L'invention d'un zéro

Maryvonne Menez-Hallez

I. Introduction

Je rends d'abord hommage à Jean-Luc Verley qui par sa grande érudition, ses réflexions et sa générosité a créé en 1982 le groupe M.A.T.H.(1) à l'IREM de Paris 7. Ce que je tente de faire vivre dans cet atelier lui est dû.

Nous apprenons la droite des réels, c'est-à-dire la droite sur laquelle on s'est donné une origine et une unité, dès notre plus jeune âge, avec les ascenseurs et les thermomètres atmosphériques, **mais l'audace** de se donner une point origine sur une droite date du début du **19ème siècle** et cette invention a toute une histoire, que nous avons partagé dans l'atelier avec un enseignant de primaire avec le même étonnement et le même plaisir de lire ou de relire les textes de Wallis, de Stevin, de Kant, de Carnot, de D'Alembert, de Stendhal, et d'Argand. Une fois de plus, il s'est passé que si la lecture semble d'abord ardue, la familiarité avec ces textes ne demande que l'espace d'un atelier de 3 heures… La représentation géométrique des nombres négatifs sur une droite s'est faite dans le même mouvement que la représentation géométrique des nombres imaginaires(2).

Le vocable nombre englobe une grande diversité d'écritures, de paroles, de gestes, d'algorithmes, de représentations.
Un geste originaire, le comptage, fonde l'écriture et la manipulation opératoire dont est issu le Nombre, entier par essence. Trois autres gestes sont mesurer, calculer et comparer.
Quand l'entier vient à manquer comme réponse à l'un de ces gestes, vont être inventées des formes nouvelles d'écritures : décimale, fractionnaire, … avec lesquelles on prolonge les opérations, les règles de calcul des entiers ; il est important pour ne pas dire nécessaire de faire éprouver ce manque(3) à nos élèves. Dans l'Histoire comme dans l'histoire de chacun(e), l'expérience mathématique du manque est fondatrice et permet à l'élève comme à tout chercheur de contracter des « manières d'être » mathématiques.
D'autre part, une décision est nécessaire pour qu'un nouveau type d'objet reçoive le prédicat de nombre. L'existence d'un objet mathématique se déclare. Simon Stevin, dans un texte savoureux et décisif, déclare entre autres que 1, $\sqrt{2}$ sont des nombres.

(1) Mathématiques, approche par des textes historiques. Nous lui devons de plus de nombreuses conférences en formation continue dont « Le zéro et les négatifs ».
(2) cf. le site de la commission inter-irem épistémologie et histoire, le livre publié par la Commission chez Ellipses « Images, imaginaire, imaginations ».
(3) Manque que je n'ai éprouvé qu'en 1984 ! à 40 ans en travaillant avec Jean-Luc Verley au groupe M.A.T.H. et que je tente de faire éprouver aux élèves comme aux collègues chaque année.

La décision en mathématique est corrélative d’une découverte : La narration de recherche « Construire un carré d’aire double de celle d’un carré donné » conduit les élèves à réactiver les réflexions de l’Antiquité : aucun nombre n’est la mesure du carré d’aire 2. Les mathématiciens « modernes » ont décidé que $\sqrt{2}$ existe, pas les Grecs.
Et c’est bien un geste mathématique que d’inventer un nouveau type de nombre. L’expérience scandaleuse du manque pour nommer le rapport de la diagonale d’un carré à son côté date de l’antiquité ; les conséquences courront dans l’Histoire jusqu’en 1872, année où Dedekind déclarera avoir enfin démontré $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$ et où la communauté mathématique déclarera le réel enfin construit.

