Recherches en éducation mathématique(*)

Guy Brousseau

J'imagine qu'une partie des questions que se posent certains d'entre vous sont les suivantes :

Qu'est-ce que la « didactique » ? Quelles différences avec la pédagogie ? Quels rapports avec la psychologie ?
Avons-nous besoin de ce terme pour parler de notre travail ?
Qu'est-ce que la théorie des situations didactiques ?
Une théorie de plus est-elle nécessaire pour approcher de façon scientifique des questions d'éducation mathématique ?
Que peut apporter une approche scientifique de l'enseignement ?

Je n'ai pas le pouvoir ni l'intention de répondre ici de façon académique à toutes ces questions.
J'essaierai seulement de vous donner une idée de ce qui m'a conduit à quelques résultats intéressants sur ces sujets. Peut-être pourrai-je contribuer à faire comprendre comment des *causes* a priori erratiques produisent des *raisons* scientifiques ?

1. Vous dites didactique ?

Dans le sens classique, la pédagogie est l'**art** d'*éduquer* les enfants ; la didactique est l'**art** d'*enseigner* une science, un art, une langue ou n'importe quoi à n'importe qui (enfant, adulte ou société).

Ainsi la pédagogie prend à son compte une *intention* éducative et morale que ne partage pas la didactique : l'enseignement n'est éducatif que par les vertus propres à la chose enseignée. Pour Comenius(1) (17ème siècle) la didactique ne dépendait pas de la nature de ce qui est enseigné.

L'usage tend à confondre les deux termes. De plus comme on oppose habituellement art et science, la pédagogie et la didactique semblent condamnées à échapper à la démarche scientifique. Or depuis la fin du 19ème siècle, des efforts considérables sont tentés dans ce domaine, pour compléter l'**art** par des **connaissances scientifiques** et des techniques importées de nombreux domaines.

Un *champ scientifique propre* est nécessaire pour fédérer et contrôler la compatibilité et l'adéquation de ces apports.

(*) Original en français de la Conférence donnée en anglais à ICME 10, à Copenhague en juillet 2004, à l'occasion de la réception de la médaille Félix Klein 2003. Voir le Bulletin de l'APMEP n° 452, p. 309 à 311 (deux textes sur Brousseau et son œuvre).
(1) Comenius, J. (1592-1670), *La grande didactique ou l'art universel d'enseigner tout à tous*, Éditions Klincksieck, Paris 1992. p. 169 et 170-197.(*)

Nous[(2)] ***avons montré que la nature et la pratique des connaissances enseignées jouaient un rôle beaucoup plus important que ne le disait Comenius dans l'art et la technique de l'enseignement.***

Alors, nous avons choisi le terme *didactique* pour désigner ce champ avec la définition très large suivante :

« La Didactique (didactics) comme science, étudie la diffusion des *connaissances* utiles aux hommes vivant en société. Elle s'intéresse à la production, à la diffusion et à l'apprentissage des connaissances ainsi qu'aux institutions et aux activités qui les facilitent ».

Ainsi, la didactique, comme activité sociale ou professionnelle est tout ce qui tend à l'enseignement d'une connaissance, d'une science, d'un art ou d'une langue.

Cette activité est l'objet étudié par la Didactique comme science, et elle n'est pas a priori une spécification d'une didactique générale.

Quand nous parlons de « didactique », nous parlons des relations entre un apprenant, quelque chose qui doit être appris (sur la décision de quelqu'un), un « milieu » qui provoque l'apprentissage. ***Nous avons montré que les savoirs culturels ne peuvent pas être appris sans la présence, dans le milieu, d'un système enseignant*** (en Didactique des mathématiques la chose qui doit être apprise est généralement un concept mathématique).

Je[(3)] me suis efforcé d'utiliser les méthodes classiques des sciences expérimentales et principalement **l'observation**, **la modélisation** et **les méthodes statistiques**.

Mais dans ce champ nouveau qu'est la didactique, nous avons dû parfois les adapter ou nous écarter des pratiques communes comme pour l'observation dont je vais parler. Parfois même nous avons pu concevoir des instruments nouveaux comme *l'analyse statistique de dépendance implicative*, ou comme les *théories des situations*.

Beaucoup s'interrogent sur les rapports entre les théories, les méthodes de recherche, les expériences, les résultats et la pratique des enseignants. Peut-être mon témoignage peut-il les aider.

Par exemple, l'observation consistait à regarder des classes ordinaires. Mais l'école pour l'observation a permis davantage : modifier les conditions de l'enseignement et observer les effets produits.

Nous avons appris plus de didactique par ce que nous avons dû faire pour pouvoir observer les classes, que par l'observation ordinaire elle-même.

