Vive l'école des mathémagiciens

Dominique Souder

En club un professeur aimant à la fois les mathématiques et la magie peut développer des liens les unissant :

– d'une part en montrant des tours de magie automatiques qu'il décortique aussitôt en faisant preuve d'esprit scientifique, et en montrant l'intérêt de l'utilisation des mathématiques.
– d'autre part en prolongeant des activités mathématiques par la création de tours de magie sympathiques en rapport…

1. Décortiquons des tours de magie automatiques comme un professeur de maths cherche à résoudre des problèmes

a) La légende du mathémagicien

Demandez à votre ami de choisir une carte, de se rappeler son nom, de la poser sur la table face cachée. Tournez-vous. Demandez-lui de mettre sur sa carte autant de cartes (faces cachées) qu'il est nécessaire pour épeler le nom de sa carte : une carte par lettre. Par exemple : d-e-u-x-d-e-c-a-r-r-e-a-u nécessitera 13 cartes, r-o-i-d-e-p-i-q-u-e en nécessitera 10. Il est nécessaire de prendre en compte les lettres « de ».

Dites à votre ami de faire passer une à une du dessus vers le dessous du paquet les cartes nécessaires à épeler « rouge » ou « noire » selon sa carte. Puis de continuer la manœuvre avec « haute » ou « basse ». Et enfin d'épeler « points » ou « figure » selon le cas.

Retournez-vous. Demandez maintenant à votre ami de prendre son paquet faces cachées sur le dessus, de jeter la première carte, de faire passer la suivante dessous, de jeter la carte supérieure, de faire passer la suivante dessous, etc. Il ne doit lui rester qu'une carte.

Faites nommer la carte choisie puis retourner la carte restante : c'est la même !

Enquêtons :

a) Combien de cartes possibles dans les tas selon les différents noms ?
b) Quel effet ont les choix « rouge ou noire, etc. » ?
c) En quelle position se trouve la carte choisie, selon la taille du tas ?
d) Quand on élimine, quelle carte reste, selon la taille du tas ?

Poursuivons la réflexion sur l'élimination :

e) pour des petits nombres de cartes (de 2 à 13, voire 26) concrètement ;
f) avec papier crayon, en barrant sur un cercle de nombres ;
g) avec un nombre de cartes qui est une puissance de 2 ;
h) ou une puissance de 2 augmentée de 1, de 2, etc. (récurrence ?) ;
i) vérification d'une formule 2 (x - 2^n) où x est le nombre de cartes et 2^n la plus grande puissance de 2 inférieure strictement à x.

b) Le miracle de l'assiette

La magie ne se fait pas toujours sur scène, elle peut aussi se faire au coin d'une table de restaurant, recouverte d'une simple feuille de papier, avec des verres ou des assiettes.

Lancez ce défi à votre entourage :

– J'ai posé cette assiette renversée sur la table, j'en dessine avec mon crayon le contour.
– Je marque un point A sur le cercle C obtenu, dont j'ignore bien sûr le centre O.
– Comment placer le point A′ diamétralement opposé à A, grâce à une construction utilisant uniquement l'assiette et le crayon ?

Il y a de bonnes chances que vous soyez obligé de donner vous-même la solution…

– Grâce à l'assiette, je trace un cercle C1 passant par A, recoupant le cercle C en A1.
– Je trace un cercle C2 passant par A1, recoupant le cercle C1 en A2.
– Je trace un cercle C3 passant par A2, recoupant le cercle C2 en A3.
– Ce cercle C3 coupe le cercle C en deux points, j'en choisis un que je note B.
– Je trace un cercle C4, différent de C3, passant par A3 et B ; il recoupe le cercle C en un point qui est le point A' cherché. Étonnant, non ?

Enquêtons sur la situation de base :

– ***découverte d'un losange et d'une égalité de vecteurs ;***
– ***traduction de « points diamétralement opposés » en égalité vectorielle.***

c) Châtaignes, pomme, banane et kiwi

Le magicien pose sur la table une pomme, une banane et un kiwi, et étale (sans paraître les compter) 23 châtaignes. Il se tourne et demande à trois spectateurs de choisir chacun un fruit parmi les trois solitaires, puis à chacun de mettre celui-ci dans une de leurs poches.