Pour $\sqrt{2}$, « le numérique se désarrime de l’activité de comptage, mais reste lié à la grandeur, à la quantité ».(4)

« Avec le négatif ce lien est rompu ; le zéro marque l’absence, la disparition de la grandeur. L’épissure qui arrime le nombre irrationnel au comptage c’est le calcul sur les séries numériques, donc avec l’infini ; celle qui arrime le relatif à la grandeur entrelace quantité et direction. Nouvelle décision, le négatif est un nombre et conséquences opératoires d’une telle décision ; cette forme nouvelle s’intègre aux formes numériques qui la précèdent ; l’opératoire est toujours manipulation de formes. »(5)

Calculer avec des « quantités » négatives ne posait déjà pas de problème à Diophante(6), mais la quantité ne sera nommée nombre négatif qu’au début du 19ème siècle !

II. Lecture de textes de Wallis, d’Alembert, Carnot, Stendhal

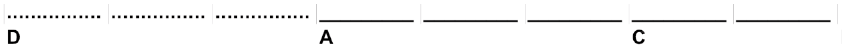
Nous avons lu ces textes à haute voix et nous nous arrêtions pour remarques et commentaires. Un travail de groupe était prévu qui aurait conduit à une mise en espace théâtrale mais le peu de participants ne l’a pas permis.

Wallis propose une représentation géométrique d’une grande simplicité qui, pour nous, est naturelle, mais qui se rencontre pour la première fois chez lui, donc en 1685.

« Il est tout à fait impossible qu’une quantité n’importe laquelle soit négative. Car il est impossible qu’une grandeur quelconque soit plus petite que rien (minus quam nihil), ou qu’un nombre quelconque soit moins nombreux que zéro (paucior quam 0). La supposition d’une quantité négative n’est ni inutile, ni absurde, à condition de la comprendre correctement. Quoique, si l’on s’en tient à la pure notation algébrique, le signe – apparaisse indiquer une grandeur qui serait plus petite que rien, pourtant,

(4) Nombres et calculs au collège : instaurer une cohérence, Dominique Bénard, Repères avril 2002 (n° 47).
(5) id.
(6) Diophante d’Alexandrie, vraisemblablement 3ème siècle de notre ère, auteur d’Arithmétiques.

lorsqu'on le considère d'un point de vue physique, il désigne une grandeur non moins réelle que le +, mais c'est une grandeur qu'il faut interpréter dans un sens contraire à ce qui a été supposé.Par exemple, si l'on suppose qu'un homme s'avance de 5 pas (mettons de A vers B), puis recule de huit pas (de B vers C), et que quelqu'un pose alors la question : de combien cet homme est-il plus avancé en C qu'il n'était en A ? On dira qu'il est plus avancé de 3 pas parce que 5 − 2 = 3.



Si par contre, ayant avancé de 5 pas (de A vers B), il recule de 8 pas (de B vers D), et qu'on demande de combien il est plus avancé en D qu'en A ? On répondra de −3 pas (car 2 − 5 = −3), c'est à dire, il est moins avancé de 3 pas, car c'est cela que l'on veut dire lorsqu'on dit qu'il s'est avancé de −3 pas. En effet, bien qu'au sens strict, il ne puisse y avoir un espace qui soit de 3 pas moindre que rien, et que de ce fait le cas soit impossible quant à la droite AB vers l'avant, si en revanche on comprend (à l'inverse de ce qui a été supposé) que cette droite se prolonge à partir de A vers l'arrière, alors on trouvera, à 3 pas en arrière de A, le point D que l'on cherchait comme s'il était devant. Par conséquent, s'être avancé de −3 pas, est la même chose que s'être reculé de 3 pas.

Par conséquent on doit certes répondre négativement à la question posée plus haut : l'homme n'est pas du tout plus avancé (comme cela était supposé d'après les termes du problème) d'autre part il est moins avancé de 3 pas (à l'inverse de ce qui était supposé). Aussi, le point D n'est-il pas moins déterminé (designatur) dans le cas présent, par la réponse −3, qu'il l'était, dans le cas précédent, par la réponse +3. Non plus vers l'avant, bien sûr, mais vers l'arrière. De ces deux façons, on détermine sur la droite infinie un point fixé et unique. »

