Apprenti Géomètre : un nouveau logiciel(*)

Première partie : le kit standard

Nicolas Rouche
avec la collaboration de Ph. Skilbecq

Je souhaiterais que la tête commandât la main.
Le Corbusier

Au cours des années 2003 et 2004, le CREM[1] a développé un nouveau logiciel appelé Apprenti Géomètre[2]. Celui-ci, malgré son nom, est un logiciel d'aide à l'apprentissage des mathématiques en général, et pas seulement de la géométrie. Il est destiné aux élèves de l'enseignement primaire et de la première moitié du secondaire. Son principe est qu'il permet d'amener à l'écran des figures diverses et de soumettre celles-ci à quelques opérations bien choisies. Il est un outil d'exploration et d'expérimentation. Il ne propose aucune séquence d'apprentissage pré-programmée.

À l'entrée dans Apprenti Géomètre, on peut choisir d'activer l'un ou l'autre de deux champs d'expérimentation : soit le *kit standard* qui amène à l'écran des figures de formes et de dimensions invariables, soit le *kit libre* qui mobilise essentiellement des figures déformables. Le premier est destiné à un premier apprentissage, le second vise des notions plus avancées. L'utilisation technique d'AG[3], et particulièrement du kit standard, est très simple. Elle ne devrait rebuter personne, même pas les enseignants ou les élèves qui éprouvent des réticences face à l'informatique. Le kit libre est également simple à manier. En outre, le passage du kit standard au kit libre

(*) Ce texte est déjà paru, sauf les paragraphes 3.1 et 3.2, dans « Mathématiques et Pédagogie », Bulletin de la SBPM (cf. plaquette APMEP, p. 53), nº 149.

(1) Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, 5 rue Émile Vandervelde, B-1400 Nivelles, Belgique, <crem@sec.cfwb.be>.

(2) Apprenti Géomètre a été développé à la demande de Monsieur J.-M. Noilet, Ministre de l'Enfance de la Communauté française de Belgique. Le cahier des charges a été rédigé par une équipe comprenant Michel Ballieu, Marie-France Guissard, Guy Noël, Nicolas Rouche et Marie-Françoise Van Troeye. L'exécution technique a été confiée à la firme Abaque. Une brochure d'accompagnement (voir CREM [2003]) comprenant un mode d'emploi, des analyses théoriques et divers exemples d'utilisation en classe a été rédigée par Patricia. Laurent, Christine Lemaître, Guy Noël, Nicolas Rouche, Philippe Skilbecq et Marie-Françoise Van Troeye, directrice du projet. Alain Desmarets et Bernard Honclaire ont été consultants pour le projet. Apprenti Géomètre ainsi que la brochure d'accompagnement sont disponibles en téléchargement libre à l'adresse Internet <www .enseignement. be/geomet re >.

(3) Ci-après, nous abrégeons Apprenti Géomètre en AG.

ne provoque pas de dépaysement. En effet, la plupart des commandes sont les mêmes dans l'un et l'autre. De même qu'une géométrie avancée est un développement d'une géométrie élémentaire, le kit libre ne fait que développer les possibilités du kit standard.

AG a été conçu comme un champ d'expérimentation nouveau et original à la disposition des enseignants et des élèves. Il n'est pas du tout destiné à se substituer aux autres matériels d'aide à l'apprentissage des mathématiques. Il en est un complément, dont nous tentons ci-dessous de cerner l'originalité et l'utilité. Ajoutons que plusieurs des auteurs d'AG sont familiers du logiciel Cabri Géomètre, qu'ils apprécient beaucoup. Nous ne pensons pas qu'AG fasse d'aucune façon double emploi avec Cabri.

1. Le kit standard

Voyons maintenant en quoi consiste le *kit standard*. Il propose des *figures*, des *opérations* et des *mouvements*.

1.1. Des figures et des opérations

Les figures que l'on peut amener à l'écran sont groupées en trois « familles » : celle du carré, celle du triangle équilatéral et celle du pentagone régulier. Nous avons mis « familles » entre guillemets, car comme on va le voir, ce mot est pris ici dans un sens peu usuel. À titre d'exemple, détaillons la famille du carré. Ses membres sont les polygones que montre la figure 1, à savoir :

- un carré ;
- un triangle rectangle isocèle, celui dont on obtient deux exemplaires en coupant le carré en deux le long d'une diagonale ;
- un parallélogramme, celui que l'on obtient en accolant deux demi-carrés (deux triangles rectangles équilatéraux) ; un tel parallélogramme existe en deux variétés, images l'une de l'autre dans un miroir (voir figure 2) ; une seule de ces deux figures apparaît au départ à l'écran ;
- un octogone régulier avec un côté de même longueur que le carré ;
- un triangle isocèle, celui que l'on obtient en coupant l'octogone en huit triangles superposables.

