Pour un usage rudimentaire du vidéo-projecteur

Marc Roux

Résumé : *quelques exemples d'utilisation en classe de l'ordinateur avec vidéo-projecteur, à l'intention particulière de nos collègues les plus hésitants sur la question de l'informatique.*
Les différents fichiers correspondant aux situations présentées ici sont téléchargeables sur le site de l'APMEP.

Introduction

Je suis de la génération d'avant l'informatique ; je n'ai pour ce domaine ni attirance, ni formation ; depuis des années j'observe avec une admiration mêlée d'envie et d'effroi ceux de mes collègues qui manipulent avec virtuosité la souris et le vocabulaire abscons associé. Pourtant, dans mon lycée, je suis l'un des rares à utiliser fréquemment l'ordinateur, avec vidéo-projecteur, et je constate que cet outil a une efficacité réelle quant aux images mentales que nos élèves se forgent de bien des notions. Je présente donc ci-dessous quelques exemples de cet usage, en Terminale S (certains sont aisément adaptables en Première S, ou en Première ES).

Je ne parlerai pas ici de la maintenant rituelle séance en salle informatique pour introduire la fonction exponentielle par la méthode d'Euler ; ni des précieuses simulations d'expériences aléatoires mises en mémoire lors d'un stage à l'IREM de Montpellier (groupe SFODEM), que je réutilise régulièrement, car leur conception, assez élaborée, requiert au moins l'assistance d'un spécialiste. Mon sujet est ici limité aux figures que je bricole en quelques minutes, chez moi, que je stocke sur disquette ou CD, et projette avec commentaires, pendant 3 ou 5 minutes, au moment adéquat d'un cours par ailleurs classique.

J'utilise pour cela les logiciels GEOPLAN, CABRI, et depuis peu GEOGEBRA, téléchargeable gratuitement sur Internet (www.geogebra.at)

Exemple 1 : convergence d'une suite

Le programme de Première définit la convergence d'une suite vers un réel a par « *tout intervalle ouvert contenant a contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang* » ; pourtant rares sont les entrants en terminale qui se souviennent de cette définition. Pour la leur faire assimiler, je prends un exemple du genre $u_n = 3 + \dfrac{10\sin n}{n}$; par calcul de quelques termes de rang élevé, j'obtiens la conjecture « (u_n) converge vers 3 ». Afin d'illustrer la définition, je projette alors la figure GeoGebra suivante (Fig.1) :

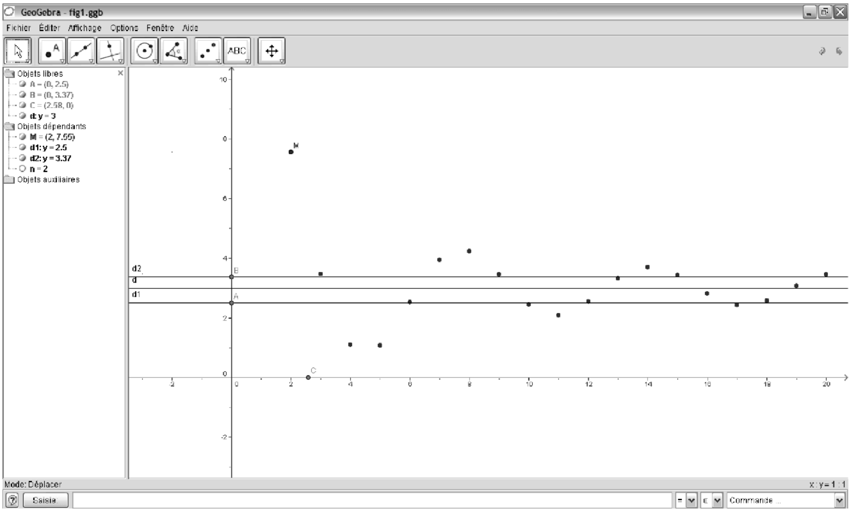

Figure 1

A, B sont des points libres sur (Oy), ils permettent de déplacer les droites d_1 et d_2 en les gardant parallèles à (Ox) ; d est la droite d'équation $y = 3$. C est libre sur (Ox) ; n est défini par n = floor(x(C)) (partie entière de l'abscisse de C), et M a pour coordonnées $\left(n, 3+\dfrac{10\sin n}{n}\right)$; je déplace C à la souris ; on constate que, pour n assez grand, M entre dans le « tuyau » délimité par d_1 et d_2 pour n'en plus ressortir (selon que je veux ou non voir à la fois toutes les positions de M, j'active ou désactive la fonction « trace », après clic droit sur M). En déplaçant A et B à la souris, on constate que si le « tuyau » est plus étroit, le même phénomène se passe, à condition d'aller plus loin. Je répète plusieurs fois ceci ; quand d, d_1 et d_2 semblent confondues, j'utilise le zoom pour les dissocier, et le déplacement de la zone visible pour aller voir ce qui se passe pour $n = 50$, ou 100…

