

# Mathématiques et environnement informatique

Michèle Gandit, Christiane Serret  
& Bernard Parisse(\*)

Ces deux ateliers avaient pour objectif d'amener les participants à une réflexion sur l'utilisation, dans le cadre du cours de mathématiques, du logiciel (libre et gratuit) XCAS en donnant un aperçu du travail mené par un groupe de l'IREM de Grenoble. La recherche, au sein de ce groupe, se poursuit suivant deux axes : le développement et l'adaptation du logiciel aux besoins pédagogiques en lycée d'une part, l'expérimentation de travaux pratiques informatiques dans les classes de Seconde, Première S et Terminale S, d'autre part.

« Un logiciel de plus », pourrait-on dire. Certes ! Mais XCAS, c'est le couteau suisse des logiciels de mathématiques ! Ses fonctionnalités sont multiples, de la géométrie dynamique au tableur (formel) en passant par le calcul formel, la programmation, la représentation graphique des fonctions, et même ... un clone de Logo.

Ont ainsi pu en juger les deux groupes d'environ vingt personnes, qui ont participé à nos deux ateliers. La plupart d'entre eux ne connaissant pas le logiciel, la séance a débuté par une courte présentation au vidéo projecteur de ses fonctionnalités et s'est poursuivie suivant deux axes de travail : d'une part, la prise en main de XCAS par l'intermédiaire d'une fiche (voir ci-dessous) permettant une première approche de ses multiples fonctionnalités, d'autre part, son utilisation, dans le cadre du cours de mathématiques, avec des élèves de Seconde, de Première ou Terminale S. Pour aborder ce dernier point, nous avons mis à la disposition des participants des fiches de TP, expérimentées dans nos classes, ainsi que des comptes-rendus d'élèves. À chaque séance où les élèves (de Seconde, Première S ou Terminale S) utilisent XCAS, en demi-groupe, il leur est fourni une fiche de TP et il leur est demandé de faire un compte-rendu, qui est ensuite relevé quelques jours plus tard. Une synthèse est faite ensuite, dans le cadre du cours en classe entière, portant sur les connaissances mises en jeu et les méthodes.

Tous ces documents (fiche de prise en main, fiches de TP, ...), ainsi que le logiciel peuvent être téléchargés sur le site

<http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/irem.html>

Ils ont été offerts sur un CD à chaque participant de nos ateliers. Ce site possède aussi un espace Forum où les utilisateurs et futurs utilisateurs de XCAS sont invités à poser des questions, partager leurs travaux, proposer des améliorations, ...

Nous vous présentons ci-dessous une fiche de prise en main du logiciel, ainsi qu'une activité expérimentée en classe de Seconde pour laquelle on trouvera la fiche de TP sur le site.

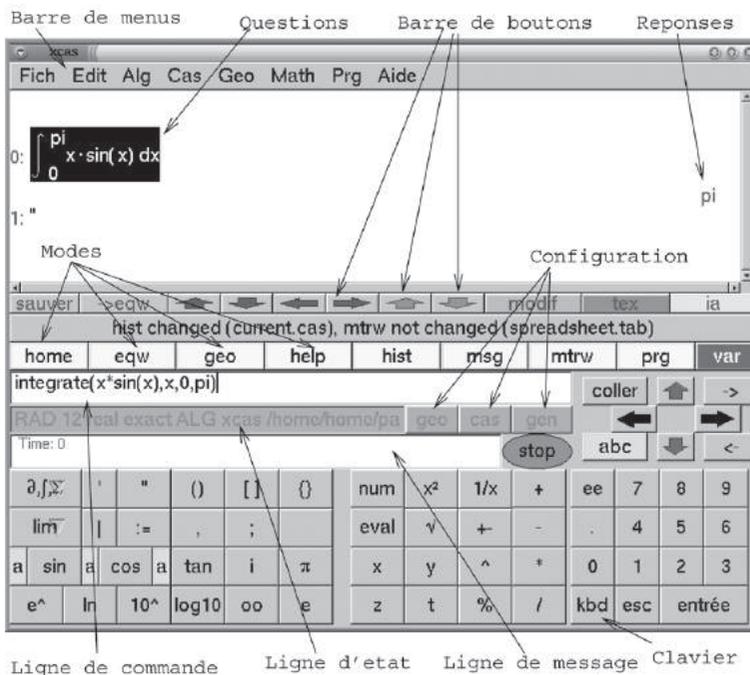
---

(\*) IREM de Grenoble.