Autre exemple, dans l'expérimentation nous ne comparions pas les résultats des élèves pour décider si une pratique était meilleure qu'une autre, nous nous efforcions seulement d'avoir des résultats aussi bons *malgré les modifications* que nous

(2) J'utilise « nous » pour indiquer, parfois comme ici, les personnes qui ont collaboré directement à la production initiale des connaissances (membres du COREM, de l'IREM, du LADIST, …), parfois pour désigner l'ensemble de tous ceux, en particulier les didacticiens, avec qui nous avons partagé et discuté nos résultats et qui les ont diffusés.

(3) J'utilise parfois « je », comme ici, pour indiquer des choix ou des directions de travail dont j'ai assumé la responsabilité vis-à-vis de mes collaborateurs, même s'ils étaient d'accord et même si d'autres équipes faisaient des choix similaires.

apportions, et nous comparions les *efforts* des élèves et des enseignants nécessaires dans chaque cas.

Je vais donc évoquer comment l'observation et la modélisation des connaissances et des processus nous ont conduits à défricher ce nouveau champ scientifique.

Comme la plupart d'entre vous j'ai appris le métier d'enseignant de mathématiques et je l'ai pratiqué durant toute ma vie professionnelle à presque tous les niveaux. Le reste est venu de mon goût pour trois choses : les mathématiques, le plaisir des enfants de la scolarité obligatoire à faire et à découvrir des mathématiques, l'observation d'une enseignante qui aimait provoquer les élèves à cette activité.

2. L'instrument de l'observation : Le COREM (Centre pour Observation et Recherche en Éducation de Mathématique)

Je l'ai conçu en 1964, après plusieurs tentatives il a ouvert en 1973 dans les écoles Michelet de Talence. Je l'ai conduit jusqu'en 1988, Avec l'aide d'une bonne centaine de personnes j'y ai travaillé jusqu'en 1999, où il a terminé son activité.

Le fonctionnement de cette institution peut vous intéresser à plus d'un titre.

D'abord il présente un modèle des positions respectives et des relations entre les enseignants, les chercheurs et les formateurs. Ce modèle est à la fois très concret et très différent des modèles habituels.

Les rapports théorie/pratique y sont essentiellement fonctionnels.

Mais surtout il illustre parfaitement les fondements de la théorie des situations. Et ceci de deux façons, par l'objet des recherches et par le moyen de les produire.

1. Le groupe scolaire comprenait une école maternelle de 4 classes, et une école primaire de 10 classes. Sa dotation en personnel enseignant était la suivante(4) : 21 instituteurs (3 pour 2 classes), deux directeurs et un psychologue scolaire. Tous étaient volontaires et avaient des contrats renouvelables tous les trois ans.

Le groupe était complété en outre d'un bâtiment spécial construit et équipé pour l'enregistrement des observations.

2. Un encadrement didactique ordinaire de 10 heures hebdomadaires était assuré par des formateurs mathématiciens de l'école normale de Bordeaux.

Ils aidaient les professeurs à réaliser le programme ordinaire et à coordonner et modérer les propositions de la recherche.

3. Les chercheurs étaient les membres du Laboratoire et leurs doctorants. Les enseignants étaient considérés comme des techniciens sous la responsabilité de l'université pour une part de leur service.

4. Les postes techniques (séminaires et formation, enregistrement et stockage vidéo, matériel didactique, système informatique, statistiques, etc.) étaient tenus par des membres du groupe.

Tous étaient formés à ce genre d'observations et aux interactions spécifiques au projet.

L'école n'avait aucune fonction ni d'innovation ou de recherche pédagogique, ni de démonstration, ni de formation de professeurs. Elle suivait les programmes officiels et n'adhérait à aucune école pédagogique. Seule une très petite partie des

(4) Cette dotation nominale a été un peu rognée à plusieurs reprises par la suite.

enseignements faisaient l'objet d'observations, mais les progrès de chaque élève étaient suivis attentivement.

Certaines des observations réalisaient un dispositif expérimental convenu entre des chercheurs et les enseignants. Les autres étaient préparées par les seuls enseignants.

Les règles étaient définies par fonctions (et non par personnes ou types de personnel). Elles étaient très nombreuses et rigoureuses mais établies en commun et constamment réexpliquées. Elles avaient pour objet de permettre le fonctionnement normal et indépendant de l'enseignement et de la recherche et d'empêcher autant que possible les contaminations illégitimes. Le moyen général principal était un équilibre des pouvoirs associé à des régulations pertinentes.

Les situations ou les processus que nous observions étaient généralement assez courts et très peu denses mais ils pouvaient, exceptionnellement, être longs.

Nos observations ont porté d'abord pendant une dizaine d'années sur des résolutions de problèmes par les élèves ou sur des leçons où les interventions des professeurs étaient minimales et définissables à l'avance. Il s'agissait d'observer directement l'activité mathématique des élèves. La construction des dispositifs nécessaires nous a conduits à jeter les bases de l'*ingénierie didactique* (nous allons en donner un exemple) et d'une théorie des situations mathématiques (dont nous parlerons plus loin).