Remarque : cette même figure s'obtient aussi facilement sur Géoplan.

Exemple 2 : définition du nombre dérivé

La plupart des élèves, interrogés, le définissent comme coefficient directeur de la tangente, mais ont du mal à définir celle-ci. Pour les amener à l'égalité $f'(x)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$, je crée la figure suivante (Fig. 2), dans laquelle la courbe représente une fonction quelconque (je prends de préférence une fonction croissante, convexe, et non connue des élèves à ce moment : par exemple $f(x)=3\exp(x)$) :

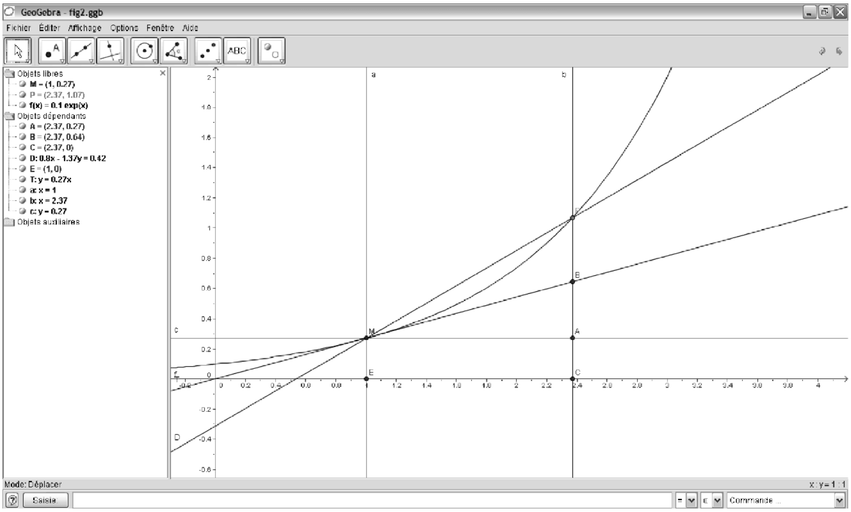

Figure 2

a est la droite d'équation $x = 1$ (par exemple).
M est l'intersection de la courbe de *f* avec *a*.
P est libre sur la courbe.
b est la parallèle à (O*y*) passant par P.
c est la parallèle à (O*x*) passant par M.
T est la tangente à la courbe en M.
D est la sécante (MP).
Les points A, B, C, E sont définis de façon évidente par intersections.

Mais en fait, dans un premier temps, je cache la plupart des éléments, de sorte que les élèves ne voient que ceci (Fig. 2bis) :