Le magicien revient face à ses amis et fait glisser vers eux : une châtaigne à l'un, deux châtaignes au deuxième et trois châtaignes au troisième. Puis il se tourne à nouveau.

Le magicien demande à celui qui a la pomme de prélever de l'amas de châtaignes un nombre de châtaignes égal à celui qu'il vient de lui donner. Il demande à celui qui a la banane de prélever deux fois autant de châtaignes que le nombre qu'il vient de lui donner. Il demande à celui qui a le kiwi de prélever quatre fois le nombre de châtaignes qu'il lui avait données.

Le magicien se retourne et peut dire qui a la pomme, qui a la banane, qui a le kiwi. Comment fait-il ?

Enquêtons :

– ***étude des six cas de répartition des trois fruits entre les trois spectateurs ;***
– ***calcul selon les cas du nombre de châtaignes distribué ;***
– ***calcul, selon les cas, du nombre de châtaignes restant sur la table.***

d) Au hasard de la donne se cache une formule

Demandez à un ami de battre un jeu de 52 cartes, puis de poser face visible sur la table une première carte à points, et de mettre dessus, faces cachées, le nombre de cartes nécessaires pour compléter à 10 : par exemple sur un « 7 » on met 3 cartes faces cachées. Ceci doit être fait en cachette du magicien, et recommencé en autant de piles qu'il est possible avec l'ensemble du jeu. Si votre ami trouve cela fastidieux dites-lui de s'arrêter quand il a déjà quelques piles. Demandez que les piles soient bien présentées pour que vous ne puissiez voir chaque carte à points de base de la pile. Tournez-vous vers votre ami, récupérez le restant des cartes non distribuées, ayez l'air de vous intéresser à leurs valeurs, mais en fait comptez-les discrètement. Vous pouvez annoncer : « Je sais quel sera le total des cartes à points qui ont servi à constituer les piles ! » Annoncez ce total, et faites vérifier en demandant à votre ami d'additionner les cartes à points qu'il avait choisies.

Enquêtons :

- ***recherche d'un invariant : chaque pile contribue au nombre 11 (total des deux nombres : les points et le nombre de cartes distribuées) ;***
- ***recherche d'une formule (pour n piles, R cartes restantes et S total des cartes à points de base :***
  $11n - S + R = 52$, d'où $S = 11n + R - 52$ après étude éventuelle de cas particuliers $n = 4$ ou 5, etc.

2. Expérimentons des activités mathématiques pour collégiens ou lycéens débouchant sur des tours de magie

a) Passage en base 2 et puissance d'un jeu de 32 cartes

Le professeur explique ce qu'est la numération en base deux : il écrit, dans un tableau séparant en colonnes les puissances de deux utiles, tous les nombres de 1 à 31, et demande aux élèves de compléter les écritures jusqu'à 63. Les élèves sont invités ensuite à regrouper en six cartes les nombres de 1 à 63.

1) Sur la carte « 1 », sont inscrits tous les nombres de 1 à 63 qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 à droite, et uniquement ceux-là
2) Sur la carte « 2 », figurent tous les nombres de 1 à 63 qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en deuxième position à partir de la droite.
3) Sur la carte « 4 », figurent tous les nombres de 1 à 63 qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en troisième position à partir de la droite.
4) Sur la carte « 8 », figurent tous les nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en quatrième position à partir de la droite
5) Sur la carte « 16 », figurent tous les nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en cinquième position à partir de la droite
6) Sur la carte « 32 », figurent tous les nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en sixième position à partir de la droite.

Rangez les cartes faces visibles devant vous dans l'ordre carte « 1 », puis en dessous carte « 2 », carte « 4 », carte « 8 », carte « 16 », carte « 32 ».

Demandez à un spectateur de choisir un nombre entre 1 et 63, et dites-lui que vous allez le trouver rapidement grâce à vos pouvoirs de mémoire.

