Une expérience de travail interdisciplinaire maths/SES en lycée

Emmanuelle Boyer(*) & Claude Simon-Couineau(**)

Cet article, rédigé par deux des membres de l'équipe interdisciplinaire Maths/SES regroupant des enseignants des trois Lycées d'Aurillac, s'appuie sur le travail collectif réalisé depuis plusieurs années dans le cadre de stages de Formation d'Initiative Locale. Il retrace notre démarche et propose des exemples de réalisations élaborées par binômes Maths/SES pour chacun des trois niveaux de classes. Nous le proposons conjointement à nos revues pédagogiques disciplinaires (Bulletin vert de l'APMEP et revue Idées).
Notre intention n'est pas, bien entendu, de fournir un modèle à suivre, mais un encouragement à travailler dans cette voie. Cette démarche interdisciplinaire, n'étant pas « naturelle » dans notre façon d'enseigner plutôt isolée, est de ce fait souvent source de difficultés diverses, d'investissement lourd en temps et en énergie mais avec au final un « retour sur investissement » largement positif du point de vue pédagogique et en terme de satisfaction au travail et d'enrichissement.

Cette équipe interdisciplinaire, née de discussions informelles (parfois vives !) entre les enseignants de Mathématiques et de SES (Sciences économiques et Sociales) sur leurs outils communs (le détonateur fut la courbe de Lorenz) vit depuis maintenant six ans et arrive, après une jeunesse mouvementée, à une certaine maturité … et donc à l'heure des bilans…
Des balbutiements de notre travail à sa mise en forme, les étapes ont été franchies de façon peu linéaire, avec des périodes d'enthousiasme, de découragement, d'évolution intense ou ralentie, d'action ou de réflexion…

Pourquoi aujourd'hui ce travail d'écriture ?
– Il nous a été suggéré à de nombreuses reprises par les accompagnateurs IUFM de notre équipe mais nous n'étions pas « mûrs ».
– L'intérêt exprimé par certains collègues des deux disciplines nous a encouragés à faire bénéficier les équipes naissantes de notre (modeste) expérience.
– Il nous a été « imposé » parmi les engagements du contrat pour bénéficier de moyens dans le cadre du PASI (Programme Académique de Soutien à l'Innovation).
– Au final nous y avons pris goût : malgré les contraintes qu'il impose, le travail d'analyse et d'écriture s'avère très utile, voire indispensable, d'une part pour réaliser l'importance des acquis, ce qui redynamise l'équipe, et d'autre part pour se situer dans une démarche de recherche inhabituelle dans l'enseignement secondaire mais pourtant extrêmement enrichissante.

(*) professeur de Mathématiques au Lycée Jean Monnet d'Aurillac (15).
Emmanuelle.boyer3@wanadoo.fr
(**) professeur de SES au Lycée Jean Monnet d'Aurillac (15). csimoncouineau@yahoo.fr

Avant de présenter quelques-unes de nos réalisations dans un but de mutualisation (ceci en toute modestie sur le contenu et avec toutes les réserves sur l'utilisation d'un exercice non préparé par soi-même), il nous parait important de faire part également de la démarche à l'origine de ces réalisations.

I. Maths/SES : une histoire qui dure…

A. Deux disciplines liées (pour le meilleur et pour le pire)

1. Les Maths : outil ou obstacle en Économie ?

La question est posée par C. DOLLO dans son article paru dans la revue DEES (Documents pour l'Enseignement Économique et Social) nº 124 de Juin 2001.

Les Maths sont souvent considérées comme un obstacle :

– au Lycée : souvent vécues comme telles par les élèves de la série ES : obstacle au passage en ES et difficultés récurrentes tout au long de la scolarité voire source d'échec au bac.

– à l'Université :

* Pour les étudiants en faculté d'Économie, les maths ont été traditionnellement une matière sélective, voire repoussoir (cf. les débats sur ce thème depuis 2000). Sont critiqués la mathématisation excessive de l'économie et les excès de la formalisation liés au « dogmatisme néoclassique ».

* Ce rôle sélectif des maths se retrouve aussi au cours des études en Psychologie et Sociologie.

Mais les Maths sont un outil pour les SES :

– La mesure des faits économiques et sociaux utilise les outils statistiques pour la collecte et le traitement de l'information chiffrée et des données quantitatives.

– La modélisation est à la base de la méthode d'investigation hypothético-déductive

2. Les SES : domaine d'application ou alibi pour les Maths ?

– Les nouveaux programmes de Mathématiques de 1993 en Première et 1994 en Terminale se nomment « appliqués à l'économie » et proposent des exercices aux données prises dans le champ de l'économie. Mais ils se révèlent insuffisamment liés dans leur progression aux programmes de SES.

– La suppression dans les nouveaux programmes de 2001 de la dénomination « appliqués à l'économie » nous apparaît être un retour en arrière pour une réelle démarche interdisciplinaire…

B. Genèse du groupe de travail : des discussions de couloir … à la reconnaissance institutionnelle

1. Des discussions de couloir et de récré…

Le contexte :

– Le lycée Jean Monnet, un lycée polyvalent, au public d'origine sociale populaire,

qui a une image de marque plutôt négative, à la différence du Lycée classique du centre ville …, mais caractérisé par une convivialité légendaire.
– Une longue tradition de travail en équipe : une équipe interdisciplinaire en classe de seconde (Arts plastiques, Français, Espagnol, Mathématiques, Histoire-Géographie, Sciences Économiques et Sociales) a réalisé de nombreux projets pendant les années 80-90.
– Une administration dynamique qui soutient les projets pédagogiques.
– Un projet d’établissement centré sur la réussite des élèves.

