Des exercices « belges »

Les revues « Math-Jeunes »(*) et « Math-Jeunes Junior »(*) de la S.B.P.M.ef (Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française) sont une mine d'exercices intéressants.

Commençons par quatre exercices tirés de la revue « Math-Jeunes Junior », les deux premiers pour nos CM2-Sixièmes, les deux autres pour Collèges.

1. « Où est le produit ? » (n° 106, p. 8)
Le produit de 8 765 432 par 9 876 est l'un des cinq nombres suivants. Reconnais-le sans le calculer (et sans recours à une calculatrice) :

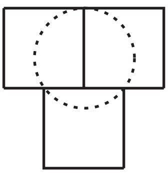
96 028 429 372
107 648 315 932
9 431 695 202
86 567 406 432
80 420 471 671

2. « Il a belle aire ! » (n° 107, p. 30)

Ce champ a la particularité de posséder 8 côtés dont les longueurs sont, dans l'ordre, 20 m, 40 m, 60 m, 80 m, 100 m, 120 m, 140 m et 160 m. De plus, deux côtés consécutifs sont toujours perpendiculaires. Quelle est, en m^2, l'aire de ce champ ? [réponse : 20 800].

3. « Restez couverts ! » (n° 108, « Math-Quiz », p. 31)

Trois plaques carrées de 2 m de côté recouvrent une ouverture circulaire comme le montre le croquis ci-contre.
Quelle est, en cm, la valeur maximale du rayon de l'ouverture ?



(*) Abonnements : cf. plaquette Visages, page 54.

4. (n° 109, « Math-Quiz », p. 31)

Un triangle équilatéral est inscrit dans un cercle, lui-même inscrit dans un autre triangle équilatéral. La longueur du côté du petit triangle étant 1, quelles est celle du côté du grand ?

La revue **« MATH-JEUNES »** cumule les beaux articles à l'intention **des lycéens** Parmi eux, ceux de Yolande Noël-Roch.
Dans le numéro 106 de Novembre 2003, j'ai ainsi relevé, sous le titre **« CURIOSITÉS ET CALCUL LITTÉRAL »**, les bijoux **ci-après seulement esquissés** (traités plus amplement, en quatre pages A4, dans « MATH-JEUNES »).

5. Fractions et équations

En proposant de généraliser $\frac{2*}{*5}=\frac{2}{5}$, $\frac{2**}{**5}=\frac{2}{5}$, …, où le bloc des * est le même au numérateur et au dénominateur, l'auteur exprime la condition pour n étoiles *par une équation du premier degré* … $\left[\text{Solution, simplifiée : } \frac{266\cdots6}{66\cdots65}\right]$.

En marge, l'auteur s'intéresse à deux problèmes analogues, l'un avec solution, l'autre sans. De quoi en suggérer d'autres encore…

6. Fractions et triangles rectangles

D'abord des exemples simples : $1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$, $2+\frac{2}{5}=\frac{12}{5}$, …, pour en arriver à la question qui généraliserait : la somme $n+\frac{n}{2n+1}$ fournit-elle une fraction dont les deux termes donnent les côtés de l'angle droit *d'un triangle rectangle d'hypoténuse entière* ? … L'auteur, en répondant, branche sur les « triplets pythagoricien ».

7. Fractions égyptiennes (fractions comme sommes de « fractions unitaires » – de numérateur 1 –)

Ainsi $\frac{5}{9}=\frac{1}{2}+\frac{1}{18}$, …

L'auteur exploite $\frac{2}{2n+1}=\frac{1}{n+1}+\cdots$, $\frac{n}{2n-1}=\frac{1}{2}+\cdots$ et, interrogeant sur une décomposition de $\frac{5}{13}$, avance une proposition de Fibonacci assurant la décomposition de toute fraction inférieure à 1, puis, pour parvenir à celle-ci, met en place l'algorithme de Fibonacci-Sylvester.

8. Une fraction toute simple !

$\frac{1}{3} = \frac{1+3}{5+7} = \frac{1+3+5}{7+9+11} = \cdots$ « Peut-on continuer ainsi ? ». Eh bien oui ! [L'auteur rappelle, en marge, la jolie sommation géométrique de $1+3+\cdots+(2n+1)$].

9. Factorielles et récurrence (en marge, rappel de la définition de $n!$)

$$1\cdot 1!+2\cdot 2! = 3!-1$$

$$1\cdot 1!+2\cdot 2!+3\cdot 3! = 4!-1$$

« Peut-on continuer ainsi ? »

Henri Bareil