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31
33	35	37	39
41	43	45	47
49	51	53	55
57	59	61	63

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31
34	35	38	39
42	43	46	47
50	51	54	55
58	59	62	63

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31
36	37	38	39
44	45	46	47
52	53	54	55
60	61	62	63

8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31
40	41	42	43
44	45	46	47
56	57	58	59
60	61	62	63

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31
48	49	50	51
52	53	54	55
56	57	58	59
60	61	62	63

32	33	34	35
36	37	38	39
40	41	42	43
44	45	46	47
48	49	50	51
52	53	54	55
56	57	58	59
60	61	62	63

Tournez le paquet devant votre spectateur, la carte « 1 » étant visible pour lui, et demandez-lui :

– sur cette carte, y a t-il votre nombre ? (s'il répond oui comptez 1, s'il répond non comptez 0.)

Faites passer la carte « 1 » derrière (pour le spectateur) le paquet. Le spectateur a maintenant devant les yeux la carte « 2 ». Demandez-lui :

– sur cette carte, y a t-il votre nombre ? (s'il répond non comptez 0, s'il répond oui comptez 1×2, et ajoutez ce nombre au nombre précédent obtenu avec la première carte)

Continuez ainsi pour les cartes « 4 », « 8 », « 16 », « 32 », en ajoutant soit 0 quand on répond non, soit une fois la puissance de deux correspondant à la carte, et faites votre total : c'est le nombre choisi. Vous pouvez l'annoncer fièrement à votre spectateur.

En fait, dans ce tour, vous demandez sans qu'il le sache à votre spectateur l'écriture de son nombre en base deux :

– pour la première carte, il vous dit s'il y a 1 ou 0 à droite dans cette écriture ;
– pour la deuxième carte, il vous dit s'il y a 1 ou 0 dans l'écriture de la colonne 2^1 ;
– pour la troisième carte, il vous dit s'il y a 1 ou 0 dans l'écriture de la colonne 2^2 ;
– etc.
– Le spectateur vous livre son nombre sans s'en rendre compte. Génial, non ?

Avec un jeu de 32 cartes

Une carte est choisie visuellement par un spectateur. Vous distribuez alternativement en deux tas faces visibles, puis vous allez systématiquement mettre le paquet de gauche par-dessus, et le paquet de droite par-dessous quand vous ramassez. Dites qu'ainsi il n'y aura jamais de manipulation suspecte…

À chaque reconstitution de paquet, demandez au spectateur si la carte était dans la moitié mise au-dessus ou en dessous. À la fin de la cinquième manipulation tendez le paquet à votre victime et annoncez-lui que sa carte est à telle place sur les 32 dans le paquet…

Comptez ainsi :

– Première opération, retenez 0 si la carte est dans la moitié du haut, 1 si elle est en bas ;
– Deuxième opération, retenez 0 si la carte est en haut, 2 si elle est en bas ;
– Troisième opération, retenez 0 si la carte est en haut, 4 si elle est en bas ;
– Quatrième opération, retenez 0 si la carte est en haut, 8 si elle est en bas ;
– Cinquième opération, retenez 0 si la carte est en haut, 16 si elle est en bas ;
– Additionnez vos cinq nombres, ajoutez 1 : c'est la place de la carte à partir du haut faces cachées.

Exemple : si vous avez mis la moitié contenant la carte successivement au-dessus, en dessous, en dessous, au-dessus, en dessous, comptez : $0 + 2 + 4 + 0 + 16 + 1 = 23$, la carte est la vingt-troisième.

Vous comprenez pourquoi la cinquième manipulation vous fait ajouter ou non 16 selon que la carte est dans la moitié du haut ou celle du bas. Peut-être voyez-vous moins bien pourquoi le choix précédent (le quatrième) conduit à un décalage de seulement 8 ? Manipulez, suivez le mouvement, vous finirez par trouver cela logique.

Et ce fameux « 1 » qu'on ajoute, d'où vient-il ?

Votre calcul d'addition de certaines puissances de 2 conduit au nombre de cartes qui se trouvent au dessus de la carte choisie. Vous ne pourriez pas trouver 0 comme position dans le cas de la carte placée sur le dessus, c'est la première. En additionnant $1 + 2 + 4 + 8 + 16$ vous devriez trouver la dernière carte or cela ne fait pas 32 mais 31 : il y a toujours ce décalage de 1 à corriger.