Et pourtant cette lecture choque encore certains ce que manifeste un participant, professeur des écoles, qui nous dit le blocage de ses élèves de CE pour aller au-delà de A ; il nous donne l'image du jeu de l'oie où un point de départ stable est clairement identifié par les élèves, celui au delà duquel on ne peut pas aller en arrière ; mais il précise aussi que dès le CE, par contre, ils n'ont aucun problème avec le négatif du thermomètre ou de l'ascenseur. Cette remarque et ses conséquences seront un élément essentiel de l'atelier. Dans la représentation de Wallis, aucun nombre n'est attaché à un point. La seule difficulté de lecture du texte de Wallis consiste en l'utilisation euclidienne de droite pour le segment de droite.

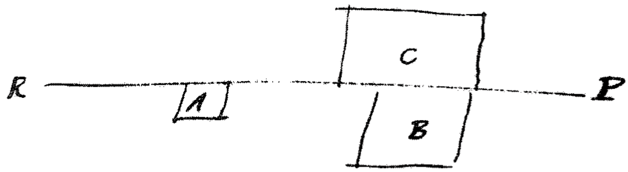
Nous lisons ensuite le texte de Stendhal qui fait écho à de nombreuses questions d'élèves et d'adultes de nos jours et dont la lecture est toujours accompagnée du plaisir de l'humour, de réminiscences et de réflexions sur **la vérité** des mathématiques :

«Mon enthousiasme pour les mathématiques avait peut-être eu pour base principale mon horreur pour l'hypocrisie ; l'hypocrisie à mes yeux, c'était ma tante Séraphie, Mme Vignon, et leurs prêtres.
Suivant moi, l'hypocrisie était impossible en mathématiques, et, dans ma simplicité juvénile, je pensais qu'il en était ainsi dans toutes les sciences où j'avais ouï dire

qu’elles s’appliquaient. Que devins-je quand je m’aperçus que personne ne pouvait m’expliquer comment il se faisait que : moins par moins donne plus (− × − = +) ? (C’était une des bases fondamentales de la science qu’on appelle « algèbre ».)
On faisait bien pis que ne pas m’expliquer cette difficulté (qui sans doute est explicable car elle conduit à ***la vérité****), on me l’expliquait par des raisons évidemment peu claires pour ceux qui me les présentaient. M. Chabert pressé par moi s’embarrassait, répétait sa « leçon », celle précisément contre laquelle je faisais des objections, et finissait par avoir l’air de me dire :*
“ Mais c’est l’usage ; tout le monde admet cette explication. Euler et Lagrange, qui apparemment valaient autant que vous, l’ont bien admise. Nous savons que vous avez beaucoup d’esprit, vous voulez apparemment vous singulariser. ”
Quand à M. Dupuy, il traitait mes timides objections (timides à cause de son ton d’emphase) avec un sourire de hauteur voisin de l’éloignement.

Je me rappelle distinctement que, quand je parlais de ma difficulté de “ moins par moins ” à un “ fort ”, il me riait au nez ; tous étaient comme Paul-Emile Teisseire et apprenaient par cœur.
Je leur voyais dire souvent au tableau à la fin des démonstrations : “ Il est donc évident ”, etc.
“ Rien n’est moins évident pour vous ”, pensais-je. Je fus longtemps à me convaincre que mon objection sur − × − = + ne pourrait pas entrer dans la tête de M. Chabert, que M. Dupuy n’y répondrait jamais que par un sourire de hauteur, et que les “ forts ” auxquels je faisais des questions se moqueraient toujours de moi.
J’en fus réduit à ce que je me dis encore aujourd’hui : il faut bien que − par − donne + soit vrai, puisque évidemment en employant à chaque instant cette règle dans le calcul, on arrive à des résultats “ vrais et indubitables ”.