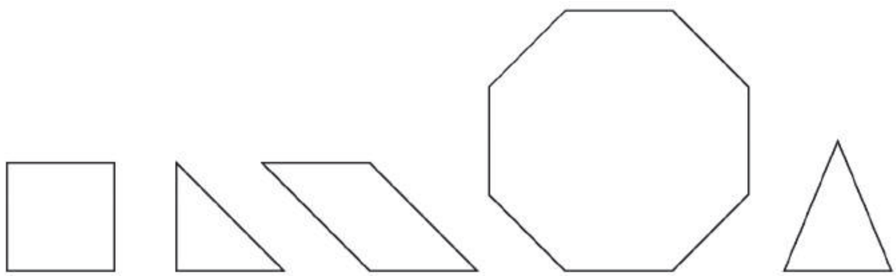

Fig. 1

Fig. 2

Ces quelques figures sont parentes, en ce sens qu'elles ont entre elles des rapports simples de longueurs, d'angles et d'aires. Comme nous l'avons vu, on passe de certaines d'entre elles à d'autres par des opérations simples de découpage, assemblage et fusion.

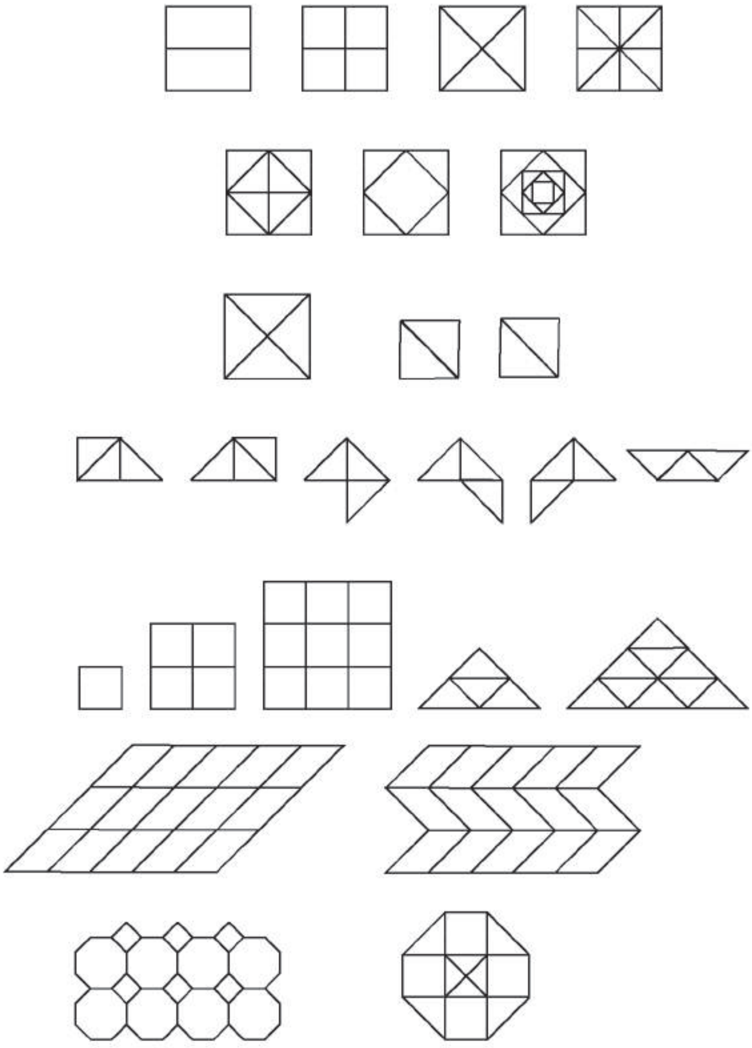

Fig. 3

Il est alors intéressant d'explorer le champ des autres figures que l'on peut créer en continuant à appliquer aux membres de la famille les mêmes opérations de *découpage*, *assemblage* et *fusion*. Les figures 3 et 4 donnent une idée des possibilités. Elles montrent que ces polygones s'ajustent bien les uns aux autres, et cela de multiples façons. Ces ajustements sont ce que H. Freudenthal [1973] a appelé du nom anglais de *fittings* et dont il dit : « The miracles of fitting are a preparation for systematic geometry, but even if this stage is reached, they cannot be dismissed. They remain the rough material of geometric thinking. The pupil should recall them and reconsider the old problems anew at every stage. »(4)

À l'écran, les fittings se réalisent très bien. En effet, non seulement AG dessine des figures très précises, mais encore il les ajuste automatiquement : une fonction de *magnétisme* fait que lorsque deux figures sont amenées à être presque jointives, le logiciel les accole parfaitement.