## Prise en main du logiciel XCAS

Il s'agit d'une prise de contact rapide avec le logiciel XCAS, qui permet de faire du calcul formel, de la programmation, de la géométrie dynamique, des représentations de fonctions, ... et qui dispose d'un tableur formel. Dans cette fiche sont proposés quelques petits exercices mettant en jeu quelques-unes de ces fonctionnalités.

Ci-dessous une copie de l'un des écrans que l'on obtient à l'ouverture du logiciel. Les commandes du logiciel sont regroupées par thèmes dans la barre de menus du haut.



### I. Faire du calcul formel

On veut factoriser l'expression  $x^2 - x - 2$  : on ouvre le menu Scolaire, sous-menu Seconde, item factor. Une courte aide en ligne apparaît alors dans la ligne de messages, indiquant la syntaxe, et la commande factor est saisie ; on indique alors l'expression,  $x^2 - x - 2$ , entre les parenthèses, puis on valide par la touche Enter. On lit le résultat :  $(x + 1)(x - 2)$ .

On peut aussi résoudre des équations, inéquations, intégrer, dériver, calculer des limites, ...

### II. Utiliser le tableur

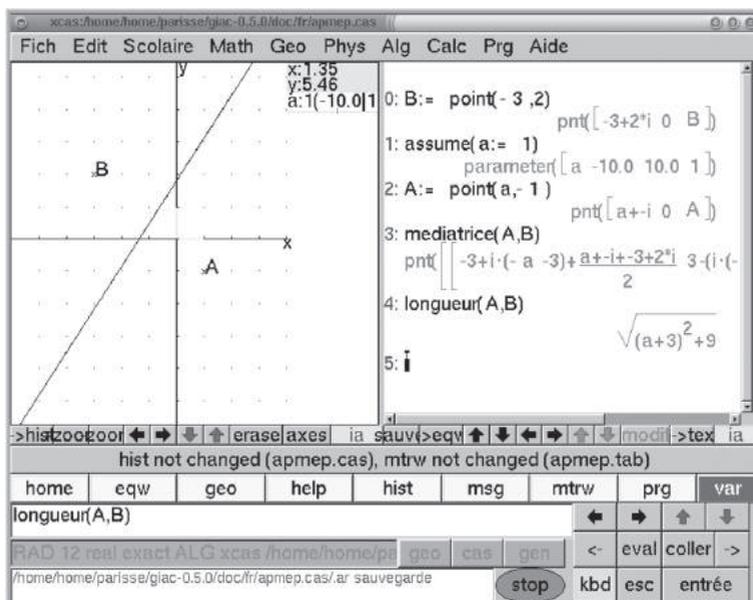
On peut utiliser le tableur de manière classique, mais on a aussi accès aux fonctionnalités de calcul formel. Par exemple on peut saisir la formule `=derive(A1,x)`

dans la cellule A2 pour avoir la dérivée de l'expression contenue dans la cellule A1.

### III. Faire de la géométrie et du calcul formel

En utilisant le menu Edit, puis le sous-menu Windows, ouvrir à la fois l'écran qui permet de faire de la géométrie (bouton jaune geo) et l'écran relatif à l'historique (bouton jaune hist).

En ouvrant le menu Geo, puis le sous-menu points, placer le point B de coordonnées  $(-3, 2)$  : il suffit de taper dans la ligne de commande l'instruction  $B:=\text{point}(-3, 2)$ .



Saisir ensuite l'instruction  $\text{assume}(a:=1)$  : on voit apparaître un curseur dans l'écran de géométrie, qui va permettre de faire varier la valeur du paramètre  $a$ .

Placer le point A de coordonnées  $(a, -1)$ , faire ensuite bouger le point A, en déplaçant le curseur à l'aide de la souris.

En utilisant le menu Geo, tracer la médiatrice de  $[AB]$ , puis faire varier la valeur de  $a$ , à l'aide du curseur ; demander ensuite le calcul de  $AB$ . On remarquera que, pour le calcul, le logiciel conserve le paramètre  $a$  et ne le remplace pas par une valeur.

