

Mathématiques en dynamique des populations

Christelle Magal(*)

Les mathématiques sont de plus en plus présentes dans diverses disciplines et notamment en biologie. La modélisation en biologie a commencé à être utilisée en dynamique de populations afin de modéliser non seulement la croissance des populations mais aussi les différentes interactions qui peuvent exister entre elles. C'est ce que nous aborderons dans la première partie de cette étude. Puis nous verrons un problème particulier d'actualité en France : l'invasion de la mineuse du marronnier.

I. Modélisation en dynamique des populations

A. Modèles de croissance : Malthus, Verhulst, Allee, population structurée en âge

Les premiers modèles de croissance de populations datent de la fin du 18^e siècle avec le modèle de Malthus. Malthus était un économiste qui disait que si elle n'est pas freinée, une population s'accroît géométriquement. Ceci se traduit par une équation discrète de la forme : $P_{n+1} = \lambda P_n$, avec P_{n+1} la taille de la population au temps $n + 1$ et λ le paramètre malthusien appelé aussi raison géométrique. Suivant les valeurs de λ par rapport à 1, la population va soit diminuer ($\lambda < 1$), soit rester constante ($\lambda = 1$), soit augmenter de manière exponentielle ($\lambda > 1$). Ce modèle peut s'écrire aussi en temps continu. Dans ce cas, l'équation régissant la population est de la forme : $P'(t) = rP(t)$, où $P(t)$ est la taille de la population et r son taux de croissance. La solution de cette équation est $P(t) = P_0 e^{rt}$. Dans ce cas continu, c'est la position de r par rapport à 0 qui donne le sens de variation de $P(t)$. Si $r < 0$, la taille de la population diminue, si $r = 0$, la population reste constante et, si $r > 0$, la population augmente de manière exponentielle.

Le fait que la population augmente de manière exponentielle n'est pas biologiquement satisfaisant, car même si une population arrive dans un environnement contenant toutes les ressources nécessaires, ce qui est le cas pour les espèces invasives, une population ne peut pas augmenter exponentiellement jusqu'à l'infini. Des phénomènes d'autorégulation vont donc se mettre en place.

Ces phénomènes sont pris en compte dans le modèle de Verhulst (1838), appelé aussi modèle à croissance logistique. Ce modèle, en temps continu, se présente sous

(*) christelle.magal@univ-tours.fr, Université François Rabelais, 37200 TOURS.

la forme d'une équation différentielle : $P' = rP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$, avec r le taux de croissance de la population et K la capacité d'accueil du milieu, c'est-à-dire le nombre d'individus maximal que le milieu peut accueillir en tenant compte de l'espace, des ressources, etc. Une population à croissance logistique tend toujours vers K , la capacité d'accueil, quel que soit la densité de population d'origine ($P_0 > 0$).

En temps discret le modèle de Verhulst s'écrit : $P_{n+1} = P_n + r_D P_n \left(1 - \frac{P_n}{K}\right)$, avec r_D le taux de croissance et K la capacité d'accueil du milieu. Le comportement asymptotique de la population dépend de la valeur de r_D (Fig. 1). En effet si $r_D < 2$, la population tend vers K . Si $2 < r_D < 2,449$, la population suit un cycle à deux points. Si $2,449 < r_D < 2,57$, la population suit encore un cycle mais plus complexe. Si enfin $r_D > 2,57$, la population n'est plus cyclique mais chaotique.

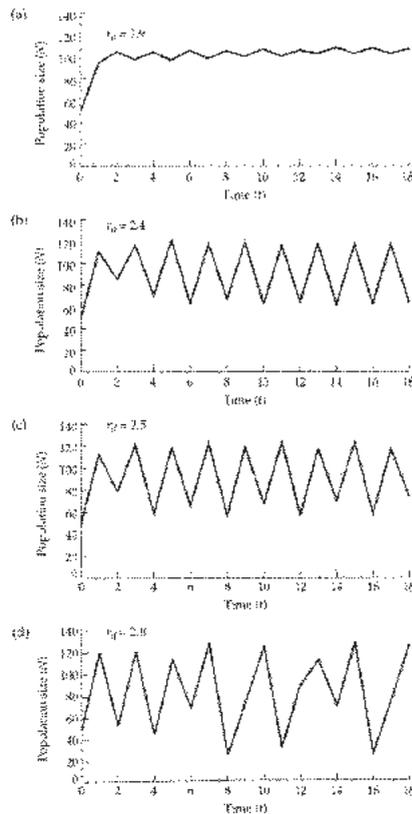


Fig 1. Les différents comportements du modèle de Verhulst en temps discret.