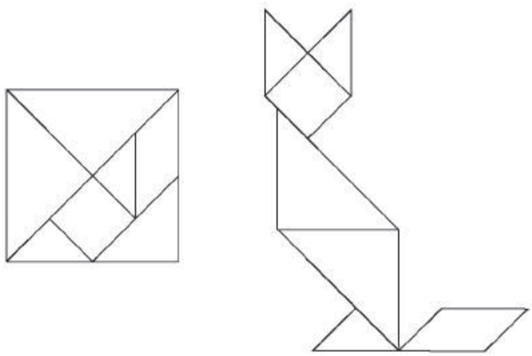

Fig.4

1.2. Pourquoi des familles ?

La figure 5 montre la famille du triangle équilatéral et la figure 6 celle du pentagone régulier. Dans chacune de ces autres familles également, les polygones ont entre eux des rapports simples de longueurs, d'angles et d'aires qui permettent de réaliser de multiples ajustements. On laisse au lecteur le soin de les imaginer, ou mieux encore de les explorer à l'écran.

Pourquoi AG propose-t-il des polygones groupés par familles, et non pas tous ces polygones ensemble, ce qui, à première vue, donnerait bien davantage encore de possibilités ? C'est que, d'une famille à l'autre, il existe beaucoup moins de ces rapports simples de longueurs, d'angles et d'aires dont nous avons montré l'existence entre les figures d'une même famille. Et donc si on met les élèves au travail dans une famille à la fois, la probabilité qu'ils découvrent une combinaison géométriquement

(4) « Les miracles des *fittings* sont une préparation pour une géométrie systématique, mais même lorsque cette étape est atteinte, ils ne peuvent pas être abandonnés. Ils demeurent le matériau brut de la pensée géométrique. L'élève devrait se les rappeler et reconsidérer à chaque étape les anciens problèmes . »

significative est plus élevée que s'ils ont accès à tout le stock. Cette restriction n'est pas un appauvrissement, parce que d'une part les combinaisons possibles à l'intérieur de chaque famille sont très nombreuses, et d'autre part il semble difficile de parler d'appauvrissement lorsqu'on donne aux élèves davantage de chances de découvrir des phénomènes intéressants.

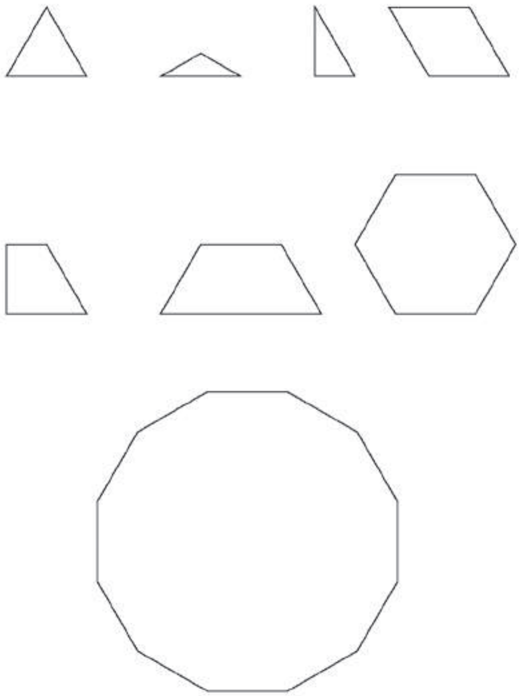

Fig. 5

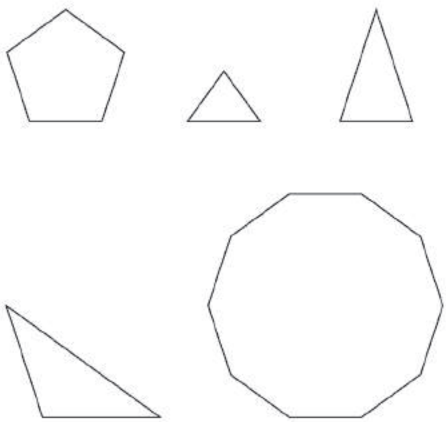

Fig. 6

1.3. Des mouvements

Sur l'écran d'AG, les polygones apparaissent tous de prime abord dans la même orientation, à savoir avec un côté horizontal. Pour créer des assemblages intéressants, il faut donc les déplacer. On a prévu dans AG trois façons de déplacer une figure.