Les discussions sont de plus en plus animées depuis l’arrivée d’une jeune et dynamique collègue de Maths, mais elles ne nous suffisent plus pour résoudre les problèmes soulevés par la rencontre de ces deux disciplines. Les discussions informelles avec les collègues des autres établissements du bassin d’Aurillac révèlent les mêmes difficultés. D’où l’idée d’une demande de stage FIL (Formation d’Initiative Locale) sur le bassin avec accompagnement par un formateur IUFM afin de permettre le temps de rencontre nécessaire à la réflexion et à la construction d’outils, demande faite en juin 97.

2. Cinq ans de travail de terrain…

Une première rencontre en janvier 99 réunit un formateur IUFM et une quinzaine d’enseignants, volontaires ou désignés par les chefs d’établissement, de quatre disciplines (Maths, SES, Philosophie, Histoire-Géographie) venant des trois établissements de la ville. Le travail sur les motivations et attentes de chacun conduit à un recentrage sur la demande originelle maths/SES.
La deuxième rencontre aboutit à la précision des objectifs de travail : le vocabulaire et les programmes des deux disciplines dans les différents niveaux sont mis en relation et ainsi se dégagent des **axes de réflexion** :
– concertation sur la progression à l’intérieur des différents programmes.
– retour sur l’apprentissage des pourcentages en classe de seconde option SES.
– en Première ES : la question du coût marginal d’une part et d’autre part celle du multiplicateur et des suites géométriques.
– en Terminale ES : la mesure de la croissance est un bon terrain : le taux de croissance annuel moyen, les graphiques semi-logarithmiques, les courbes de taux de variation. Sont à préciser également la courbe de Lorenz et le coefficient de Gini, les moyennes mobiles et les graphiques en 3D.

Les axes de travail se répartissent entre les établissements : les exercices sont élaborés, puis testés, repris et améliorés par les équipes de chaque établissement et le bilan est fait en commun en fin d’année.

Nos travaux avancent progressivement. Réflexion et expérimentation s’enchaînent. L’accompagnatrice IUFM commence à nous suggérer d’envisager une communication externe de notre expérience.
Nous intégrons dans cette démarche l’expérimentation des TPE.

3. La reconnaissance institutionnelle : une nouvelle dynamique

À la rentrée 2003 nous déposons une candidature au Programme Académique de Soutien à l'Innovation en parallèle à la demande de poursuite de la FIL accompagnée. Nous devons donc préciser et formaliser nos objectifs :

Objectifs finaux :
– Le travail interdisciplinaire vise une meilleure réussite des élèves fondée sur l'implication, la motivation et l'efficacité dans chaque discipline.
– Le décloisonnement des disciplines permet de donner du sens à nos enseignements, de réinvestir les acquis en savoirs et savoir-faire de l'une à l'autre, de coordonner et articuler les apprentissages.

Objectifs intermédiaires :
– Harmonisation du vocabulaire employé sur les notions communes.
– Coordination des progressions respectives dans nos programmes.
– Mise en œuvre pédagogique par des exercices communs élaborés ensemble et réalisés en classe de façon coordonnée ou si possible à deux voix.

Nous obtenons quelques moyens en crédits et heures.
Par ailleurs nous sommes sollicités par l'IUFM pour participer comme formateurs à un stage dans un autre Lycée de l'Académie pour la mise en place d'activités interdisciplinaires.

Ces actions vont nous « booster » dans l'entreprise de bilan et de formalisation de notre expérience : ce sera un travail de plongée dans nos archives respectives et d'écriture individuelle et collective lourd, mais très utile à plusieurs titres :
– pour le dossier à remettre au Pôle Académique de Soutien à l'Innovation (bilan d'étape et demande de poursuite) ;
– pour les publications éventuelles dans nos revues et sites disciplinaires ;
– pour notre bilan personnel de cet investissement de long terme ;
– pour la redynamisation de l'équipe émoussée par les difficultés de la mise en oeuvre des TPE.

II. Quelques exemples (vocabulaire , coûts et TCAM (Taux de Croissance Annuel Moyen))

A. Recherche d'un vocabulaire commun

Après deux ans de séances houleuses, il a bien fallu reconnaître que le vocabulaire était parfaitement codifié à l'intérieur de chaque discipline, mais était différent selon les disciplines (cf. Edgar Morin pour la difficulté de l'interdisciplinarité liée à l'hyperspécialisation dans sa discipline). Il ne pouvait pas y avoir d'accord total ! Et ce ne fut pas facile à admettre… Mais dans un souci de ne pas perturber l'apprentissage des élèves par ces différences de vocabulaire, il a été trouvé des compromis que chacun dans sa discipline essaie de respecter.

Voici deux exemples de compromis :

Exemple 1 : sur le ***calcul des pourcentages*** :
En SES, un pourcentage est exprimé en % comme une unité, alors qu'en math il est considéré comme une fraction (pour cent = sur cent).
On a compté en France, pour 1996, 14,1 millions d'hommes actifs pour une population active de 25,6 millions. Calculer la part relative des hommes dans la population active en 1996.

En math, le calcul est : $\frac{14,1}{25,6} \simeq 0,55 = 55\%$ (sanctionné en SES)

En SES, le calcul est : $\frac{14,1}{25,6} \times 100 \simeq 55\%$ (sanctionné en math)

Le compromis est : dans les deux matières ne pas mettre le symbole % dans le résultat du calcul, mais dans une phrase de conclusion. Ce qui n'a pas posé de problème dans la pratique car c'est une possibilité de rédaction des problèmes dans les « petites classes » : « on ne met pas l'unité dans le calcul, mais dans la phrase de conclusion, les euros par exemple ! »

Ainsi avec compromis, le calcul est soit $\frac{14,1}{25,6} \simeq 0,55$, soit $\frac{14,1}{25,6} \times 100 \simeq 55$ avec la phrase de conclusion : en 1996, la part relative des hommes dans la population active est d'environ 55 %.