### Un exemple de TP en classe de seconde : tableau de signes

Ce travail a été mis en place il y a plusieurs années en utilisant des fiches de travail analogues à celle qui suit, mais avec des calculatrices. Un problème important pour l'enseignant est de faire des fiches différentes pour chaque type de calculatrices, car les élèves de seconde n'ont aucune autonomie par rapport à ce nouvel outil. Or une difficulté importante se présente lors du travail des élèves avec des calculatrices : il s'agit de la lecture d'un tableau de valeurs vertical, alors que l'axe des abscisses d'un repère est en général horizontal. C'est pourquoi nous avons choisi de démarrer

le travail sur ce thème à l'aide de XCAS, puisque l'on peut construire un tableau de valeurs horizontal, permettant d'induire le tableau de signes, avant de faire travailler les élèves à l'aide de leur calculatrice.

Ce TP a été expérimenté en demi-groupe avant toute présentation en classe de l'outil tableau de signes. Les élèves en ont rédigé un compte-rendu détaillé. La synthèse a eu lieu en classe à la suite des deux séances avec XCAS en demi-groupe et de deux autres séances avec calculatrices en classe entière.

Une suite possible de ce travail peut être la résolution d'inéquations qui ne sont pas présentées sous forme de produit dont on demande le signe. Le travail consistera alors à essayer de transformer les écritures avant de déterminer le signe, et pour cela le logiciel XCAS peut aider des élèves qui savent ce qu'il faut faire, mais se trompent souvent : ils ont la possibilité de contrôler à chaque étape leurs résultats avant de continuer.

#### TP : ÉTUDE DU SIGNE D'UNE EXPRESSION AVEC XCAS

##### A/ On s'intéresse à l'expression $3x + 12$ où $x$ est un nombre réel quelconque

1. Dans hist, on tape  $a(x):=3x+12$ , ce qui indique que l'expression  $3x + 12$  s'appelle maintenant  $a(x)$ . On peut ensuite demander  $a(2)$  ou  $a(-5)$ . Quelle est la réponse du logiciel XCAS ? À quoi correspondent ces résultats ?

2. Dans mtrw, on va réaliser un tableau de valeurs de la fonction  $a$ . Pour cela, on écrit dans la cellule A0 le mot *Pas* puis dans la cellule B0 une valeur numérique, par exemple 1, qui sera l'écart entre deux valeurs consécutives de  $x$ .

Dans la cellule A1, on saisit le texte  $x$ , puis dans B1 la première valeur de  $x$ . De même dans A2 on saisit le texte  $a(x)$ , puis dans B2  $=a(B1)$ . Dans la cellule C1, on saisit  $=B1+ \$B\$0$ , puis on clique sur remplir et vers la droite. On fait de même en se positionnant sur la cellule B2. Les lignes 1 et 2 du tableau constituent le tableau des valeurs de la fonction  $a$ .

3. Modifier les valeurs inscrites dans la cellule B0, puis dans la cellule B1. Que se passe-t-il ? Décrire avec précision les modifications observées.

4. Dans hist, on saisit  $\text{plotfunc}(a(x))$ . Qu'obtient-on ? Quel lien peut-on faire avec le tableau construit précédemment ?

5. Construire à la main, sur la copie, un tableau résumant le signe de l'expression  $3x + 12$  en fonction des valeurs de  $x$ .

##### B/ Étude du signe de $-2x + 5$

1. Dans hist, on saisit  $b(x):=-2x+5$ . Calculer  $b(0)$ , puis  $b(3)$ .

2. On veut construire le tableau des valeurs de  $b$  avec un pas égal à 1 et une valeur initiale de  $x$  égale à  $-10$ . Dans la cellule A3, on saisit le texte  $b(x)$  et, dans B3, on saisit  $=b(B1)$ , puis on clique sur remplir et vers la droite. On a maintenant le tableau des valeurs de la fonction  $b$  en fonction de celles de  $x$ . Comparer avec les valeurs prises par la fonction  $a$ .

3. Peut-on modifier le pas pour arriver à faire apparaître 0 dans le tableau des valeurs de la fonction  $b$  ?

4. De même qu'à la question A4, faire tracer la représentation graphique de la fonction  $b$ . Comparer avec celle de la fonction  $a$  et expliquer les différences observées.