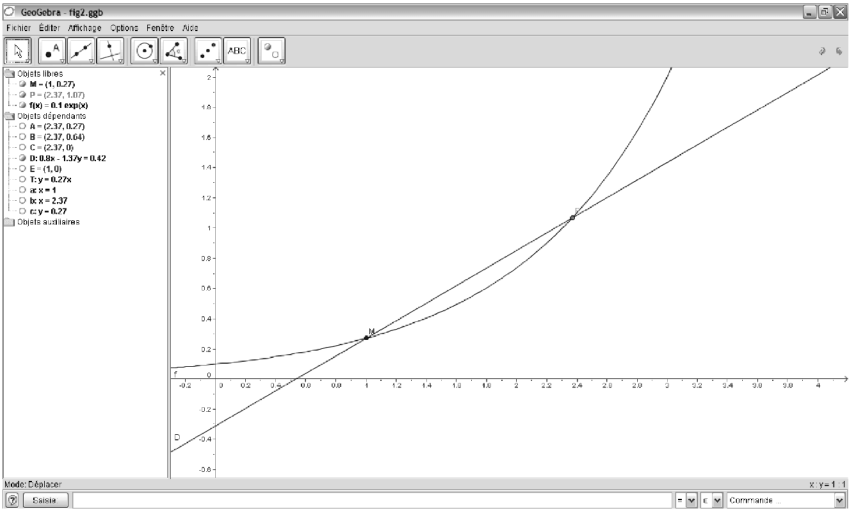

Figure 2 bis

En déplaçant P à la souris, je montre que, lorsque P est très voisin de M, la sécante (MP) est très proche d'une « position limite » ; lorsque P est confondu avec M, la droite (MP) disparaît ! Je montre alors la tangente T, et les élèves voient que, pour P voisin de M, la sécante est voisine de la tangente ; ceci d'autant mieux que, dans la fenêtre « algèbre », sont affichées des équations de ces deux droites.

Je montre alors tous les éléments de la figure 2. Je ravive les souvenirs concernant le coefficient directeur ; les élèves trouvent alors naturel que le coefficient directeur de la tangente T $\left(\text{soit } \dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{MA}}}\right)$ soit la limite de celui de la sécante $\left(\dfrac{\overline{\mathrm{AP}}}{\overline{\mathrm{MA}}}\right)$[1].

De plus je leur montre la décomposition :

$$\overline{\mathrm{CP}} = \overline{\mathrm{CA}} + \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BP}}.$$

et sa traduction :

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \overline{\mathrm{BP}}.$$

En prenant h très petit, et en usant d'un zoom, je leur montre que $\overline{\mathrm{BP}}$ devient très petit par rapport à $\overline{\mathrm{AB}}$: première approche de la notion d'infiniment petit du deuxième ordre. À la séance suivante, un petit calcul justifiera l'écriture : $\overline{\mathrm{BP}} = h\varepsilon(h)$ (Fig. 2ter) :

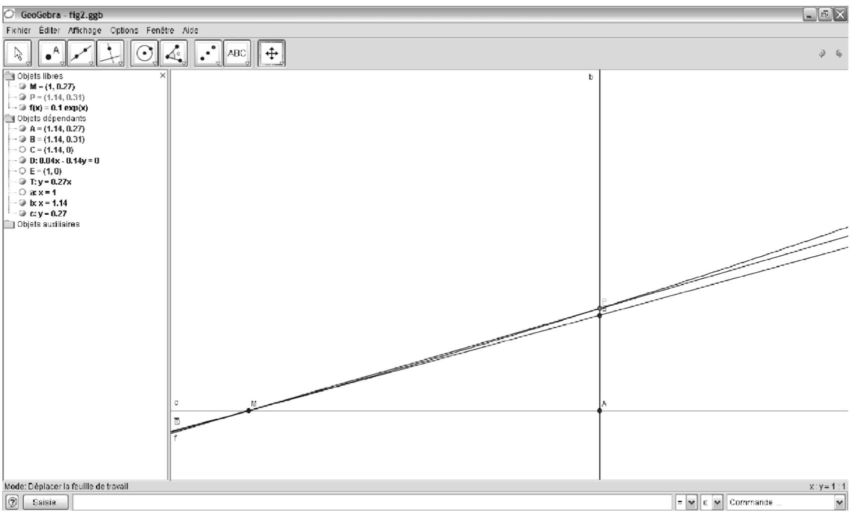

Figure 2 ter

(1) La notion de mesure algébrique est hors programme ; mais mes élèves l'emploient en physique. Je me permets donc de l'utiliser.

Exemple 3 : fonction définie par une intégrale

Avec GeoGebra, il est quasi-instantané de :
– tracer la courbe d'une fonction quelconque ;
– placer un point A sur (Ox) ;
– définir l'intégrale de f de (par exemple) 4 à x(A) : sa valeur s'affiche dans la fenêtre algèbre, et le domaine du plan correspondant apparaît coloré. Le point A se déplace à la souris, montrant bien que cette valeur varie en fonction de x (Fig. 3).