Exemple 2 : la notion de ***taux de variation*** en math et en SES n'a pas le même sens.

– **Le taux de variation en SES est** : $\frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} \times 100$. Il correspond en math à un accroissement relatif (sans le × 100 !).

– **Le taux de variation en mathématiques est** : $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. Il correspond en SES à un accroissement moyen entre les deux instants a et b et n'est pas utilisé en tant que taux par les économistes, mais par exemple dans le calcul du coût marginal.
Le compromis est : bien spécifier aux élèves que ces notions, avec ce vocabulaire précis, ne sont pas identiques.
Il est conseillé aux économistes d'utiliser plutôt le terme de taux de croissance (celui-ci pouvant être positif ou négatif) et, dans les nouveaux programmes de mathématiques, il est recommandé d'utiliser le terme de taux d'évolution.

Les difficultés pour tenir ces « fragiles » compromis sont dues :
– d'une part au changement des équipes ayant des classes en commun (mutations, changement de niveau, etc.).
– d'autre part au poids des représentations disciplinaires de chacun, élèves comme professeurs.
Pour essayer d'y remédier, des fiches de TP sur les pourcentages directement utilisables ont été élaborées par un travail commun. Elles sont présentées soit par le prof de SES, soit par le prof de math en Seconde ou Première ES et servent de liaison entre les équipes.

B. Travail sur une notion commune en Première ES : les coûts et en particulier le coût marginal

Des fiches de TD ont été réalisées sur les **courbes de coût** (coût total, coût moyen, coût marginal), il existe aussi de nombreux exercices qui sont traités dans les manuels d'économie et de math. Mais notre travail vise essentiellement le lien entre les deux matières et regroupe les principales propriétés de ces courbes, puis une mise au point d'une définition du coût marginal. La progression fut laborieuse et nécessita trois étapes :

1. Première version d'une séquence réalisée à deux voix

La démarche adoptée est la suivante :
I. ***approche économique*** : rappel des définitions (coûts fixes, coûts variables, coût total, coût moyen, coût marginal) suivi d'un exemple du livre de SES avec un tableau sur la structure des coûts à compléter et les courbes correspondantes à tracer. Cet exemple sert de fil conducteur pour les deux parties suivantes.
II. ***modélisation mathématique*** : modélisation des coûts obtenus au I sous forme de fonctions connues, étude des variations des fonctions obtenues, description du modèle mathématique de coût marginal utilisant la dérivée de la fonction coût total, construction des courbes sur les mêmes graphiques, comparaisons, conclusion.
III. ***retour à l'économie pour les conclusions*** : Observation des propriétés des courbes et interprétation économique :

Propriété 1 : *le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal*.
Vérification sur le graphique, par le calcul, dans le cas général puis observation économique.
Propriété 2 : *Si pour une quantité* q_0 *le coût moyen est minimum, alors la tangente à la courbe « coût total » en* (q_0 ,CT(q_0)) *passe par l'origine du repère*.
Vérification sur le graphique, par le calcul, dans le cas général puis observation économique
Propriété 3 : pas du programme de lycée, mais très visible sur les courbes.
Si le coût marginal est minimum pour une quantité q_1 *, alors la courbe représentant la fonction « coût total » admet un point « d'inflexion » en* q_1.

Déroulement de la séquence :
Les séances animées par les deux professeurs dans la même salle ont été très enrichissantes pour les élèves comme pour les professeurs. Ce n'était plus : en cours de math « oh, mais ça c'est de l'éco, on n'y comprend rien ! » et en cours d'éco « oh, mais ça c'est des maths, on n'y comprend rien ! ». Séance bien au point qui a fonctionné deux ou trois ans sous cette forme …
Cette pratique a permis en cours de maths de valoriser et remotiver les élèves assez bons en SES et qui étaient en échec en math (valorisation du « sens commun » et de la capacité à comprendre la notion de modélisation sans trop maîtriser la « technique mathématique ») : amélioration des résultats. D'autre part, d'autres élèves perdus habituellement par l'« emballage économique » de l'énoncé ont pu chercher de l'aide auprès du professeur de SES.

… et puis les élèves (pas tous !), plus formés à cet esprit de croisement des disciplines, ont commencé à poser des questions déstabilisantes… Il a fallu chercher des réponses qui n’étaient pas évidentes…

2. Phase de recherche disciplinaire et interdisciplinaire

Position du problème sur l’approche de la notion de coût marginal : la notion de coût marginal paraissait simple : c’est le coût de production de la q-ième unité produite … donc coût de production de la dernière unité produite ou coût de production d’une unité supplémentaire.
Pour les « économistes », les calculs de coûts marginaux sont effectués en début d’exercice pour la construction de la courbe et c’est l’interprétation des résultats qui les intéresse.
Pour les « matheux », le coût marginal est directement assimilé à la dérivée de la fonction coût total lorsque de grandes quantités sont produites … et la définition et le calcul ne sont qu’anecdotiques ! …
Cette différence de pratique nous avait conduits à construire cette séance en commun.