Mon grand malheur était cette figure :



Supposons que RP soit la ligne qui sépare le positif du négatif, tout ce qui est au-dessus est positif, comme négatif tout ce qui est au-dessous ; comment en prenant le carré B autant de fois qu’il y a d’unités dans le carré A, puis-je parvenir à faire changer de côté au carré C ?
Et, en suivant une comparaison gauche que l’accent souverainement traînard et grenoblois de M. Chabert rendait encore plus gauche, supposons que les quantités négatives sont les dettes d’un homme, comment en multipliant 10 000 francs de dette par 500 francs, cet homme aura-t-il ou parviendra-t-il à avoir une fortune de 5 000 000, cinq millions ? »
Plus loin, Stendhal nous conduit lui-même à la lecture du texte de D’Alembert :

« Je cherchai donc à consulter les articles mathématiques de d'Alembert dans l'Encyclopédie : leur ton de fatuité, l'absence de culte pour la vérité me choqua fort et d'ailleurs j'y compris peu. »

D'Alembert pratique en mathématiques, à la suite de Descartes, l'évitement du négatif : si du négatif apparaît dans la solution d'un problème, c'est que le problème est mal posé ; il convient donc de changer l'énoncé.
« Les quantités négatives sont le contraire des positives : où le positif finit, le négatif commence. Il faut avouer qu'il n'est pas facile de fixer l'idée des quantités négatives et que quelques habiles gens ont même contribué à l'embrouiller par les notions peu exactes qu'ils en ont données. Dire que la quantité négative est au-dessous du rien (c'est à dire zéro), c'est avancer une chose qui ne se peut pas concevoir. »
Il exprime les problèmes que posent pour ses contemporains la relation d'ordre et la notion de rapport pour les quantités négatives et conclut dans ce texte :
« Il n'y a donc point réellement et absolument de quantité négative isolée : −3 pris abstraitement ne présente à l'esprit aucune idée. »

Qu'est-ce qui est moindre que rien ? Qu'y a-t-il en dessous du rien ? L'expression même est absurde et fait l'objet de nombreuses références humoristiques
Dans le même sens que D'Alembert, Lazare Carnot dénonce les paradoxes et absurdités des quantités négatives isolées

« Une multitude de paradoxes, ou plutôt d'absurdités palpables, par exemple, −3 serait moindre que 2, cependant $(-3)^2$ *serait plus grand que* $(2)^2$ *; c'est-à-dire qu'entre ces deux quantités inégales 2 et −3, le carré de la plus grande serait moindre que le carré de la plus petite, et réciproquement, ce qui choque toutes les idées claires qu'on peut se former sur la quantité. »*

Nous nous sommes arrêtés sur ce raisonnement : le théorème euclidien si $a < b$ alors $a^2 < b^2$ était considéré comme vrai absolument ; la relativité au domaine considéré est à construire. La discussion s'est engagée sur la règle des signes et la justification de Stevin par les aires.

III. Lecture du texte de Kant

Nous avons discuté sur la distinction des deux zéros, zéro absolu et zéro relatif, que Kant inaugure et qui aura des effets non négligeables sur la pensée mathématique et l'extrait suivant a semblé d'une lecture pertinente pour tous les élèves :

« Deux choses sont opposées, lorsque l'une supprime ce qui est posé par l'autre. Cette opposition est double : ou bien logique par la contradiction, ou bien réelle, c'est à dire sans contradiction.
La première, c'est-à-dire l'opposition logique est la seule que l'on ait considérée jusqu'ici. Elle consiste en ce que quelque chose est affirmé et nié en même temps d'un même objet(7). La conséquence de cette connexion logique n'est absolument rien (nihil negativum irrepraesentabile), comme l'énonce le principe de contradiction.

(7) Principe gamma d'Aristote.