Ce tour cache davantage que celui des six cartes le principe de numération en base deux, mais on peut considérer que c'est le même !

b) Espace vectoriel de carrés magiques

Après un cours sur les espaces vectoriels, un exemple peut être celui des carrés magiques. À la question « à quoi ça sert ? », on peut répondre « à s'amuser ! » et proposer le divertissement suivant…

Vous savez dessiner un carré magique 4×4 de somme 34, utilisant les entiers de 1 à 16, par exemple celui-ci :

3	5	10	16
12	14	1	7
13	11	8	2
6	4	15	9

Savez-vous comment fabriquer à partir du précédent un autre carré magique dont la somme sera un nombre donné supérieur à 34 ? Par exemple 82, puis 84.

Observez le carré…

DT	1K	VC	RP
RC	VP	1T	DK
1P	DC	RK	VT
VK	RT	DP	1C

Chaque ligne contient un as, un valet, une dame, un roi. De même pour chaque colonne, et de même pour chaque diagonale. Chaque ligne contient un trèfle, un carreau, un cœur, un pique. De même pour chaque colonne ou chaque diagonale. C'est déjà, d'une certaine façon, magique, non ?

On peut établir une bijection entre les valeurs du premier carré et les noms des cartes du deuxième.

Le spectateur à l'épreuve

Le magicien trace un carré 4 × 4 sur une feuille de papier, les 16 cases ayant la taille adaptée pour recevoir 16 cartes. Il propose au spectateur le paquet des 4 as, 4 valets, 4 dames, 4 rois. Le magicien met au défi le spectateur de remplir les cases de façon que chaque ligne, chaque colonne chaque diagonale ne contienne qu'un pique, qu'un cœur, qu'un carreau, qu'un trèfle, qu'un as, qu'un valet, qu'une dame, qu'un roi.

Vraisemblablement, le spectateur n'y arrivera pas dans un délai raisonnable. Le magicien propose alors que le spectateur place les 4 premières cartes suivantes 1T, VK, DC, RP soit sur une ligne, soit sur une diagonale, soit sur une colonne, soit aux 4 coins du carré, soit sur le bloc central de 4 cartes. Le magicien complète alors le carré pour qu'il satisfasse aux conditions indiquées. Comment fait-il ?

– On peut faire étudier les cas où sont placées au début 4 cartes :

- au centre ;
- aux quatre coins ;
- dans une ligne ou une colonne de bordure du carré ;
- dans une ligne ou une colonne de l'intérieur ;
- en diagonale ;

– et mettre au point une stratégie dans chaque cas…

Passons à **la deuxième partie du tour de magie…**

Demandez au spectateur de vous dire un nombre compris entre 34 et 100.

Retournez-vous de façon que vous ne puissiez voir le carré de 16 cartes.

Demandez au spectateur de bien vouloir écrire un nombre sous chaque carte, sur le papier. A-t-il un stylo ? Pendant qu'il en cherche un, comptez mentalement 34 de moins que le nombre indiqué, divisez le résultat par 4, retenez le quotient q et le reste r.

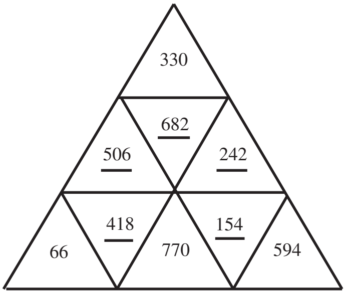
Dites que pour les nombres à écrire vous :

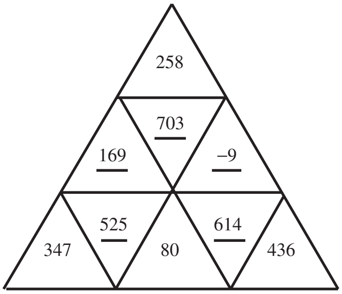
– commencez par les as : $1 + q$ sous AT, $5 + q$ sous AK, $9 + q$ sous AC, $13 + q + r$ sous AP ;
– poursuivez avec les trèfles : $2 + q$ sous le VT, $3 + q$ sous la DT, $4 + q$ sous le RT ;
– passez aux carreaux : $6 + q$ sous le VK, $7 + q$ sous la DK, $8 + q$ sous le RK ;
– Puis les cœurs : $10 + q$ sous le VC, $11 + q$ sous la DC, $12 + q$ sous le RC ;
– finissez avec les piques : $14 + q + r$ sous le VP, $15 + q + r$ sous la DP, et $16 + q + r$ sous le RP.