Coût de production de la dernière unité produite ou coût de production d’une unité supplémentaire ?
Le calcul est donc : ou bien $\mathrm{CT}(q) - \mathrm{CT}(q - 1)$ ou bien $\mathrm{CT}(q + 1) - \mathrm{CT}(q)$ (où CT est le Coût Total). Certains élèves avaient bien saisi la difficulté du positionnement ! Et l’application de la formule ne permettait plus de remplir le tableau des économistes.
Cette même difficulté apparaît aussi lors de la modélisation mathématique lorsque pour q unités produites, il faut définir le Coût Marginal et le Coût Total comme des fonctions, la fonction Coût Marginal étant égale à la dérivée de la fonction Coût Total.

Recherche de solution : Nous avons cherché LA définition du coût marginal parmi les multiples définitions présentées dans les manuels de mathématiques et de SES… Nous avons enquêté auprès des autres collègues, enseignants de STT…
Finalement nous avons retenu la formule suivante : variation du Coût Total sur variation des quantités produites dont un cas particulier est la variation d’une unité !
Une mise au point est faite un peu tardivement pour les profs de math dans les documents d’accompagnement des nouveaux programmes de math (2002-2003), mais elle ne permet pas une définition exacte du passage du discret au continu.

3. Troisième étape : Une nouvelle fiche de TD

– La première version de la séquence durant trop longtemps, il a fallu y renoncer (ce qui est un peu frustrant !) en se contentant des exercices plus courts des derniers manuels pour aborder les propriétés des courbes (avec des recherches de compléments tout de même et un va-et-vient des exercices dans les cours de maths et de SES). Des regrets aussi pour la phase de modélisation par une fonction adéquate qui aurait pu être faite par une manipulation simple d’un tableur avec les élèves… Mais là aussi trop de temps demandé…

- Cette activité nous sert toujours de repère car elle est très complète sur les notions de coûts.
- La notion de coût marginal est mise au point dans la nouvelle fiche de TD commune aux deux cours ((fournie en Annexe 2).

C. Coordination des progressions dans les programmes : approche interdisciplinaire de la notion de TCAM

L'idée est de réfléchir sur l'introduction et l'utilisation du TCAM (Taux de Croissance Annuel Moyen)… Cette notion apparaît en tout début d'année de terminale en SES, mais requiert l'utilisation des fonctions ln (logarithme népérien) et exp (exponentielle) en math. Or celles-ci ne sont abordées traditionnellement que bien plus tard dans le programme de mathématiques. Chaque année ça « coince », même si le professeur de math « décoince » la notion de racine n-ième pour l'utilisation de la calculatrice en SES.
Les professeurs constatent que les « fiches outil » du manuel de SES sont difficilement exploitables sans le cours de math sur ces nouvelles notions.

Première étape : (séparément)

- Le professeur de math introduit les fonctions ln et exp au tout début d'année (mois de septembre) par une approche plus historique du logarithme népérien. Un gros travail de réflexion et de mise au point des acquis antérieurs est demandé aux élèves (avec succès).
- Le professeur de SES revoit les indicateurs de mesure de la croissance.

Deuxième étape : (une heure classe entière avec les deux enseignants)
Travail à deux voix sur la fiche de TD de SES et sur les fiches outils du manuel pour la définition et le calcul du TCAM (cf. Annexe 3).

Troisième étape : chaque professeur réinvestit dans sa matière la notion de TCAM dans des cours plus « traditionnels » :

- En math : un rappel sur les suites et l'utilisation de la fonction ln, suivi de la définition des puissances non entières et des racines n-ièmes, puis découverte de l'intérêt des graphiques semi-logarithmiques, avec explication des croissances exponentielles (à taux constant) pour un réinvestissement ultérieur en SES (un graphique de ce type est déjà affiché en salle de SES).
- En SES : exercices de calculs et analyse des résultats sur les exemples du chapitre introductif en cours.

Quatrième étape : évaluation du travail
Des contrôles sont effectués dans chaque discipline mais les résultats sont analysés par les deux enseignants.
Les difficultés de réinvestissement des acquis du TD dans un exercice donné en SES sont expliquées aux élèves par le professeur de Maths et un exercice de remédiation est proposé en devoir maison (voir annexe 5).
En Annexe 4, on trouvera un exemple d'exercices posés en contrôle de mathématiques.

III. Bilan provisoire : un travail enrichissant et perfectible

De nombreux acquis sont indéniables :
– décloisonnement des disciplines,
– réflexion sur nos propres disciplines,
– clarification de vocabulaire,
– création d'outils interdisciplinaires,
– gain de sens dans notre enseignement,
– plaisir du travail d'équipe,
– découverte de la recherche expérimentale à notre modeste niveau.

Mais des limites perdurent :
– le manque de temps,
– l'investissement de longue haleine essouffle,
– les avancées à petits pas découragent,
– la difficulté d'évaluation de l'effet sur la réussite des élèves,
– les conditions favorables pas toujours réunies : stabilité de l'équipe et des programmes, temps de concertation.

Et pourtant on continue !

Le travail de l'équipe s'oriente vers une recherche d'exercices dans les manuels de Maths (qui offrent de plus en plus d'exercices Maths-Économie) et de SES, pouvant être exploités dans les deux disciplines avec un va-et-vient entre les deux. L'exercice de base est alors étoffé et bien expliqué dans son positionnement dans chaque discipline. Donner du sens aux exercices mathématiques pour les élèves de la série ES est un défi toujours en cours, d'ailleurs une réflexion est envisagée sur les sujets de Maths dont « l'emballage » économique n'est pas toujours pertinent et peut être une source de difficultés supplémentaires pour nos élèves.
Bien d'autres domaines restent à explorer … tels le coefficient de corrélation, le coefficient de Gini, …
Des questions jaillissent souvent à l'improviste et notre goût pour la réflexion interdisciplinaire nous permet d'essayer d'y répondre et nous relancent dans l'action…

CONCLUSION

Cette pratique nous a poussés dans la réflexion sur le positionnement de chaque spécialiste de l'enseignement d'une discipline par rapport aux autres disciplines mais aussi dans sa propre discipline. En effet comprendre l'esprit dans lequel sont enseignées parfois les mêmes notions dans des matières différentes paraissait assez facile au premier abord. Dans la réalité, les discussions approfondies, animées et parfois passionnées en ont montré toute la difficulté. Les séances construites en commun et mises en œuvre parfois avec les deux enseignants en même temps ont permis à chacun de se positionner en tant que non spécialiste de l'autre discipline (position proche de celle de l'élève) et de montrer les limites mais aussi les richesses de sa propre discipline.

