De tels phénomènes critiques sont remarquablement complexes et loin d'être entièrement compris.

En 1982 le physicien Kenneth G. Wilson a reçu le prix Nobel pour son étude des phénomènes critiques qui aida à expliquer leur « universalité » : Bien des phénomènes physiques ont un comportement analogue au voisinage des points critiques. Ce comportement est décrit par des fonctions dans lesquelles une quantité (par exemple la différence entre la température du système et la température critique) est élevée à une certaine puissance, appelée « exposant critique » du système. Les physiciens ont conjecturé que ces exposants sont universels en ce sens qu'ils ne dépendent que de quelques paramètres qualitatifs du système et non de ses détails microscopiques. Bien que les systèmes auxquels Wilson s'est intéressé étaient le plus souvent de dimension trois ou quatre, les mêmes phénomènes apparaissent en dimension deux. Lors des années 80 et 90, les physiciens avancèrent à grand pas en développant la théorie de champ conforme qui leur procura une approche dans l'étude des phénomènes critiques à deux dimensions. Cependant cette approche se comprenait difficilement dans un cadre mathématique rigoureux et ne permettait aucune image géométrique sur la façon dont le système se comportait. Une des grandes réalisations de Wendelin Werner, avec ses collaborateurs Gregory Lawler et Oded Schramm, a été le développement d'une nouvelle approche des phénomènes critiques en dimension deux qui est mathématiquement rigoureuse et qui permet une description géométrique des systèmes aux points critiques et en leur voisinage.

La percolation est un modèle qui décrit le comportement de base, par exemple celui d'un gaz percolant à travers un milieu aléatoire. Ce milieu peut être un réseau de tubes où chaque tube est, avec une certaine probabilité, soit ouvert soit fermé. Un autre exemple est le comportement des polluants dans un aquifère. On aimerait répondre à des questions telles que : À quoi ressemble l'ensemble des sites pollués ? Physiciens et mathématiciens étudient des modèles schématiques de percolation tels que le suivant. Imaginons d'abord un plan pavé d'hexagones. Le jet d'une pièce de monnaie (éventuellement biaisée) permet de choisir la couleur (blanche ou noire) de chaque hexagone ce qui fait que la probabilité pour un hexagone donné d'être colorié en noir est de p et en blanc de $1 - p$. Si on choisit un point du plan comme origine, nous pouvons nous demander quelles parties du plan sont reliées à l'origine par des chemins entièrement noirs. Cet ensemble est ce qu'on appelle le « cluster » contenant l'origine. Si p est plus petit que 1/2, il y aura moins d'hexagones noirs que de blancs et le cluster contenant l'origine sera fini. Inversement si p est plus grand que 1/2, il y a une probabilité non nulle que le cluster contenant l'origine soit infini. Le système passe par une transition de phase pour la valeur $p = 1/2$.

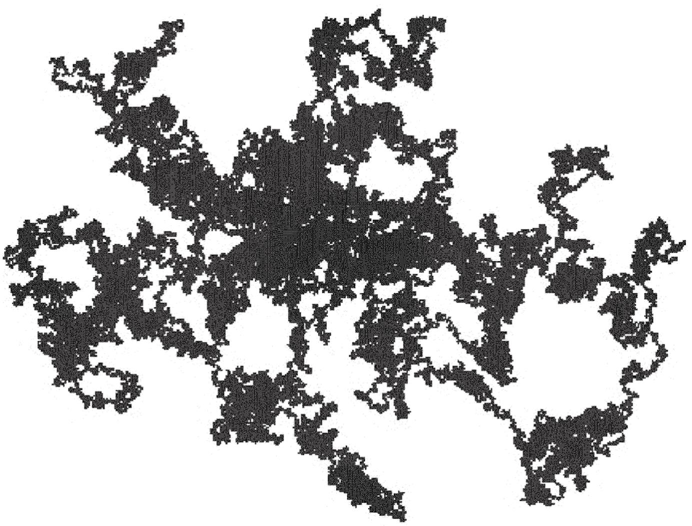
Cette valeur critique correspond au cas où on lance une pièce bien équilibrée pour choisir la couleur de chaque hexagone. Dans ce cas, on peut démontrer que tous les clusters sont finis et que sur toute portion aussi grande soit-elle du réseau d'hexagones que l'on choisit, on peut trouver (avec une grande probabilité) des clusters de taille comparable à celle de la portion. Le dessin ci-après représente un exemple d'un bien grand cluster.