Demandez à votre spectateur d’être encore actif en additionnant les quatre nombres de chaque ligne, de chaque colonne, de chaque diagonale : il trouvera à chaque fois le nombre qu’il avait choisi. **Vous avez fabriqué à partir des cartes un carré magique dont la somme est le nombre qu’il vous avait indiqué.**

c) Triangles magiques

Quand j’ai rencontré Charles Barbier, le maître-magicien, au Salon des jeux et de la culture mathématiques à Paris, celui-ci avait 90 ans et une forme olympique. Nous avons sympathisé et quand il a su que ma mère allait avoir 89 ans en juin 2002, il a composé pour elle des triangles magiques comme ceux-ci :





Dans celui de gauche, les nombres se succèdent de 88 en 88, de 66 à 770, et le total de cinq nombres en bordure de n’importe lequel des trois côtés du grand triangle est 2002 :

$$\begin{aligned} 2\,002 &= 66 + 418 + 506 + 682 + 330 \\ &= 66 + 418 + 770 + 154 + 594 = 330 + 682 + 242 + 154 + 594. \end{aligned}$$

De plus les cinq nombres soulignés, en couronne autour du petit triangle au milieu de la base, ont aussi la même somme magique :

$$418 + 506 + 682 + 242 + 154 = 2\,002.$$

Dans celui de droite, les nombres se succèdent de 89 en 89, de –9 à 703, et le total de cinq nombres en bordure de n’importe lequel des trois côtés du grand triangle est 2002 :

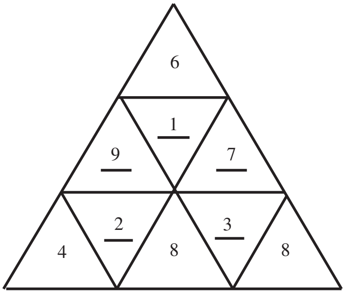
$$\begin{aligned} 2\,002 &= 347 + 525 + 169 + 703 + 258 \\ &= 347 + 525 + 80 + 614 + 436 = 436 + 614 + (-9) + 703 + 258. \end{aligned}$$

De plus les cinq nombres soulignés, en couronne autour du petit triangle au milieu de la base, ont aussi la même somme magique :

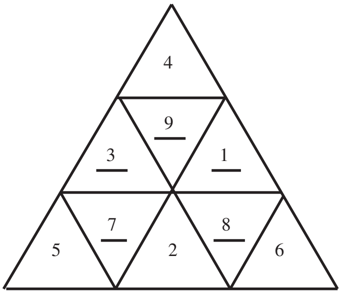
$$525 + 169 + 703 + (-9) + 614 = 2\,002.$$

Au travail maintenant : prenons les nombres de 1 à 9 à répartir dans les neuf cases de triangles magiques.

1°) Quelles sommes magiques peut-on obtenir, en respectant la règle des trois totaux identiques de cinq nombres, ainsi que la règle du même total en couronne ?
Voici deux triangles possibles, l'un de somme 22, l'autre de somme 28.
Peut-on obtenir une somme magique inférieure à 22 ? Peut-on obtenir une somme magique supérieure à 28 ? Quelles sont les valeurs qu'on peut obtenir entre 22 et 28 ?



Somme 22



Somme 28

2°) À partir des triangles réalisés avec les nombres de 1 à 9, comment fêter 90 ans en 2003, c'est-à-dire comment construire un triangle magique de somme 2003 pour des nombres allant de 90 en 90.
Même question ensuite pour 91 ans en 2004, 92 ans en 2005, 93 ans en 2006.

d) Illusionnisme et calcul mental

La roue magique de 7

Quand on divise 1 par 7 on obtient un quotient « qui ne tombe pas juste », mais où les chiffres après la virgule se répètent périodiquement : 142 857 142 857, etc.