Au final les « discussions de couloir » nous ont conduits à des questions didactiques et à une réflexion épistémologique très enrichissantes et nous avons découvert les vertus de « l'inter-poly-trans-disciplinarité » chère à Edgar Morin.

BIBLIOGAPHIE

– les manuels de SES des classes de Seconde, Première et Terminale ES.
– les manuels de Mathématiques de seconde , première et terminale ES et en particulier : l'Hyperbole NATHAN 1 ES (édition 2001) et le BREAL Terminale ES.
– les documents d'accompagnement des programmes de mathématiques en série ES et STG.
–– ASTOLFI J.-P., L'école pour apprendre, ESF, 1992.
– MORIN Edgar, La tête bien faite, PARIS SEUIL, 1999.
– Publication du CRDP DE GRENOBLE : Liaison Mathématiques-Économie : quelques outils, 1984.
– DOLLO Christine et LUISET Bernard, Des concepts économiques aux outils mathématiques, Hachette Collection HU Économie, 1998.
– SCHLACTHER Didier, Comprendre la formulation mathématique en économie, Hachette Collection Les fondamentaux, 4° édition, 2004.
– GASQUET-MORE Sylviane, Plus vite que son nombre : déchiffrer l'information, Seuil, 1999.
– DESROSIÈRES Alain, La politique des grands nombres, Histoire de la raison statistique, La Découverte Poche, 2000.
– DOLLO Christine, Les mathématiques en SES : outil ou obstacle ?, revue Idées n° 124, juin 2001, CNDP.
– BAIR Jacques et HENRY Valérie, Décalage interdisciplinaire dans l'enseignement universitaire en économie, revue Idées n° 141, septembre 2005, CNDP.

Annexe 1

Ce qui différencie les disciplines...

« Au fond, les élèves n'ont guère l'expérience véritable de ce qu'est une discipline. Pour eux, une discipline s'identifie d'abord à la personnalité de leur enseignant, ou à une certaine période de l'emploi du temps, quelquefois à une salle spécialisée et, dans le meilleur des cas, à un certain objet d'étude..., rarement, avouons-le, à un type de questionnement, à une problématique particulière. Très honnêtement, sont-ils les seuls dans ce cas ? Bien souvent les enseignants eux-mêmes n'identifient-ils pas leur discipline à tel ou tel objet d'étude ? S'il s'agit d'écrire une phrase, c'est du français ; la proportionnalité, ce sont les mathématiques ; les gaz, c'est la chimie...
Or, on sait bien que **ce ne sont pas les objets qui définissent chaque discipline, mais les questions qu'on leur pose,** le même objet pouvant faire l'objet de bien des investigations divergentes. L'homme est un même objet d'étude pour toutes les sciences justement dites « humaines » et aussi pour la biologie, mais chaque discipline se distingue précisément par le type d'analyse auquel elle le soumet, par le type de concepts qu'elle met au point pour mieux l'analyser.
Les disciplines, qui apparaissent comme des distinctions « d'entrée », dès la distribution des emplois du temps en début d'année, devraient plutôt se construire comme des distinctions « de sortie », lorsque se sont clarifiées différentes façons théoriques d'examiner un même objet empirique d'étude. »

« L'école pour apprendre », Jean-Pierre ASTOLFI
ESF, 1992.

Annexe 2
Nouvelle fiche de TD sur le coût marginal
(activité math-éco en première ES)

1. Rappel des formules des fonctions coût total et coût moyen :

2. Définition du coût marginal :

Le coût marginal de la q-ième unité produite est la différence entre le coût total de production de q unités et de (q − 1) unités.
C'est donc le coût de production de la q-ième unité.

Formule 1 : $C_m(q) = C_T(q) - C_T(q-1)$ (coût marginal de la q-ième unité)

(ou $C_m(q+1) = C_T(q+1) - C_T(q)$).

Le coût marginal de la q-ième unité produite est donc le coût de production de la dernière unité ou celui de l'unité supplémentaire selon que l'on considère une production respectivement de q unités ou q − 1 unités.

Exercice (Manuel de 1° ES, Édition Nathan 2001 p. 215) : Une entreprise, qui fabrique des voitures de haut de gamme vendues 100 000 € voit son coût total varier de la façon suivante en fonction de son volume de production :

Quantités produites	0	1	2	3	4	5	6
Coût total (en milliers d'euros)	80	140	170	175	185	205	235

Pour les différentes quantités produites, calculez le coût moyen et le coût marginal (complétez le tableau suivant).

Quantités produites q	Coût total (en milliers d'euros)	Coût moyen (en milliers d'euros)	Coût marginal de la q-ième unité (en milliers d'euros)
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Exprimez à l'aide d'une phrase la valeur dans la dernière case du tableau (en bas à droite).