1) On sélectionne le verbe *glisser*(5) dans un menu déroulant. Cela permet de traîner le polygone à la souris jusqu'à un endroit quelconque de l'écran. Pendant tout le transport, le polygone conserve son orientation, avec un côté horizontal.

2) On sélectionne le verbe *tourner* dans un menu déroulant. On peut ensuite faire tourner le polygone, à la souris, d'un angle que l'on détermine à vue. Le centre de la rotation est automatiquement le centre de la figure - très exactement son centre d'inertie -, ce qui fait que celle-ci tourne en quelque sorte sur place. L'opérateur ne doit donc pas se soucier de désigner le centre.

3) On sélectionne le verbe *retourner* dans un menu déroulant, puis on clique sur la figure à retourner. Celle-ci subit alors une symétrie orthogonale. L'axe de cette symétrie est invariablement vertical, et passe par le centre de la figure. L'opérateur ne doit pas se soucier de le désigner. La figure se retourne en quelque sorte sur place.

Une combinaison appropriée de ces trois mouvements permet de soumettre la figure à un déplacement ou un retournement quelconque. Chaque mouvement est ainsi nécessairement composé de mouvements élémentaires, on pourrait dire de *mouvements de base*. C'est sans doute là que se trouve la principale originalité d'AG. Comparons en effet la manipulation de polygones à l'écran, telle que nous venons de la décrire, avec ce qui lui ressemble le plus dans la pratique scolaire, à savoir la manipulation de polygones en carton sur une table. Détaillons la comparaison :

Les cartons tombent en désordre sur la table lorsqu'on vide la boîte où on les a rangés. Les polygones d'AG apparaissent à l'écran toujours dans la même orientation.

Les polygones en carton énantiomorphes(6) tombent sur la table au hasard sur une face ou sur l'autre. Dans AG, c'est toujours la même variété qui apparaît.

On peut saisir plusieurs cartons à la fois, on peut les manier au petit bonheur, leur faire décrire des mouvements « sauvages », mal identifiés, parfois mal maîtrisés. Dans AG au contraire, chaque mouvement est un mouvement clair, bien identifié, appelé par son nom dans un menu déroulant. Il doit être choisi avant d'être exécuté et ne s'applique qu'à une figure à la fois.

Les polygones en carton sont assemblés de façon approximative, vu les tremblements de la main, et bougent dans les courants d'air. Les polygones d'AG s'ajustent exactement entre eux grâce à la fonction magnétique, et ne peuvent quitter leur position que moyennant la commande d'un nouveau mouvement.

(5) Dans la première version du logiciel, le verbe en question était déplacer.

(6) Rappelons qu'on appelle *énantiomorphes* deux figures planes ayant exactement la même forme et les mêmes dimensions, et que pourtant on ne peut pas superposer en les faisant glisser dans le plan sur lequel elles sont posées. Pour les superposer, il faut nécessairement retourner l'une d'entre elles.

Ainsi, le kit standard est un champ d'expérimentation particulièrement ordonné et intelligible. Il comporte des contraintes qui n'existent pas dans l'univers réel, où la plupart des mouvements sont absolument libres. C'est un univers artificiel, accordé à la géométrie métrique. En effet, les trois mouvements de *glisser*, *tourner* et *retourner* préfigurent – jusqu'à un certain point -– les trois isométries planes de base(7) que sont la *translation*, la *rotation* et la *symétrie orthogonale*.

Les trois mouvements ne s'identifient pas aux trois isométries. Nous l'avons dit, le glissement se règle à vue, et l'opérateur ne doit nullement le définir par un vecteur désignant le point d'arrivée d'un point donné de la figure. La rotation s'effectue à vue, l'opérateur n'ayant pas à en désigner le centre et réglant son angle à l'estime. Le retournement est automatique et l'opérateur ne doit pas spécifier la position d'un axe de symétrie. Les transformations en un sens plus technique appartiennent à un stade plus avancé de la géométrie et sont, dans AG, disponibles dans le kit libre - on peut toutefois, à volonté, les activer aussi dans le kit standard -. C'est une analyse des trois mouvements qui conduit à définir les trois isométries, respectivement par un vecteur de translation, un centre et un angle de rotation ou un axe de symétrie. Les trois mouvements sont théorisés pour les besoins de la géométrie.