Ce bloc de chiffres 142 857 a une particularité intéressante…

Effectuons les multiplications par 2, 3, 4, 5 ou 6 du nombre 142 857…

$$142\,857 \times 2 = 285\,714 \text{ ; } 142\,857 \times 3 = 428\,571 \text{ ; } 142\,857 \times 4 = 571\,428 \text{ ;}$$

$$142\,857 \times 5 = 714\,285 \text{ ; } 142\,857 \times 6 = 857\,142.$$

Dans tous ces résultats les chiffres 1, 4, 2, 8, 5, 7 sont les mêmes et se succèdent dans le même ordre, en boucle, il suffit seulement de savoir où commencer sur la boucle. Nous pouvons imaginer un paquet de six cartes, du haut en bas 1, 4, 2, 8, 5, 7, que nous coupons selon nos besoins.

Si on multiplie par 2, le chiffre des unités doit être celui de $7 \times 2 = 14$ donc 4, aussi coupe t-on le paquet de cartes après le 4 : on fait passer le bloc 2 857 devant le bloc 14 et on obtient 285 714. Pour la multiplication de 142 857 par 4 le résultat finira par 8, on coupe au 8, le bloc 57 vient devant le bloc 1 428, et le résultat est 571 428. etc. Quand on calcule $142\,857 \times 7$ on trouve 999 999.

Continuons.

$$142\,857 \times 8 = 1\,142\,856\ ;\ 142\,857 \times 9 = 1\,285\,713\ ;\ 142\,857 \times 11 = 1\,571\,427\ ;$$

$$142\,857 \times 12 = 1\,714\,284\ ;\ 142\,857 \times 13 = 1\,857\,141\ ;\ 142\,857 \times 14 = 1\,999\,998.$$

Pour les résultats de multiplication par un nombre de 8 à 13, le chiffre de gauche est toujours 1 (c'est le nombre de fois que 7 est contenu). Pour les chiffres suivants vers la droite, on peut d'abord imaginer le résultat de la multiplication par 1 au lieu de 8, par 2 au lieu de 9, etc. jusqu'à 6 au lieu de 13. Et ensuite enlever 1 du dernier chiffre à droite (chiffre des unités qui peut aussi se deviner facilement). Exemple : dans la multiplication par 8, on place 142 857 à la droite de 1, mais on enlève 1 du dernier 7, ce qui donne 6 (chiffre des unités de $8 \times 7 = 56$) et finalement le résultat est 1 142 856.

Continuons :

$$142\,857 \times 15 = 2\,142\,855 ; 142\,857 \times 16 = 2\,285\,712 ; 142\,857 \times 17 = 2\,428\,569, \text{etc.}$$

Pour les résultats de multiplication par un nombre de 15 à 20, le chiffre de gauche est toujours 2 (le nombre de fois que 7 est contenu). Pour les chiffres suivants vers la droite, on peut d'abord imaginer le résultat de la multiplication par 1 au lieu de 15, par 2 au lieu de 16, etc. jusqu'à 6 au lieu de 20. Et ensuite enlever 2 du dernier chiffre à droite (chiffre des unités qui peut aussi se deviner facilement). Exemple : dans la multiplication par 15, on place 142 857 à la droite de 2, mais on enlève 2 du dernier 7 ce qui donne 5 (chiffre des unités de $5 \times 7 = 35$) et finalement le résultat est 2 142 855.

Et ainsi de suite… Connaissant ce qui précède, on peut imaginer la suite pour des multiplications par des nombres plus grands, et présenter aussi un tour de magie…

Le magicien peut proposer de montrer ses dons de calculateur prodige en demandant à un spectateur par quel nombre inférieur à 70 il veut multiplier le (grand) nombre 142 857.

En résumé sur un premier exemple : $142\,857 \times 59$ (multiplicateur non multiple de 7),

59 est entre 7×8 et 7×9, le chiffre de gauche est 8 ;

$59 = 7 \times 8 + 3$, on s'intéresse à la multiplication par 3 qui donnerait 428 571.