5. Construire à la main un tableau résumant le signe de l'expression  $-2x + 5$  en fonction des valeurs de  $x$ .

### C/ Signe du produit de deux expressions

1. Dans hist, on saisit  $p(x):=a(x)*b(x)$ . Demander  $p(3)$ . Comment expliquer ce résultat ?

Modifier et compléter le tableau des valeurs précédent pour faire apparaître dans la ligne 4 les valeurs de la fonction  $p$  pour des valeurs de  $x$  variant de  $-10$  à  $6$  par pas de  $1$ . Observer les valeurs obtenues et expliquer.

2. Dans hist, demander la représentation graphique de la fonction  $p$ . Peut-on expliquer ce que l'on voit ?

3. On va changer la fenêtre graphique en cliquant sur le bouton geo rouge : on demande des valeurs de  $x$  comprises entre  $-10$  et  $10$  et des valeurs de  $y$  entre  $-50$  et  $70$  (la lettre W est l'initiale de window). Le repère ne sera plus orthonormé (décocher). TX et TY représentent les marques sur les axes, donc on peut maintenant choisir  $TY = 10$ . Observer la nouvelle représentation en la demandant dans hist. Décrire soigneusement ce qui apparaît.

4. Dans hist, on saisit  $\text{plotfunc}([a(x),b(x),p(x)],x)$  pour obtenir sur un même graphique les trois représentations graphiques. Observer soigneusement ces représentations graphiques, puis décrire et justifier leurs positions par rapport aux axes du repère.

### D/ Un tableau de signes

1. Construire un tableau indiquant simultanément les signes de  $a(x)$ , de  $b(x)$  et de leur produit  $p(x)$ .

2. Résoudre l'inéquation  $(3x + 12)(-2x + 5) > 0$ .

3. Comparer le résultat précédent avec les informations données par le graphique construit en C4.

### E/ Une autre inéquation

1. Construire de la même façon un tableau comportant plusieurs lignes indiquant le signe du produit  $(x + 1)(2x - 3)$ .

2. Résoudre l'inéquation  $(x + 1)(2x - 3) > 0$ .

3. Vérifier le résultat obtenu en utilisant une représentation graphique.

### En guise de conclusion

Il est clair que c'est dans l'utilisation répétée du logiciel dans le cadre du cours que les élèves peuvent acquérir une certaine expertise qui leur permette d'être autonome dans le traitement de problèmes mathématiques. La prise en main initiale doit être courte : une séance peut lui être consacrée, mais il nous semble préférable d'apprendre aux élèves quelques éléments lors de chaque nouvelle fonctionnalité

utilisée. Concernant les commandes et instructions à donner au logiciel, ils doivent apprendre à les utiliser, ils doivent savoir écrire correctement la syntaxe correspondante : il faut éviter de répéter les parties déjà vues du mode d'emploi dans les fiches destinées aux élèves et les inciter à consulter l'aide qui est incluse dans le logiciel.

Une aide efficace relative à l'apprentissage de l'utilisation de l'instrument est apportée par la rédaction d'un compte-rendu que chaque élève doit produire. Celui-ci a en effet non seulement pour objet de permettre à chacun de faire le point sur les connaissances mathématiques et les méthodes qu'il a apprises, mais aussi de lui faire mémoriser la façon d'utiliser le logiciel.

Du fait que le logiciel est libre et téléchargeable, certains élèves l'utilisent à leur domicile. Nos expérimentations nous ont montré que, passées les quelques premières séances au cours desquelles certains ont du mal à « entrer » dans ce nouvel outil, les élèves se familiarisent assez vite avec les commandes dont ils ont besoin au lycée, d'autant plus qu'elles sont finalement assez peu nombreuses, et qu'elles sont maintenant regroupées dans certains menus suivant le niveau de classe.

Si la rédaction d'un compte-rendu nous semble indispensable pour l'apprentissage de l'élève, elle permet aussi l'articulation du cours en classe entière avec les séances de TP, puisque le professeur peut organiser une synthèse de cours au moment où il fait le bilan des comptes-rendus relevés. Il est bien évident que l'utilisation de XCAS change l'approche des situations qui permettent d'aborder les nouveaux concepts. Vous pourrez le constater dans les multiples TP qui sont téléchargeables sur le site : y sont, par exemple, proposés des TP de niveau première S destinés à l'introduction des suites et des notions afférentes ; le cours sur ce sujet fait suite aux comptes-rendus, rédigés par les élèves, des séances en salle informatique.