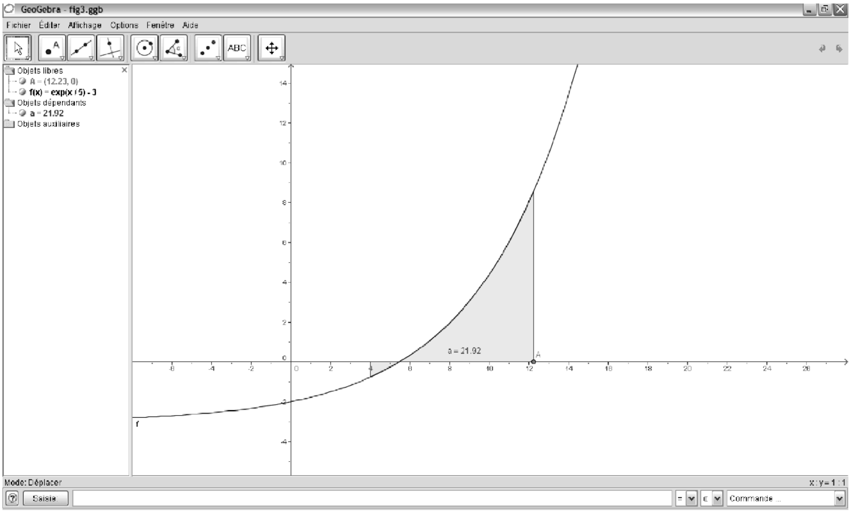

Figure 3

Exemple 4 : approximation d'une intégrale par la méthode des rectangles

Comme précédemment, avec GeoGebra, je trace la représentation graphique d'une fonction f (choisie croissante par commodité) et je place A et B sur (Ox).

Je crée un curseur, je le renomme n ; je lui attribue, par exemple, comme minimum 5, maximum 100, incrément 1 : n est désormais un nombre compris entre 5 et 100, dont je réglerai la valeur à l'aide du curseur ; n sera le nombre de rectangles.

Je définis ensuite $a = x(\mathrm{A})$, $b = x(\mathrm{B})$, $\mathrm{D} = (b - a)/n$.

Je crée alors la fonction en escalier représentée par les côtés supérieurs des « rectangles sous la courbe » : $g(x) = f(a + \mathrm{floor}((x - a)/\ \mathrm{D}) * \mathrm{D})$; et de même, pour les rectangles supérieurs : $h(x) = f(a + \mathrm{floor}((x - a)/\ \mathrm{D} + 1) * \mathrm{D})$; et je crée les intégrales de g et h, de a à b (ici notées c et d)(2).

(2) Il ne me paraît pas indispensable de justifier les expressions de $g(x)$ et $h(x)$; on pourra le faire si les élèves le demandent.
D'autre part, ces formules ne sont pas valables pour f non monotone ; dans le cas général, j'expliquerai (hors ordinateur) que $g(x)$ (resp. $h(x)$) est défini comme la plus petite (resp. la plus grande) valeur de $f(x)$ sur chacun des intervalles $[a+k\mathrm{D}, a+(k+1)\mathrm{D}[$, $k = 0, \ldots, n-1$.

À l'aide du curseur, j'augmente progressivement le nombre n des rectangles ; on observe visuellement dans la fenêtre graphique, et numériquement dans la fenêtre algèbre, l'évolution des deux suites adjacentes (Fig. 4) :