On enlève 8 à droite, ce qui remplace 71 par 63. Résultat : $142\,857 \times 59 = 8\,428\,563$.

En résumé sur un deuxième exemple : $142\,857 \times 63$ (multiplicateur multiple de 7).

$63 = 7 \times 9$, le chiffre de gauche est $9 - 1 = 8$.

Le chiffre des unités sera celui de 7×3 donc 1. Le résultat est 8 999 991.

Ce qu'on vient de voir pour le nombre 7 peut aussi se faire pour certains nombres « *p* » dont l'inverse « 1/*p* » donne une période de longueur (*p* – 1), chiffres ayant le bon goût de se mettre en roue magique dans les multiplications. Pour *p* = 19, voici un numéro de cabaret qui peut en résulter…

La roue magique de 19

L'artiste se présente comme calculateur prodige : il va effectuer de tête la multiplication d'un nombre gigantesque par un nombre qu'un spectateur sera appelé *à choisir, entre 2 et 200. L'illusionniste propose comme nombre de départ* ***526 315 789 473 684 210****, succession de chiffres écrite rapidement, comme au hasard ; d'ailleurs si un spectateur compte qu'il y a dix-huit chiffres, celui-ci ne peut qu'approuver l'ampleur de la tâche ! Bien entendu l'artiste écrit à l'instant le résultat, nous verrons quelle est sa tactique ensuite… Le problème serait plutôt de faire vérifier l'exactitude de ce résultat par un spectateur courageux, capable de faire l'opération à la main dans un délai raisonnable et sans erreur ! Le tour risque d'être un peu long, fastidieux, et de ne pas être toujours concluant. L'utilisation d'une calculatrice de nos jours n'est pas évidente non plus, à cause du grand nombre de chiffres, et ce genre de numéro nécessite un public particulièrement bien choisi.*

Le truc du « calculateur prodige » ?

D'où vient le nombre magique ***526 315 789 473 684 210*** *? Si on l'oublie comment peut-on le retrouver ?*

Si vous effectuez la division de 1 par 19 vous obtiendrez un développement décimal illimité périodique, le bloc de dix-huit chiffres se répétant étant justement 526 315 789 473 684 210.

Envisageons d'abord la succession des chiffres du nombre magique comme un paquet de cartes avec un 5 en haut et le 0 en bas. Ce paquet, on peut le couper. La coupe au 9 vers le centre donnerait le nombre suivant : 473 684 210 526 315 789. Si je vous parle d'une coupe au 8, il va falloir préciser quel 8, car il y en a deux : le chiffre à la gauche du 8 est dans un cas un 7, dans l'autre cas un 6. Si je coupe au 8 qui a un 6 à sa gauche, je dirai que je fais une ***coupe inférieure****, si je coupe au 8 qui a un 7 à sa gauche, je dirai que je fais une* ***coupe supérieure****, en me basant sur le fait que 6 est inférieur à 7 et que 7 est supérieur à 6. La coupe au 8 inférieure donne :*

421 052 631 578 947 368.

La coupe au 8 supérieure donne

947 368 421 052 631 578.

En vous basant sur les astuces vues pour la roue magique de 7, et selon le nombre ***n entre 2 et 200*** *choisi par le spectateur, saurez-vous trouver les recettes à appliquer pour obtenir le résultat du produit 526 315 789 473 684 210 × n ?*

Nous vous conseillons de chercher d'abord les résultats des produits du nombre magique par :

- *19 et ses multiples inférieurs à 200 ;*
- *les nombres de 2 à 18 ;*
- *les multiples de 10 inférieurs à 200 ;*
- *les nombres de 21 à 29 ;*
- *les nombres de 31 à 37 ;*
- *les nombres compris entre deux multiples de 19 inférieurs à 200.*

Un polycopié de 10 pages a été distribué aux participants, ainsi que sept pages de solutions (que nous n'avons pas la place de reproduire ici).

Si vous voulez échanger sur le sujet avec moi, ce sera avec plaisir : dominique.souder@wanadoo.fr