3. Approximation avec la dérivée lorsque la production est grande :

En modélisant le coût total par une fonction mathématique, on peut approcher *le coût marginal par la dérivée du coût total.*

Formule 2 : $C_m(q) = C_T'(q-1)$
(ou $C_m(q+1) = C_T'(q)$).

Remarque : on peut rencontrer dans certains énoncés la formule suivante : $C_m(q) = C_T'(q)$
(lorsque la production est grande, il n'y a pas vraiment de différence !).

Il faut donc bien lire l'énoncé et tenir compte des conventions ou notations données.

Exercice 1 (exercice 37, Hyperbole Math, page 185) :
Une entreprise produit une quantité q de lessive, exprimée en tonnes. Le coût de production est estimé, en euros à :

$$C(q) = \frac{1}{2}q^3 - 20q^2 + 300q + 1\,200.$$

Calculez le coût marginal correspondant à la production de la 21^{e} tonne, puis de la 26^{e} et de la 101^{e} (utilisez les 2 formules).

Exercice 2 (exercice 103, page 193 Hyperbole Math avec quelques modifications) :
Une entreprise fabrique des pizzas comptées par lots de 40 pizzas. On suppose qu'elle vend toute sa production. Les coûts de production sont, d'une part, les coûts fixes (amortissement du four, assurances, etc.), d'autre part, les coûts variables (ingrédients, salaires, etc.) qui dépendent du nombre q de lots fabriqués.

On estime que la fonction coût de cette entreprise est donnée par la fonction suivante :

$$C(q) = \frac{1}{2}q^3 - 2q^2 + 5q + 20$$

où q est le nombre de lots fabriqués et $C(q)$ est exprimé en dizaines d'euros.

1°) Compléter le tableau suivant (les valeurs des coûts seront données en dizaines d'euros) :

q	1	2	3	4	5	6	7	8
Coût marginal (définition)								
Coût marginal (dérivée) C'								

2°) Représenter graphiquement, dans le même repère, les fonctions C et C' (unités : 2cm pour 1 lot sur [Ox) et 1cm pour 5 dizaines d'euros sur [Oy)).

3°) Le prix de vente unitaire est fixé à 7,5 euros la pizza.
Calculer le prix de vente d'un lot de pizzas.
Quelle est la recette $R(q)$ (en dizaines d'euros) pour q lots vendus ?
Tracer la droite d'équation $y = 30$ sur le graphique précédent.
« Tant que le coût marginal est inférieur au prix de vente, l'entreprise a intérêt à produire », expliquer pourquoi. Quelles sont les quantités que l'entreprise a intérêt à produire ?
Exprimer le bénéfice produit par la vente de q lots de pizzas.
Calculer ce bénéfice pour q variant de 1 à 8 et en déduire la production qui assure un bénéfice maximum.

Annexe 3

Le taux de croissance annuel moyen (TCAM)

Doc.1

Régions du monde	Niveau du PIB par habitant (dollars de 1990) 1820	Niveau du PIB par habitant (dollars de 1990) 1998	Taux de croissance du PIB (moyen annuel) 1820-1998 (%)
Europe de l'Ouest	1 232	17 921	1,5
Pays d'immigration européenne*	1 201	26 146	1,7
Japon	669	20 413	1,93
Amérique latine	665	5 795	1,22
Europe de l'Est et ex-URSS	667	4 354	1,05
Asie (sauf Japon)	575	2 936	0,9
Afrique	418	1 368	0,66
Monde	**667**	**5 709**	**1,21**

* USA, Canada, Australie, Nouvelle-Zélande

source : d'après A. MADDISON, L'économie mondiale, une perspective millénaire, OCDE, 2001

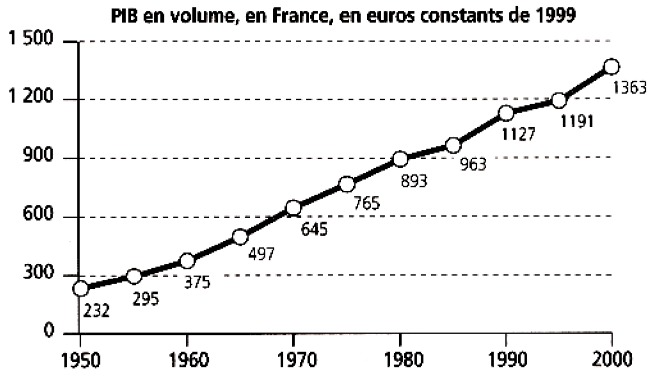
1. Quelles sont les différences que l'on peut noter entre les pays du Nord et ceux du Sud ?
2. Les pays du Sud connaissent-ils tous la même évolution ?
3. Comment obtient-on un taux de croissance annuel moyen ?
4. Quel lien peut-on faire entre le taux de croissance annuel moyen et le niveau du PIB par habitant ?

Définition du TCAM : c'est un outil qui permet de calculer le rythme moyen d'évolution d'une variable au cours d'une période donnée. Le « multiplicateur » associé au TCAM est la moyenne géométrique des différents multiplicateurs sur la période. Le TCAM donne donc une tendance de l'évolution du phénomène observé. Il permet également la comparaison entre des périodes d'amplitudes différentes.

Exemple du doc. 1 : $C_m = \left(\dfrac{5\,709}{667}\right)^{\frac{1}{178}}$.

Donc $g = (1{,}012\,1 - 1) = 0{,}012\,1$ soit 1,21%.

Le TCAM du PIB dans le monde a été de 1,21% entre 1820 et 1998



D'après INSEE.