Le modèle de Verhulst a pour inconvénient de ne pas prendre en compte le fait que lorsque les individus d'une espèce sont en trop petit nombre, il arrive que les partenaires sexuels ne se trouvent pas et alors la population disparaît. Ceci est par contre inclus dans les modèles avec effet de Allee (1885-1955), un écologiste.

Ces modèles sont de la forme : $P' = a_1 P + a_2 P^2 + a_3 P^3$. Dans ce cas, la population tend vers K dès qu'elle dépasse un certain seuil, sinon elle disparaît.

Les différents modèles cités ci-dessus sont appliqués à des populations non structurées en âge. Or en dynamique de populations, la plupart des paramètres dépendent de l'âge de l'individu (taux de reproduction, taux de mortalité, etc.). Il est alors nécessaire de construire des modèles de populations structurées en âge. Ceux-ci peuvent se présenter sous forme matricielle à l'aide de la matrice de Leslie (L) contenant les différents paramètres âge dépendant du modèle : $P(t+1) = L \cdot P(t)$. $P(t)$ est alors un vecteur représentant la densité de population dans chacune des classes d'âges de la population.

B. Interactions : compétition et prédation

Les populations ne vivent pas isolées et sont donc en perpétuelles interactions entre elles. Parmi ces interactions certaines sont bénéfiques pour les deux espèces – c'est le cas du mutualisme – ou négatives comme dans le cas de la compétition. Il y a aussi des interactions qui sont positives pour une espèce et négatives pour l'autre, c'est le cas de la prédation. La plupart des modèles d'interactions que l'on utilise actuellement sont basés sur les modèles de Lotka et Volterra. Alfred Lotka (1880-1949), était un chimiste, démographe, écologiste et mathématicien. Vito Volterra (1860-1940) était un mathématicien.

Le système proie-prédateur a été imaginé par Volterra en 1925 pour modéliser l'évolution des sardines et des requins dans la mer Adriatique. Un modèle similaire a été développé par Lotka, un scientifique américain à la même époque. Ce modèle se présente sous la forme de deux équations différentielles :

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = rV - \alpha VP, \\ \frac{dP}{dt} = \beta VP - qP, \end{cases}$$

avec V : densité de proies,

P : densité de prédateurs,

r : taux de croissance des proies,

α : taux de rencontres des prédateurs avec les proies,

β : efficacité de la conversion des proies en nouveaux prédateurs,

q : taux de mortalité des prédateurs.

L'analyse mathématique de ce système permet d'obtenir les états d'équilibre du modèle et leur stabilité. Ceci permet de prédire, en fonction des paramètres, le

comportement des deux populations. L'issue de l'interaction est un cycle de proies et de prédateurs avec donc coexistence des deux protagonistes.

Le modèle de compétition a été écrit dans les années 20 pour modéliser la relation entre les lièvres et les lynx. Le modèle général de compétition entre deux espèces est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left(\frac{K_1 - N_1 - \alpha N_2}{K_1} \right), \\ \frac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \left(\frac{K_2 - N_2 - \beta N_1}{K_2} \right), \end{cases}$$

avec N_i : densité de l'espèce i ,

r_i : taux de croissance de l'espèce i ,

K_i : capacité d'accueil du milieu pour l'espèce i ,

α : effet de l'espèce 2 sur la croissance de l'espèce 1,

β : effet de l'espèce 1 sur la croissance de l'espèce 2.

L'issue de cette interaction dépend de la position de K_1/K_2 par rapport à α et $1/\beta$:

Si $\alpha < K_1/K_2 > 1/\beta$, l'espèce 1 gagne et l'espèce 2 disparaît.

Si $\alpha > K_1/K_2 < 1/\beta$, l'espèce 2 gagne et l'espèce 1 disparaît.

Si $\alpha > K_1/K_2 > 1/\beta$, l'issue dépendra de la condition initiale.

Si $\alpha < K_1/K_2 < 1/\beta$, il y a coexistence des deux espèces.