Il est sans doute utile d'accéder ainsi aux isométries à travers les mouvements qui les préfigurent, et en particulier d'expérimenter les enchaînements (les compositions) de ces mouvements. Notons en outre que ces enchaînements ne sont pas étudiés ici pour eux-mêmes et dans l'abstrait : ils servent à réaliser des assemblages de polygones.

Cette attention portée aux mouvements de base dans l'apprentissage de la géométrie répond bien au courant de pensée théorique et pédagogique qui, au XIXe siècle et au début du XXe, a cherché à réhabiliter les mouvements dans la géométrie. Ce courant est représenté principalement par Kirchhoff, Méray, Bourlet et Borel. Pour une synthèse à ce sujet, voir R. Bkouche [1991]. Sur les mouvements encore et sur la reconnaissance des figures et des symétries, on consultera utilement E. Mach [1922] ainsi que L. Lismont et N. Rouche [2001].

Notre présentation des mouvements dans le kit standard ne vise nullement à proposer ceux-ci comme supérieurs aux manipulations de polygones en carton. Au contraire, la manipulation des objets dans l'univers réel est indispensable. Elle relie les mouvements à des perceptions visuelles et tactiles, elle développe la motricité fine et elle apprend à abstraire d'un univers, complexe par nature, les éléments qui permettent de le reconstruire analytiquement dans le cadre de la géométrie. Notre espoir est que le kit standard soit un champ d'expérience original qui facilite, par des transferts appropriés, la compréhension du monde réel. L'expérience dira si cet espoir est fondé.

(7) Rappelons le théorème fondamental de géométrie plane qui dit que toute isométrie directe est une translation ou une rotation, et que toute isométrie inverse est la composée d'une symétrie orthogonale et d'une translation. Ce théorème exprime une propriété de l'espace physique usuel.

1.4. D’autres figures

Les figures disponibles dans le kit standard sont pour l’essentiel celles des trois familles dont nous avons parlé. On y a toutefois ajouté d’une part un cercle et de l’autre deux représentations en perspective d’un cube. Celles-ci sont les seules figures qui évoquent la géométrie de l’espace. L’écran étant plat par nature, il est en effet plus raisonnable de s’en servir pour étudier les figures planes. Les représentations de cube sont donc une exception, une petite commodité ajoutée. Ils permettent tout de même de créer de nombreux objets dont la figure 7 donne un échantillon.

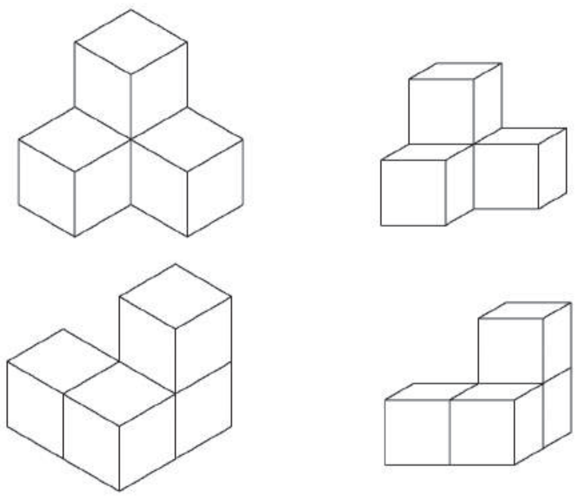

Fig. 7

1.5. Vers les fractions et les mesures

Il existe dans le kit standard une opération que nous n’avons pas encore mentionnée et qui est pourtant essentielle : en sélectionnant le verbe *diviser* dans un menu déroulant, on peut diviser un segment en 2, 3 ou 5 parties égales. En répétant cette opération, on peut obtenir des divisions en un nombre de parties multiple de 2, 3 ou 5. Les divisions sont marquées par des points. En combinant cette opération de *diviser* avec celle de *découper*, on peut créer des fractions d’une figure quelconque, tout en choisissant la forme des morceaux. La figure 8 montre ainsi une façon de couper un carré en parties possédant respectivement 1/3, 1/4, 1/6 et 1/8 de son aire totale. Ces possibilités peuvent être exploitées pour l’étude des fractions et l’introduction de la notion de mesure.

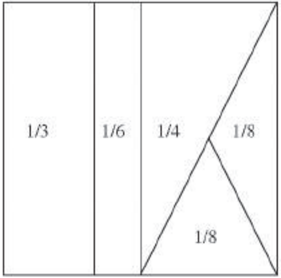

Fig. 8

(La deuxième partie concernant le kit libre paraîtra dans le prochain numéro).