Un corps en mouvement est quelque chose, un corps qui n'est pas en mouvement est aussi quelque chose (cogitabile), mais un corps qui, sous le même point de vue et en même temps serait en mouvement et ne le serait pas n'est absolument rien. La seconde, c'est-à-dire l'opposition réelle, est celle où deux prédicats d'une chose sont opposés, mais non par le principe de contradiction. Certes ce qui est posé par l'un est aussi supprimé par l'autre ; mais la conséquence est quelque chose (cogitabile). La force motrice d'un corps d'un côté et un effort égal du même corps dans un sens opposé ne sont pas contradictoires et comme prédicats, sont possibles en même temps dans un corps. La conséquence en est le repos qui est quelque chose (repraesentabile) ; c'est pourtant là une véritable opposition. Car ce qui est posé par une tendance, si elle était seule, est supprimé par l'autre, et les deux tendances sont de véritables prédicats d'une seule et même chose, prédicats qui lui appartiennent en m^me temps. La conséquence en est également rien, mais dans un autre sens que dans la contradiction (nihil negativum irrepraesentabile) ; nous appellerons désormais ce rien zéro = 0, et sa signification est celle d'une négation (negatio), d'un manque, d'une absence…

Supposez qu'une personne soit créancière d'une autre pour la somme de A = 100 thalers, elle doit recevoir un montant équivalent. Mais si la même personne est débitrice de B = 100 thalers, il lui faut en prendre autant. Les deux montants pris ensemble s'annulent, c'est-à-dire qu'il n'y a ni à donner, ni à recevoir de l'argent. On voit facilement que ce zéro est un rien relatif, puisque seule, une certaine conséquence n'est pas dans ce cas, un certain capital, et, dans le cas cité plus haut un certain mouvement.

Les mathématiciens utilisent à présent dans leurs grandeurs le concept de cette opposition réelle et, pour l'indiquer, ils les affectent des signes + et −.

Un bateau navigue du Portugal vers le Brésil. Marquons par le signe + toutes les distances accomplies avec le vent d'est, par le signe − celles parcourues avec le vent d'ouest. Les nombres eux-mêmes indiqueront des milles. Ainsi le trajet accompli en sept jours est de

12 + 7 − 3 − 5 + 8 = ***19*** milles… *Il est clair que le signe − ne peut être proprement le signe de la soustraction comme on se le représente généralement, −4 − 5 =* ***−9*** *n'est en aucune façon une soustraction, mais un véritable accroissement et une addition de grandeurs de même espèce. Au contraire +9 − 5 =* ***4*** *représente une soustraction, puisque les signes de l'opposition indiquent qu'une grandeur enlève à l'autre une grandeur qui lui est égale… Dans +a et −a, l'une est la grandeur négative de l'autre… Telle est l'origine du concept mathématique de grandeurs négatives. Une grandeur est négative par rapport à une autre dans la mesure où elle ne peut lui être unie que par l'opposition, c'est-à-dire de telle manière que l'une supprime dans l'autre une grandeur qui lui est égale. A + 0 =* ***A****, A − 0 =* ***A****, 0 + 0 = 0, 0 − 0 = 0, … A − A = 0…*

On sent en soi-même, très clairement que, pour faire disparaître et supprimer en soi une pensée pleine de chagrin, il faut une activité véritable et ordinairement considérable. Il en coûte des efforts réels pour effacer une représentation plaisante qui excite au rire, lorsque l'on veut porter son esprit à la gravité…

En ce qui concerne la suppression de quelque chose qui existe, il ne peut y avoir aucune différence entre les accidents de la nature spirituelle et les conséquences des forces agissant dans le monde corporel : ces dernières, en effet, ne peuvent jamais être supprimées autrement que par la force véritable et opposée d'un autre corps, et un accident intérieur, une pensée de l'âme, ne peut pas être supprimée sans une force véritablement agissante du même sujet pensant. La différence ne concerne ici que les lois distinctes qui régissent les deux sortes d'êtres ; tandis que l'état de la matière ne peut jamais être modifié que par des causes extérieures, celui d'un esprit peut l'être aussi par une cause intérieure ; la nécessité de l'opposition réelle, malgré cette différence, demeure toujours la même. »

IV. Préparation à la lecture du texte d'Argand

Nous avons commencé à discuter ce que pouvait être « représenter » des nombres en prenant des exemples comme 3 fois 2, 2 fois 3, par des points, par des rectangles, puis de la différence entre 3 fois 2 et 3×2. Une discussion longue sur 3 fois 0 et 0 fois 3… Puis nous avons repris les distinctions opération interne et opération externe pour $1 \times a$ avec la remarque de Lautman(8) sur les représentations de a par un segment ou par un rectangle de côtés 1 et a.