C. Épidémiologie

Une partie importante aussi de la modélisation en dynamique de populations concerne la modélisation des populations en présence d'une épidémie. La plupart des modèles épidémiologiques sont représentés sous une forme compartimentale (Fig. 2), chaque compartiment représentant un stade épidémiologique de la population (sensibles, infectés, infectieux, retirés).

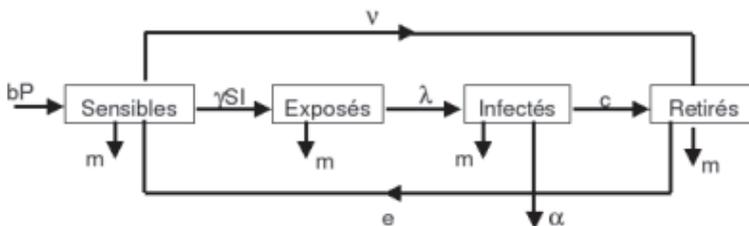


Fig. 2 : Représentation compartimentale d'un modèle épidémiologique

La balance des individus qui sortent et qui rentrent dans les différents compartiments permet d'écrire le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = bP - \gamma SI - \nu S + \varepsilon R - mS, \\ \frac{dE}{dt} = -\gamma SI - \lambda E - mE, \\ \frac{dI}{dt} = -\lambda E - cI - mI - \alpha I, \\ \frac{dR}{dt} = \nu S + cI - \varepsilon R - mR. \end{cases}$$

Ces systèmes sont analysés de manière analytique ou numérique afin de déterminer sous quelles conditions l'épidémie s'installe ou non dans la population.

La propagation des épidémies peut aussi être étudiée dans l'espace. Elle est alors modélisée par un système d'équations aux dérivées partielles en temps et en espace. Les systèmes d'équation aux dérivées partielles sont souvent complexes et difficiles à étudier. Pour les résoudre, les biomathématiciens peuvent se placer dans des cas particuliers en cherchant par exemple des solutions uniformes ou stationnaires ou encore des solutions à profil constant (travelling waves).

II. Étude d'un cas : invasion biologique

Le modèle qui nous intéresse est la propagation de la mineuse du marronnier, *Cameraria ohridella*, qui s'attaque aux feuilles des marronniers. Cette mineuse a été aperçue pour la première fois en Macédoine en 1985, elle s'est ensuite propagée vers l'ouest et a atteint la France en 1998. Les dégâts qu'elle provoque sont surtout esthétiques : en effet les feuilles des marronniers jaunissent et tombent prématurément dès le mois de juin. Cette mineuse est elle-même attaquée par des parasitoïdes. La question qui nous préoccupe est : « pourquoi les parasitoïdes n'arrivent pas à contrôler les mineuses ? ».

Pour répondre à cette question, deux approches ont été utilisées. D'une part un modèle discret contenant toutes les données biologiques du terrain a été formulé. D'autre part un modèle continu, plus simple, mais donnant des dynamiques assez complexes d'un point de vue mathématique a été établi. Dans ces deux approches, nous différencions les mineuses du marronnier, dites focales, et les mineuses alternatives sur lesquelles survivent les hôtes en l'absence de la mineuse focale. Nous ne comptabiliserons que les mineuses focales que nous appellerons simplement « mineuses ».

A. Modèle discret

Le modèle utilisé ici est un modèle discret en temps et en espace, il a été réalisé avec le logiciel MATLAB. Le pas de temps correspond à une génération de mineuses et de parasitoïdes. Comme il y a trois générations par an, il y a donc trois pas de temps par année. L'espace est divisé en 750 patches d'une dimension de 80 km sur 60 km.

Le but de ce modèle est de simuler l'invasion de la mineuse en calculant, à chaque pas de temps, la densité de mineuses et de parasitoïdes de chaque patch ainsi que d'autres variables telles que la vitesse de propagation et le taux de parasitisme.

Les différentes hypothèses prises en compte dans la modélisation sont décrites ci-dessous :

- La capacité biotique des patchs (nombre maximal d'individus que peut accueillir le milieu) pour les mineuses est dépendante du nombre de marronniers présents dans chaque patch. Malheureusement, il n'existe pas de recensement de marronniers. Il a donc fallu trouver un moyen d'estimer cette densité. Nous l'avons estimée en fonction des densités de populations humaines.
- Les mineuses et les parasitoïdes possèdent des capacités de dispersion identiques, d'une part de proche en proche, ce qui donne une dispersion à courte distance, et d'autre part via les axes de transports routiers et ferroviaires, ce qui leur permet une dispersion à longue distance.
- La croissance des mineuses est de type logistique.
- Les parasitoïdes sont déjà à l'équilibre au début des simulations sur les mineuses alternatives, leur taux croissance est donc constant et égal à 1.