(Fig. 1) Un cluster de percolation. Image de Wendelin Werner.

Le modèle de percolation a relancé l'intérêt des physiciens théoriciens qui utilisaient diverses techniques non rigoureuses pour prédire les aspects de son point critique. En particulier, il y a environ quinze ans, le physicien John Cardy utilisait la théorie de champ conforme pour prévoir quelques propriétés à grande échelle de la percolation au point critique. Werner et ses collaborateurs Lawler et Schramm ont étudié l'objet continu qui apparaît quand on prend la limite de la grande échelle, c'est-à-dire quand on laisse la taille des hexagones devenir de plus en plus petite. Ils déduisirent plusieurs propriétés d'un tel objet tel que, par exemple, la dimension fractale de la frontière des clusters. En reliant leur travail avec les résultats de Smirnov en 2001 sur le modèle de percolation et avec des résultats antérieurs de Harry Kesten, Werner et ses collaborateurs furent conduits à l'obtention complète de tous les exposants critiques pour ce modèle particulier.

Un autre modèle à deux dimensions est le mouvement Brownien plan qui peut être vu comme la limite à grande échelle d'une promenade discrète aléatoire. La promenade discrète aléatoire décrit la trajectoire d'une particule qui choisit au hasard une nouvelle direction toutes les unités de temps. La géométrie des chemins Browniens plans est assez complexe. En 1982, Benoît Mandelbrot conjectura que la dimension fractale de la frontière externe de la trajectoire d'un chemin Brownien (la frontière externe de l'ensemble représenté sur la figure 2 ci-dessous) est de 4/3.



(Fig. 2) Le chemin d'un mouvement Brownien. Image de Wendelin Werner.

Démontrer cette conjecture semblait hors de portée des techniques classiques en probabilité. Lawler, Schramm et Werner la prouvèrent d'abord en montrant que la frontière externe d'un chemin Brownien et celle des clusters continus de percolation sont semblables, puis en calculant leur dimension commune en utilisant une construction dynamique des clusters continues de percolation. En utilisant la même stratégie, ils en déduisirent également la valeur de quantités intimement reliées, celles des « exposants d'intersection » pour le mouvement Brownien et les promenades aléatoires simples, quantités qui avaient été conjecturées par les physiciens B. Duplantier et K.-H. Kwon (un de ces exposants d'intersection décrit la probabilité pour que les chemins de deux promeneurs restent disjoints pendant un temps assez long). Les travaux ultérieurs de Werner firent apparaître des symétries supplémentaires pour les frontières externes des boucles Browniennes.

Un autre résultat de Wendelin Werner et de ses coéquipiers est la démonstration de « l'invariance conforme » de quelques modèles bidimensionnels. L'invariance conforme est une propriété semblable, mais plus subtile et plus générale, à l'invariance d'échelle et se trouve à la racine de la définition des objets continus qu'étudie Werner. On peut dire grossièrement qu'un objet aléatoire de dimension deux possède l'invariance conforme si ses images par des transformations conservant les angles (qu'on appelle applications conformes et qui sont les objets de base de l'analyse complexe) suivent la même loi que l'objet lui-même. L'affirmation que de nombreux systèmes critiques bidimensionnels possèdent l'invariance conforme est le point de départ de la théorie de champ conforme. Le résultat de Smirnov mentionné ci-dessus prouvait l'invariance conforme pour la percolation. Werner et ses collaborateurs on prouvé l'invariance conforme pour deux modèles classiques à deux dimensions. C'est un défi majeur dans ce domaine aujourd'hui de démontrer l'invariance conforme dans le cadre d'autres systèmes bidimensionnels.

Mathématiciens et physiciens ont développé des approches très différentes pour comprendre les phénomènes critiques en dimension deux. Le travail de Wendelin Werner a aidé à établir un pont sur le fossé qui séparait ces approches, enrichissant les deux domaines et ouvrant de nouveaux domaines prometteurs de recherches. Son travail spectaculaire continuera à influencer à la fois les mathématiques et la physique dans les décades à venir.