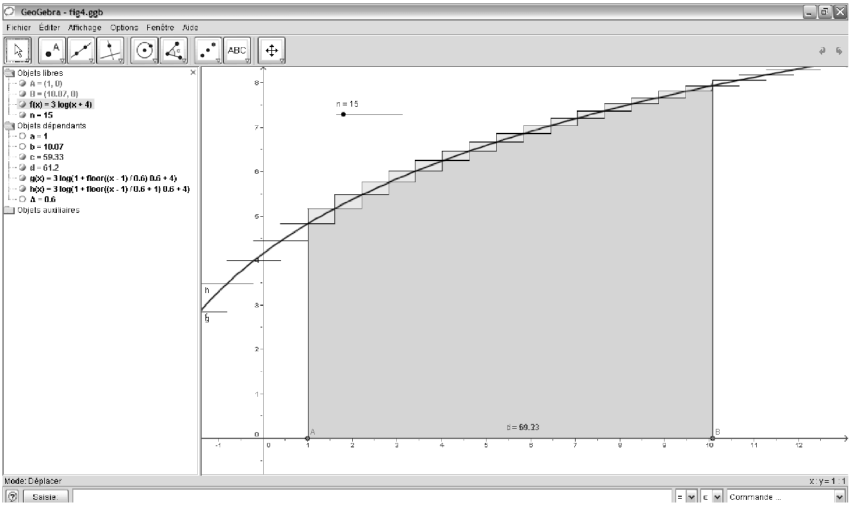

Figure 4

Exemple 5 : Étude d'une application de C* dans C*

Pour finir j'évoquerai un domaine où l'apport de l'informatique et les possibilités de sortie graphique sont particulièrement précieux : l'interprétation géométrique des nombres complexes. Par exemple, dans le sujet de bac S d'Amérique du Sud (novembre 2004), on étudie l'application qui, à M d'affixe z, associe M′ d'affixe $z' = \dfrac{20}{\bar{z}}$. À ce jour, aucun des logiciels que je « fréquente » (Cabri, Géoplan, Dérive, GeoGebra) n'intègre à la fois le calcul dans **C** et la manipulation d'un point à la souris. Il faut donc passer par les coordonnées. Un calcul simple, que les élèves font sans trop de mal, montre que si x, x', y, y' sont respectivement les parties réelles et imaginaires de z et z', on a : $x' = \dfrac{20x}{x^2 + y^2}$ et $y' = \dfrac{20y}{x^2 + y^2}$.

Dans une figure GeoGebra, je place donc un point libre M, puis je pose :
$x' = 20 * x(\mathrm{M})/(x(\mathrm{M})^2 + y(\mathrm{M})^2)$
$y' = 20 * y(\mathrm{M})/(x(\mathrm{M})^2 + y(\mathrm{M})^2)$
$\mathrm{M}' = (x', y')$
En déplaçant M à la souris, on observe le déplacement de M′ ; on peut par exemple :
– chercher les points fixes, en essayant de faire coïncider M et M′ (cercle d'équation $x^2 + y^2 = 20$) ;
– chercher l'image d'une droite : je tape $y = x + 2$ par exemple, la droite, nommée a, apparaît ; je place sur cette droite un point A, puis je redéfinis M : M = A. Je déplace

A sur la droite ; M′ semble décrire un cercle (verra-t-on qu'il est privé d'un point ?). Pour le confirmer, je clique sur : lieu, M, A. Le cercle apparaît. (Fig. 5)

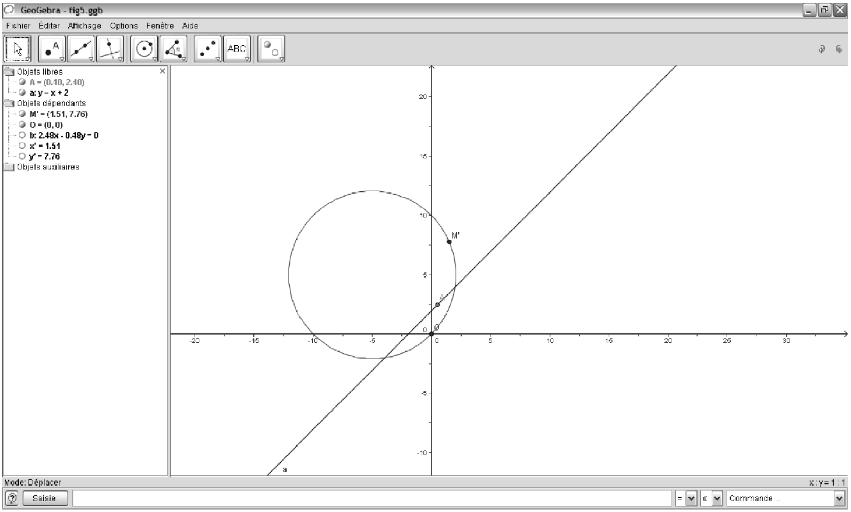

Figure 5

Pour chercher l'image d'un cercle, il suffit alors de redéfinir l'objet *a* en lui attribuant une équation de cercle. Et si, quitte à déborder un peu du programme, on s'amuse à chercher l'image d'une ellipse, on a de jolies surprises (Fig. 5bis) : l'ajout de la demi-droite [OA) met en évidence l'alignement de O, A, M′ :