Pour pouvoir ajuster le modèle, il nous a fallu des données de terrain. Ces données ont été fournies par S. Augustin, chercheuse à l'INRA d'Orléans. Elles se présentent sous la forme de quatre cartes de France représentant les densités de mineuses de 2000 à 2003. Elles ont été utilisées de la manière suivante : 2000 pour l'état initial du modèle, 2001 et 2002 pour l'ajustement du modèle aux données de terrain et 2003 pour la validation du modèle.

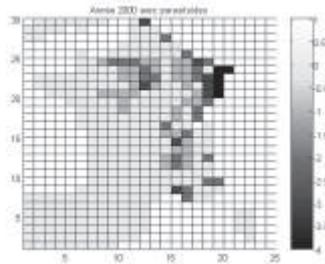
L'objectif de l'ajustement est de trouver la série de variables qui va permettre de s'approcher le plus près possible des données de terrain pour les années 2001 et 2002. L'ajustement se fait en deux étapes tout d'abord de manière empirique, puis en utilisant une méthode d'optimisation (méthode des moindres carrés). Au final nous avons obtenu la série de variables qui donnait le moins de différence par rapport au terrain.

Pour la validation, il n'existe pas, vu la complexité de notre modèle, de méthode statistique qui nous permet de dire de façon exacte si notre modèle est valide ou non. Nous avons calculé les résidus entre les résultats du modèle et les données de terrain. La carte des résidus est créée avec les valeurs absolues de la différence entre les résultats du modèle et les données de terrain pour l'année 2003. Si on compare ces résidus aux données de terrain, on remarque que, quand la mineuse est présente sur le terrain, elle l'est dans notre modèle. On peut donc dire que les principales différences se produisent au niveau du front de propagation comme dans le sud-est de la France et en Bretagne. En Bourgogne on observe une forte différence qui est due à l'absence de mineuses sur le terrain.

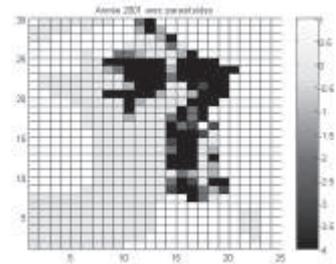
D'un point de vue qualitatif, si on ne regarde que les différences de présence des mineuses, on peut s'apercevoir que la plupart de nos erreurs sont des erreurs de densité de mineuses.

Nous pouvons donc dire que notre modèle prédit assez bien la propagation des mineuses (Fig. 3) même s'il persiste quelques approximations en ce qui concerne l'estimation des populations sur le front de propagation. Mais le front de propagation étant par définition une zone à faible densité, il y a peut-être des erreurs

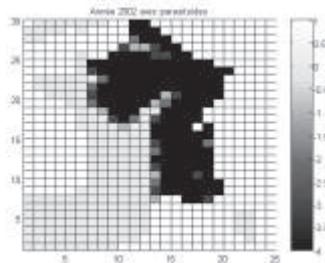
d'échantillonnage liées aux faibles densités. En effet, le « terrain » n'est pas une image exacte de la réalité.



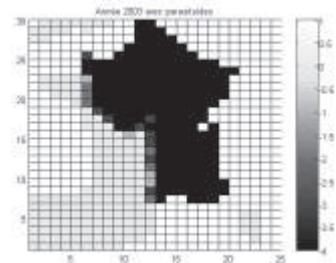
(a) : État initial (2000)



(b) : densité de mineuses en 2001



(c) : densité de mineuses en 2002



(d) : densité de mineuses en 2003

Fig. 3 : Simulations numériques de la densité de mineuses de 2000 à 2003

Grâce à ce modèle, il est donc maintenant possible de faire quelques prédictions. Par exemple, la France devrait être complètement envahie vers 2008.