• Caractérisez les phases de l'évolution du PIB en France depuis 1950, en complétant le tableau ci-dessous (calculez le taux de variation du PIB de 1950 à 2000 et le taux de croissance annuel moyen. Puis calculez le taux de croissance annuel moyen pour chaque période. Utilisez les termes : « croissance/expansion/récession »).

	1950-2000	1950-1975	1975-1980	1980-1985	1985-1990	1990-1995	1995-2000
Taux de variation	487,5	229,74	18,6	7,84	17,03	5,68	14,44
TCAM *	3,6	4,9	3,5	1,5	3,2	1,1	2,7
Croissance/expansion/récession	croissance	expansion	récession	récession	expansion	récession	expansion

* Taux de croissance annuel moyen

Annexe 4
Exemple d'exercices posés en contrôle de mathématiques

Exercice 1 : (extrait du sujet de BAC juin 2005 Amérique du Nord)
Le gouvernement d'un pays envisage de baisser un impôt de 30 % en cinq ans.
1) On suppose que le pourcentage de baisse est le même chaque année. Vérifier que le pourcentage de baisse annuel est alors égal à environ 6,89 %.
2) La première année cet impôt baisse de 5 %, la deuxième année la baisse est de 1 % et la troisième année de 3 %.
Quelle est la baisse, en pourcentage, de cet impôt au terme de ces trois premières années ?
Pour atteindre son objectif, quel pourcentage annuel de baisse doit décider ce gouvernement, en supposant que ce pourcentage est le même sur les deux dernières années.

Exercice 2 : L'évolution de la population d'une région entre 1950 et 2000 a permis de construire le tableau suivant :

Année X_i	1950	1960	1970	1980	1990	2000
x_i	0					
Population y_i en millions	2,5	3	3,6	4,4	5,2	6,2

1. Lorsque X_i désigne le numéro de l'année, on pose $x_i = \dfrac{X_i - 1950}{10}$; une décennie correspond alors à une unité. Compléter la seconde ligne du tableau.
2. Les démographes intéressés par l'évolution de cette population ont remarqué que l'**accroissement relatif** de cette population est presque constant d'une décennie à l'autre.

a. Vérifier la remarque des démographes pour les valeurs données et en déduire que cet accroissement est voisin de 20 %.

b. Expliquer pourquoi la fonction $f : x \mapsto 2,5 \times 1,2^x$ peut être utilisée pour modéliser l'évolution de la population étudiée.

c. En utilisant cette modélisation, quelle prévision peut-on faire pour 2015 ?

d. Avec cette estimation, en quelle année la population dépassera-t-elle 10 millions d'habitants ?

Exercice 3 : QCM : (extrait de QCM dans les sujets du bac 2005)
Pour chacune des questions ci dessous, une seule des réponses proposées est exacte. L'exercice consiste à cocher cette réponse exacte sans justification.
Barème : Une bonne réponse rapporte 1 point ; une mauvaise réponse enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

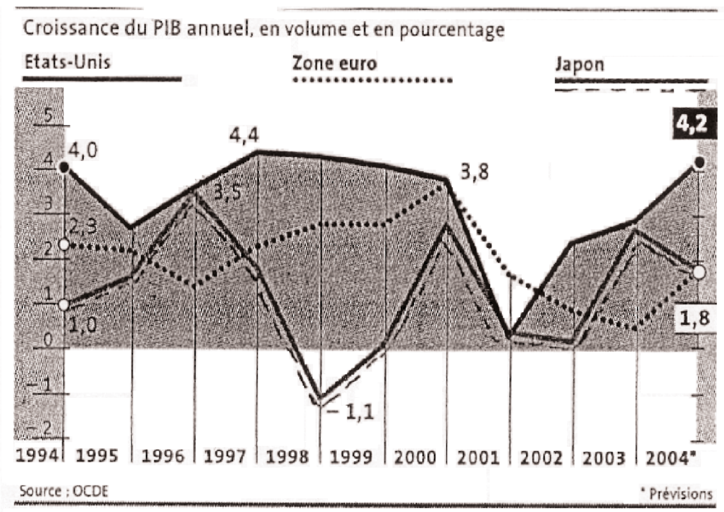
2. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\left(1-\dfrac{2}{100}\right)^x < 0,5$ est :	$S = \left]-\infty\,;\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)}\right[$ $S = \left[\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)}\,;+\infty\right[$ $S = \left[\ln\dfrac{0,5}{0,98}\,;+\infty\right[$
5. Dans **R** l'équation $1,1^x = 2,2$ a pour solution le nombre :	2 $\ln 2$ $\dfrac{\ln 2,2}{\ln 1,1}$
6- La population d'une commune rurale diminue de 2 % par an. Sa population aura diminué de moitié dans :	15 ans 20 ans 35 ans 50 ans

7. Le prix d'un article augmente d'un certain pourcentage, puis baisse immédiatement du même pourcentage. Finalement le prix de cet article :	a augmenté a baissé n'a pas varié on ne peut pas savoir
8. La population mondiale a doublé entre 1960 et 2000. Le taux d'accroissement moyen annuel a été de :	3 % 2,75 % 2,5 % 1,75 %

Annexe 5

Devoir Maison commun : Mathématiques – SES pour le 10 novembre 2005

Exercice 1



Le Monde DDM n° 335 octobre 2004

I – Partie mathématique :

À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le taux de croissance du PIB annuel en 1994 ? Comparer avec celui de 2004.

Expliquer pourquoi le taux de croissance du PIB annuel entre 1994 et 2004 n'est pas obtenu par la formule $\dfrac{V_A - V_D}{V_D} = \dfrac{4,2-4,0}{4,0}$.