La lecture du texte d'Argand nécessite une familiarité avec la notion de moyenne proportionnelle, avec les constructions géométriques de cette moyenne et avec le langage utilisé.
Nous avons d'abord quarré un rectangle à la manière d'Euclide, donc construit un carré de même aire qu'un rectangle donné puis revisité les constructions de la moyenne proportionnelle entre deux grandeurs données d'abord comme côté d'un triangle rectangle, puis comme hauteur d'un triangle rectangle. Cette dernière construction aura une postérité très grande et est appelée « insertion d'une moyenne proportionnelle entre deux nombres », étant celle qui sera reprise par Wallis, Descartes, Arnauld, Clairaut, Lamy, Legendre.
Ainsi étant données deux grandeurs représentées par deux segments a et b, il s'agit de construire, de représenter x tel que ***a* est à *x* comme *x* est à *b* ou *a* : *x* :: *x* : *b*** ou d'une manière plus moderne $\boldsymbol{a/x = x/b}$.

V. Lecture du texte d'Argand

Argand est l'inventeur en 1806 de la représentation géométrique des imaginaires telle que nous l'enseignons et c'est dans le même mouvement qu'il a inventé la représentation des négatifs et celle des imaginaires.

La notion de moyenne en direction déroute presque toujours en première approche, ce fut aussi le cas dans cet atelier mais la lecture attentive du texte d'Argand procure un plaisir et un sentiment de compréhension d'une autre approche du nombre.

« Soit a une grandeur prise à volonté. Si à cette grandeur on en ajoute une seconde qui lui soit égale, pour ne former qu'un seul tout, on aura une nouvelle grandeur, qui sera exprimée par 2a. Faisant sur cette dernière grandeur une pareille opération, le

(8) Albert Lautman. Essai sur l'unité des mathématiques.

résultat sera exprimé par 3a, et ainsi de suite. On obtiendra ainsi une suite de grandeurs a, 2a, 3a, 4a, ..., dont chaque terme naît du précédent par une opération qui est la même pour tous les termes, et qui peut être répétée indéfiniment.
Considérons cette même suite à rebours, savoir : ..., 4a, 3a, 2a, a. On peut encore concevoir, dans cette nouvelle suite, chaque terme comme déduit du précédent, par une opération inverse de celle qui sert à la formation de la première suite ; mais il existe une différence notable entre les deux suites : la première peut être poussée aussi loin qu'on voudra ; il n'en est pas de même de la seconde. Après le terme a, on trouvera le terme 0 comme on l'a fait à l'égard des termes ..., 4a, 3a, 2a, a. Or c'est ce qui n'est pas toujours possible.