Pour l'instant, les parasitoïdes n'influencent que très peu la dynamique de la mineuse. Cela s'explique par le faible taux de parasitisme ($< 10\%$). On a pu cependant observer que si on augmente ce taux de parasitisme à environ 25% , on observe des extinctions à l'arrière du front. Il reste donc maintenant à chercher les moyens d'augmenter ce taux de parasitisme.

B. Modèle continu

Les mineuses suivent toujours une croissance logistique. Elles se dispersent de manière homogène à travers le domaine. Les parasitoïdes sont déjà présents dans tout le domaine car, étant généralistes, ils peuvent survivre sur d'autres espèces de mineuses (mineuses alternatives). C'est pourquoi on considère que les parasitoïdes suivent aussi une croissance logistique en l'absence des mineuses focales. Comme les mineuses, les parasitoïdes se dispersent de manière homogène à travers le domaine. La prédation est modélisée par une réponse fonctionnelle de type Holling II.

Notre but est d'analyser ce système proie-prédateur, et de trouver des conditions sous lesquelles les mineuses pourront être éradiquées par les parasitoïdes. Pour cela on commence par étudier le système sans espace. Dans un deuxième temps, on étudie la propagation dans l'espace à l'aide de simulations numériques. On regarde l'impact de l'espace sur la dynamique du système.

Système sans espace : système d'équations différentielles ordinaires

En tenant compte des hypothèses biologiques décrites ci-dessus, on construit le modèle suivant :

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = u \left(r_1 f(u) - \frac{v}{u} p(u) \right), \\ \frac{dv}{dt} = v (\gamma p(u) + r_2 g(u)), \end{cases}$$

$$\text{avec } f(u) = 1 - \frac{u}{K_1}, \quad p(u) = \frac{Eu}{1 + Ehu}, \quad g(v) = 1 - \frac{v}{K_2},$$

où : $u(t)$: densité de mineuses au temps t ,

$v(t)$: densité de parasitoïdes au temps t ,

r_1 : taux de croissance des mineuses,

r_2 : taux de croissance des parasitoïdes sur les mineuses alternatives,

K_1 : capacité d'accueil des mineuses,

K_2 : capacité d'accueil des parasitoïdes en l'absence des mineuses focales,

γ : efficacité de conversion,

E : taux de rencontre mineuses - parasitoïdes,

h : temps que met un parasitoïde pour attaquer une mineuse.

$r_1, r_2, K_1, K_2, \gamma, E$ et h sont des paramètres constants.

On analyse ce système dans le plan de phase en calculant tout d'abord les isoclines, puis en étudiant l'existence et la stabilité des états d'équilibre.

Les équations des isoclines sont :

$$\text{pour les proies, } (u' = 0) \text{ et } v = \frac{r_1}{EK_1} (K_1 - u)(1 + Ehu)$$

$$\text{et pour les prédateurs, } (v' = 0) \text{ et } v = K_2 \left(1 + \frac{\gamma}{r_2} \frac{Eu}{1 + Ehu} \right).$$

L'intersection des isoclines donne les différents états d'équilibre, il y en a au plus six : $(0,0)$, $(K_1,0)$, $(0,K_2)$, (u_1,v_1) , (u_2,v_2) et (u_3,v_3) .

On montre que :

$$\text{i) Si } K_2 > \frac{r_1}{E} \text{ et si soit } \left[\frac{r_1 h}{4 K_1} \left(K_1 + \frac{1}{E h} \right)^2 \leq K_2 \left(1 + \frac{\gamma}{r_2} \frac{K_1 - \frac{1}{E h}}{K_1 + \frac{1}{E h}} \right) \text{ et } K_1 > \frac{1}{E h} \right],$$

soit $\left[K_1 < \frac{1}{E h} \right]$, il n'y a pas d'équilibre non-trivial et l'équilibre semi-trivial $(0, K_2)$

est stable.

Dans ce cas les proies disparaissent toujours à cause du contrôle des parasitoïdes. Cette condition reflète le fait que, si la densité de parasitoïdes est assez importante et par contre si la densité de mineuses est faible, alors il n'y a pas persistance des mineuses.

$$\text{ii) Si } K_2 > \frac{r_1}{E} \text{ et } \frac{r_1 h}{4 K_1} \left(K_1 + \frac{1}{E h} \right)^2 > K_2 \left(1 + \frac{\gamma}{r_2} \frac{K_1 - \frac{1}{E h}}{K_1 + \frac{1}{E h}} \right) \text{ et } \left[K_1 > \frac{1}{E h} \right], \text{ il y a}$$

deux états d'équilibre non triviaux : un point selle et un nœud stable. Les équilibres $(0, K_2)$ et (u_2, v_2) sont tous les deux localement stables et l'issue de l'interaction dépendra des conditions initiales.