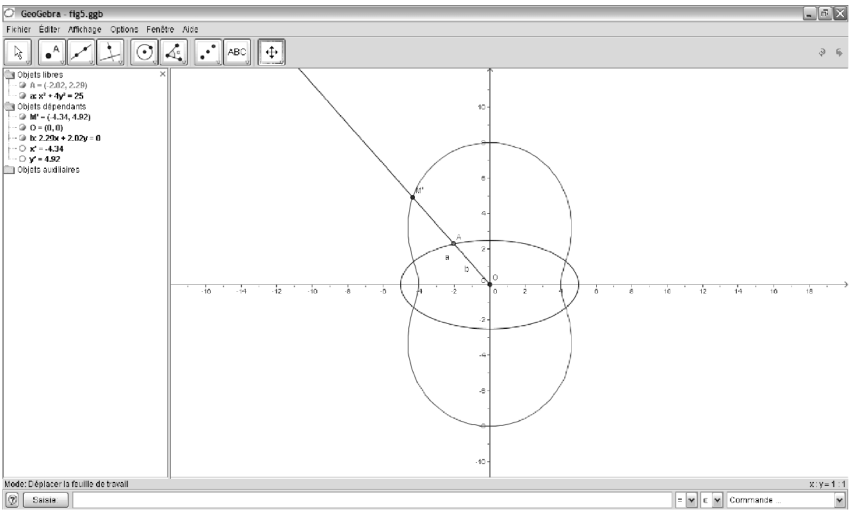

Figure 5 bis

ou encore, pour une ellipse passant par O (Fig. 5ter) :

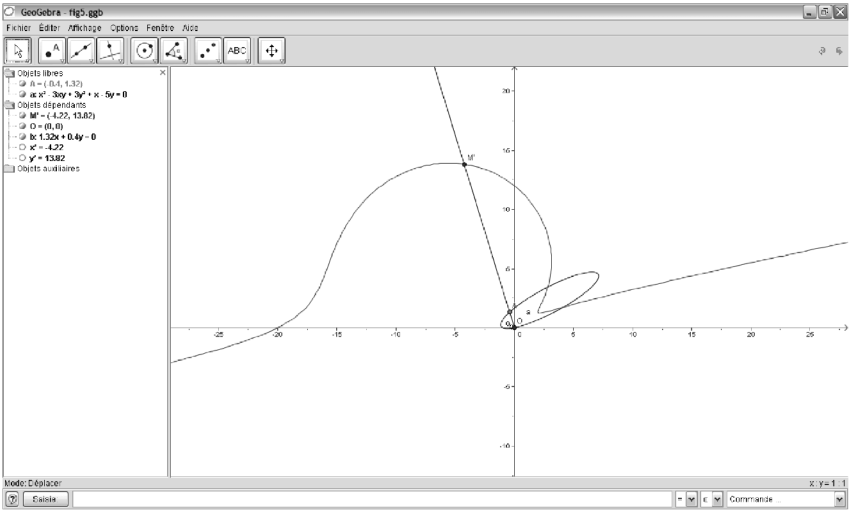

Figure 5 ter

Notons cependant qu'en ce qui concerne les nombres complexes, Cabri offre l'avantage sur GeoGebra(3) de pouvoir afficher directement l'affixe d'un point M, tant sous la forme algébrique que sous la forme exponentielle :

– on affiche les coordonnées de M, la distance OM, la mesure de l'angle [O*x*),[OM) ;

– on insère un texte : *z* = (abscisse de M) + (ordonnée de M) i ;

– et un autre : *z* = (OM) * exp([Ox),[OM)i) ;

– on cache les coordonnées, la distance, l'angle.

Inconvénients dans le deuxième cas : les unités sont intégrées aux nombres, et surtout Cabri ne semble pas connaître les angles négatifs. (Fig. 6)

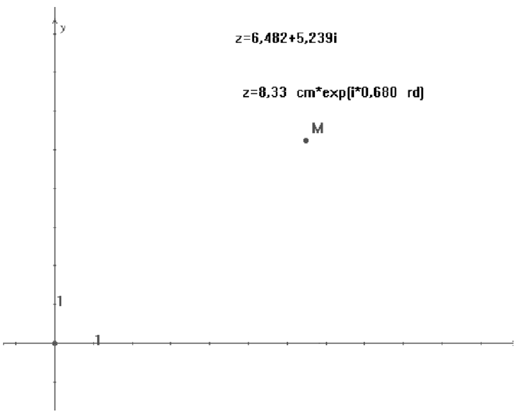

Figure 6

J'espère avoir convaincu quelques collègues que l'usage de l'ordinateur en classe, « c'est pas sorcier » et « ça peut servir ».

(3) Depuis l'écriture de cet article, j'ai découvert comment faire de même avec GeoGebra ; voir figure « Complexes1 » sur le site.