Si a, par exemple, désigne un poids matériel comme le gramme, la suite des quantités ..., 4a, 3a, 2a, a, 0 ne peut être continuée au-delà de 0 ; car on ôte bien 1 gramme de 3, de 2 ou de 1 gramme, mais on ne saurait l'ôter de 0. Ainsi les termes qui devraient suivre 0 ne peuvent avoir d'existence que dans l'imagination ; ils peuvent, par cela même, être appelés imaginaires.
Mais, au lieu d'une suite de poids matériels, considérons les divers degrés de pesanteur qui agissent sur le bassin A d'une balance qui contient des poids dans ses deux bassins, et supposons, pour donner plus d'appui à nos idées, que les mouvements des bras de cette balance soient proportionnels aux poids ajoutés ou retranchés, effet qui aurait lieu, par exemple, au moyen d'un ressort adapté à l'axe. Si l'addition du poids n dans le bassin A fait varier de la quantité n′ l'extrémité du bras A, l'addition des poids 2n, 3n, 4n, ... occasionnera, sur cette même extrémité, des variations 2n′,3n′,4n′,...et ces variations pourront être prises pour mesure de la pesanteur agissant sur le bassin A : cette pesanteur est 0 pour le cas d'égalité entre les deux bassins.
On pourra en partant de la pesanteur 3n′, obtenir en retranchant des poids, les pesanteurs 2n′, n′,0. Mais ces divers degrés peuvent être produits non seulement en enlevant des poids au bassin A, mais aussi en en ajoutant au bassin B. Or, l'addition de poids sur le bassin B peut être répétée indéfiniment ; ainsi en la continuant, on formera de nouveaux degrés de pesanteur exprimés par –n′, -2n′, -3n′, ... et ces termes appelés négatifs, exprimeront des quantités aussi réelles que les termes positifs...

Selon l'espèce de grandeurs à laquelle on applique la numération, la quantité négative est réelle ou imaginaire.
Deux quantités d'une espèce susceptible de fournir des valeurs négatives étant comparées entre elles, l'idée de leur rapport est complexe. Elle comprend 1° l'idée du rapport numérique dépendant de leurs grandeurs considérées absolument, 2° l'idée du rapport des directions ou sens auxquelles elles appartiennent, rapport qui en est l'identité ou l'opposition.

Maintenant, si, en faisant abstraction du rapport des grandeurs absolues, on considère les différents cas que peut présenter le rapport des directions, on trouvera qu'ils se réduisent à ceux qu'offrent les deux proportions suivantes :

$$+1 : +1 :: -1 : -1,$$

+ 1 : - 1 : : - 1 : + 1. »

Rappel : La notation *a* : *b* :: *c* : *d* signifie *a* / *b* = *c* / *d* et se lit *a* est à *b* comme *c* est à *d*.

Conclusion

En guise de conclusion, nous avons lu trois commentaires de l'invention d'Argand, deux de son époque et un de la nôtre.

Servois, mathématicien contemporain d'Argand :
« pour moi j'avoue que je ne vois encore dans cette notation qu'un masque géométrique appliqué sur des formes analytiques dont l'usage immédiat me semble plus simple et plus expéditif. »

Gergonne, mathématicien, rédacteur des Annales :
« enfin l'Analyse algébrique débarrassée de ces formes intelligibles et mystérieuses, de ces non-sens qui la déparent et en font pour ainsi dire une sorte de science cabalistique. »

Châtelet mathématicien contemporain :
« du point de vue strictement logique et opératoire, les notations fonctionaiennt parfaitement, mais ne sollicitaient qu'un seul geste. L'événement surgit lorsque cette notion sollicite une propulsion perpendiculaire du géomètre rompant avec toutes les platitudes du successif et offrant toutes les ambiguïtés et toutes les richesses du latéral… On ne saurait surestimer le retentissement d'un tel événement : décider de voir i et –i comme moyenne géométrique surgissant d'une ambiguïté voulue et maîtrisée et de saisir résolument zéro comme cheville problématique, comme centre d'un dispositif qui ne se borne pas à engendrer les négatifs, mais se réactive en une offensive du latéral capable de fendre tout un plan… »[9]

J'ai signalé que mes élèves de Quatrième ont lu ces textes. Par groupes, ils avaient à faire une recherche sur un auteur et à préparer la lecture du texte correspondant pour le reste de la classe et j'ai eu le plaisir, la dernière année de prof, d'entendre une classe pourtant d'un collège très difficile applaudir à la prestation du groupe Argand. J'ai rappelé qu'auparavant, alors que j'étais prof de lycée, en terminale, ce travail poussé jusqu'à l'invention de la représentation des imaginaires avait aussi passionné mes élèves.

(9) G. Châtelet, Les enjeux du mobile, Seuil 1993.