Dans ce cas les mineuses peuvent survivre, cela dépend des conditions initiales. Si la densité de mineuses initiale est assez importante, elles peuvent s'établir, sinon elles disparaissent. Les parasitoïdes induisent un effet de Allee.

$$\text{Remarque : si } K_2 > \frac{r_1}{E} \text{ et } \frac{r_1 h}{4 K_1} \left(K_1 + \frac{1}{E h} \right)^2 = K_2 \left(1 + \frac{\gamma}{r_2} \frac{K_1 - \frac{1}{E h}}{K_1 + \frac{1}{E h}} \right) \text{ et } \left[K_1 > \frac{1}{E h} \right],$$

il y a un état d'équilibre non trivial qui est un nœud selle. Dans ce cas, $(0, K_2)$ est stable. Ce cas est un cas particulier du précédent dans lequel le point selle et le nœud stable se rejoignent pour donner un nœud selle. Dans ce cas, les mineuses disparaissent. Mais à cause des conditions très restrictives, ce cas particulier est très improbable.

$$\text{iii) Si } K_2 < \frac{r_1}{E}, \text{ on a un ou trois états d'équilibre non triviaux.}$$

Dans ce cas, il y a toujours un équilibre non trivial qui est un nœud stable, ce qui correspond à la persistance de la mineuse. Ceci peut s'expliquer par le fait que les conditions impliquent une densité de parasitoïdes faible, donc les parasitoïdes ne peuvent pas contrôler les mineuses.

Conditions de contrôle des mineuses :

Les cas qui nous intéressent sont ceux où la mineuse disparaît, c'est-à-dire ceux où l'état d'équilibre $(0, K_2)$ est stable. On peut exprimer les conditions de ce contrôle des mineuses à l'aide des paramètres biologiques :

	$K_2 < r_1/E$	$K_2 > r_1/E$	
PAS DE CONTRÔLE	$K_1 < 1/Eh$	$K_1 > 1/Eh$	$A \leq B$
	CONTRÔLE	CONTRÔLE	
	CONTRÔLE	CONTRÔLE POSSIBLE	$A > B$

$$\text{avec } A = \frac{r_1 h}{4K_1} \left(K_1 + \frac{1}{Eh} \right)^2 \text{ et } B = K_2 \left(1 + \frac{\gamma}{hr_2} \frac{K_1 - \frac{1}{Eh}}{K_1 + \frac{1}{Eh}} \right).$$

Tableau 1 : conditions de contrôle. (PAS DE CONTRÔLE : les mineuses ne sont pas éradiquées par les parasitoïdes et elles persistent, CONTRÔLE : les mineuses sont éradiquées, les parasitoïdes atteignent leur capacité d'accueil, CONTRÔLE POSSIBLE : les parasitoïdes peuvent contrôler les mineuses si la densité initiale de celles-ci est assez petite.)

Les cas qui nous intéressent sont ceux où il y a contrôle assuré, mais le cas où le contrôle est possible est aussi très intéressant. En effet, si on trouve un moyen soit de réduire la densité de mineuses soit d'augmenter le réservoir de parasitoïdes, alors les parasitoïdes pourront contrôler les mineuses.

Système avec espace : système d'équations aux dérivées partielles

Nous allons maintenant étudier la dynamique du système en prenant en compte l'espace. On considère un modèle unidimensionnel. On suppose que les parasitoïdes sont présents uniformément sur le domaine et que les mineuses arrivent par un côté du domaine. On choisit des conditions de bord de type Neumann. Le modèle d'équations aux dérivées partielles est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + r_1 u f(u) - v p(u), \\ \frac{\partial v}{\partial t} = D \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \gamma v p(u) + r_2 v g(v), \end{cases}$$

$$\text{avec } \frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, 1) = \frac{\partial v}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial v}{\partial x}(t, 1) \text{ et } u(0) = \phi \in L^1, \quad v(0) = \varphi \in L^1,$$

avec $0 \leq \phi(x) \leq C_1$ et $0 \leq \varphi(x) \leq C_2$ pour presque tout $x \in [0, 40]$,

où : $u(t, x)$: densité de mineuses au temps t au point x ,

$v(t, x)$: densité de parasitoïdes au temps t au point x ,

D : taux de diffusion des mineuses et des parasitoïdes.