2. Par lecture graphique, compléter le tableau suivant (on donnera les valeurs à 0,1 près) :

année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Taux de croissance du PIB annuel des États Unis	4,0	2,7									
Coefficient multiplicateur correspondant											
Taux de croissance du PIB annuel de la zone euro											
Coefficient multiplicateur correspondant											
Taux de croissance du PIB annuel du Japon											
Coefficient multiplicateur correspondant											

3. Déduire du tableau le taux de croissance entre 1994 et 2004 du PIB annuel de chacun des cas étudiés (États Unis, zone euro et Japon).
4. Déterminer le Taux de Croissance Annuel Moyen du PIB annuel de chacun des cas étudiés entre 1994 et 2004.

II- Partie économique :
1. Quel est l’intérêt du calcul de ces trois TCAM ?
2. Quelle est l’information supplémentaire qu’apporte le graphique par rapport à la donnée du TCAM ?
3. Quelles informations sur le taux de croissance du PIB peut-on dégager de ce graphique ?

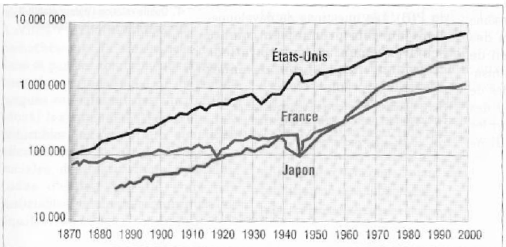
Exercice 2 : docs 5 p. 14 et 6 p. 15 du manuel de SES (HATIER 2003 Terminales ES) + fiche outil 1, p. 415-416.

1) Quel est l’intérêt d’adopter une échelle logarithmique dans une représentation graphique ?
2) L’évolution du PIB des États-Unis de 1870 à 2000 vous paraît-elle être une croissance à taux constant ? L’évolution du PIB par habitant aux États-Unis vous paraît-elle être une croissance à taux constant ? Justifiez les deux réponses.
3) Présentez les points communs et les différences entre les 2 documents.
4) Quel est le PIB des États-Unis en 1900 ? Quel est le revenu par tête des États-Unis à la même date ?
5) Comparez l'évolution du PIB de la France et du Japon au XX^{e} siècle en distinguant des périodes. Quelle conclusion pouvez-vous en tirer ?

6) Comparez l'évolution du PIB/habitant des États-Unis et du Royaume-Uni entre 1500 et 2000 en distinguant des périodes. Quelle conclusion pouvez-vous en tirer ?
7) Dans quel pays le PIB/habitant a-t-il le plus augmenté entre 1950 et 2000 ? Justifiez votre réponse avec un calcul d'évolution (pour chaque pays, on déterminera à l'aide d' une lecture graphique des données, la variation absolue et la variation relative). Comment peut-on expliquer ce résultat ?
8) Dans quel document est-il question du niveau de vie ? Justifiez votre réponse. Peut-on parler de convergence internationale des niveaux de vie au vu de ce graphique ? Justifiez votre réponse.

5 L'évolution du PIB sur longue période

PIB en millions de dollars 1990 (échelle logarithmique)

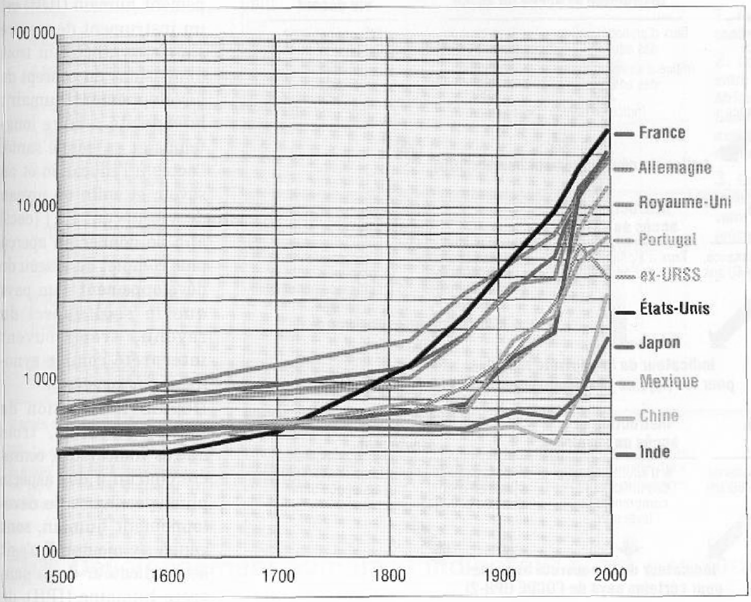


1. Quel est l'intérêt d'adopter une échelle logarithmique dans une représentation graphique (cf. fiche outil 1) ?
2. Quel pays a connu la plus forte croissance au XX[e] siècle ?
3. Comparez l'évolution des trois courbes en distinguant des périodes.

ANGUS MADDISON, *L'Économie mondiale 1820-1992*, OCDE, 1995 et GGDC, 2000, repris dans JEAN-PAUL FITOUSSI, *Fondements de la politique économique et mondialisation*, site internet de Sciences Po, 2001.

6 Évolution du PIB par habitant dans quelques pays

Échelle logarithmique en ordonnées (dollars de 1990 en PPA)



D'après données d'ANGUS MADDISON, *L'Économie mondiale : une perspective millénaire*, © OCDE, 2001.

NB : La correction du PIB en parités de pouvoir d'achat (PPA) permet de comparer des données exprimées dans la même monnaie ($ en général) en tenant compte des différences de niveaux de prix des biens et services dans les pays comparés. Un dollar exprimé en PPA permet de se procurer la même quantité de biens et services dans tous les pays (voir TD 2).