La dynamique du modèle est étudiée à l'aide de simulations numériques. S'il n'y a pas de parasitoïdes, les mineuses envahissent le domaine avec une vitesse constante dépendant du taux de diffusion D . En présence des parasitoïdes, la dynamique des mineuses change. On reprend les différents cas abordés au paragraphe précédent sans

espace. Avec des taux de diffusion pas trop grands on retrouve les mêmes cas où soit la mineuse persiste (Fig. 4a), soit elle est éradiquée par le parasitoïde (Fig. 4b), soit l'issue dépend des conditions initiales.

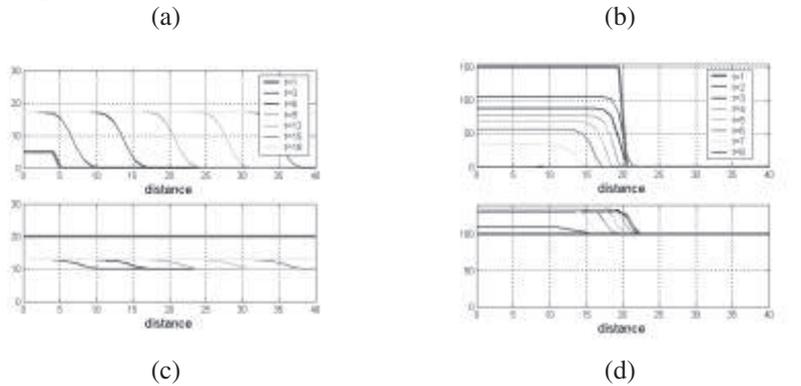
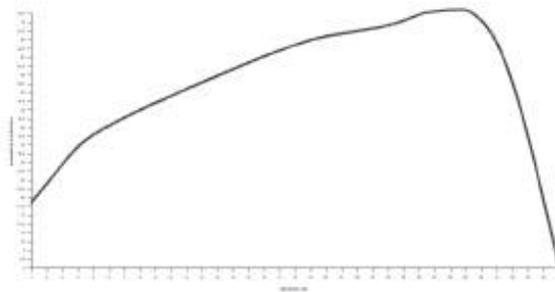


Fig. 4 : Propagation spatio-temporelle des mineuses et des parasitoïdes.

Lorsqu'on augmente le taux de dispersion, les mineuses peuvent être éradiquées plus facilement. On a donc analysé l'effet du taux de dispersion sur la vitesse d'avancée des mineuses. Quand le taux de dispersion augmente, la vitesse de propagation des mineuses augmente mais si le taux de diffusion devient trop grand les mineuses peuvent être alors éradiquées (Fig. 5). Ceci est dû au fait que la dispersion entraîne une dilution des mineuses dans l'espace et que localement, étant



en faible densité, elles sont contrôlées par les parasitoïdes.

Fig. 5 : effet du taux de dispersion sur la vitesse de propagation des mineuses.

En conclusion, un fort taux de parasitisme peut stopper et même faire reculer l'invasion. Il convient pour cela de créer des réservoirs importants de parasitoïdes, ces derniers ne parvenant pas à augmenter leur densité de manière autonome. L'équipe du Dr. S. Bacher (Université de Berne), a mis au point un système ingénieux consistant à récolter des feuilles attaquées et à les déposer au pied des arbres dans un fût muni d'un filet possédant des mailles assez grosses pour laisser les parasitoïdes s'échapper mais pas les mineuses. Ce réservoir fonctionne comme un réservoir de mineuses alternatives.

Conclusion

Ces exemples de l'utilisation des mathématiques dans la biologie ne sont que quelques-uns parmi tant d'autres. La recherche évolue vers toujours plus d'interdisciplinarité, qu'il faut voir comme un vrai gain et non une perte de profondeur au niveau scientifique disciplinaire. En effet la recherche interdisciplinaire est une recherche dans laquelle les membres d'une équipe sont de formations différentes, mais ont la responsabilité de l'intégration de chaque contribution individuelle dans un tout cohérent. Ce sont donc plusieurs savoirs mis au service du même problème.