Nous modifiions aussi les relations entre les professeurs. Par exemple pour révéler les concepts réellement utilisés par les professeurs dans leurs décisions nous avions ménagé le dispositif suivant : deux professeurs préparaient ensemble deux leçons successives à donner dans une même classe. Le premier dirigeait la première en l'absence du second : quels renseignements le second demandait-il au premier ? que pouvait lui répondre le premier ? Ces renseignements étaient-ils suffisants pour la gestion de la seconde leçon ? etc.

Nous avons pu mettre ainsi en évidence plusieurs phénomènes, dont certains rôles de la « *mémoire didactique* ».

3. Modélisation : l'agrandissement d'un puzzle

Prenons un exemple bien connu du genre de situations que nous construisions. Il s'agit de modéliser les situations mathématiques où intervient une proportionnalité.

Presque toutes les fonctions évoquées à l'école primaire sont des proportionnalités, et cette propriété est admise comme évidente ou est enseignée sans justification. Comment faire que des élèves choisissent la proportionnalité parmi plusieurs possibilités, et qu'ils le fassent pour des raisons mathématiques et non pas seulement empiriques.

Le professeur montre aux élèves un puzzle carré de 11 cm de côté (fig. 1) utilisable (fig. 2).

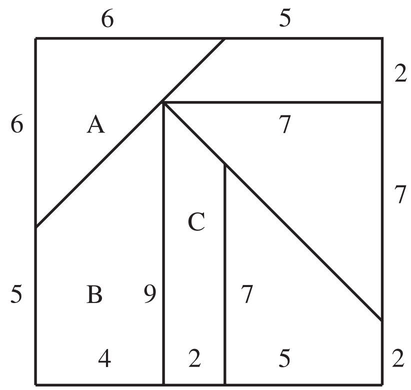


Figure 1

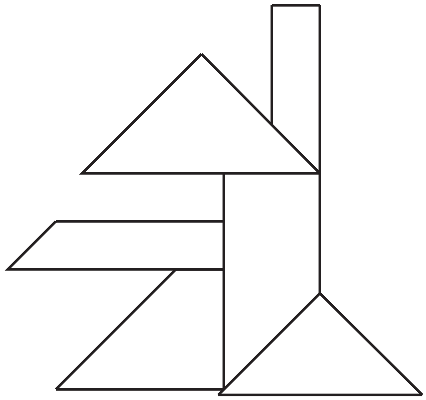


Figure 2

Il leur dit :

« Vous devez découper dans du carton un puzzle semblable à celui-ci (le modèle). Mais pour les enfants de l'école maternelle, vous devez le faire plus grand. Ce côté qui mesure 4 cm sur le modèle devra mesurer 7 cm sur l'image (ou reproduction). Mais il faut pouvoir faire les mêmes figures avec le grand puzzle image qu'avec le modèle. »

« Pour réaliser ce grand puzzle vous allez vous mettre par groupes. Chaque groupe fera une seule pièce et vous raccorderez vos pièces ensuite. »

Presque tous les groupes commencent par penser qu'il faut « ajouter 3 cm » à chaque mesure.

Désastre ! Les morceaux ne se raccordent pas ! (Figure 3)

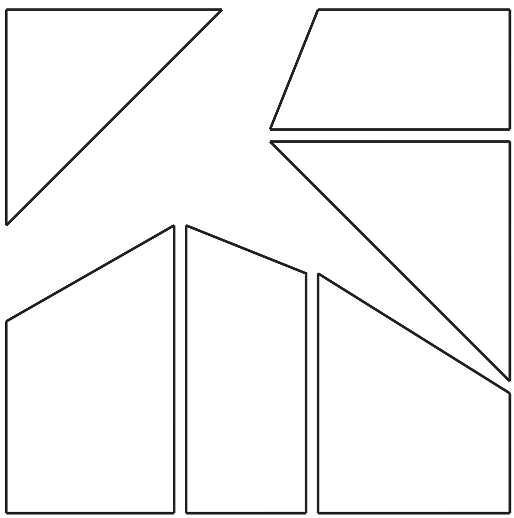


Figure 3

La première hypothèse c'est que le découpage des autres groupes n'est pas bien fait… Après l'élimination de diverses hypothèses les élèves admettent bien la proportionnalité : « il faudrait que le côté 2 soit la moitié du côté 4 ».

Mais si cette observation est acceptée par les élèves, elle n'est pas justifiée et elle ne leur donne pas de méthode de calcul (de fonction) permettant d'obtenir 7 à partir de 4.

Certains élèves proposent alors de doubler la longueur du modèle et d'enlever un. La méthode est « presque acceptable » :

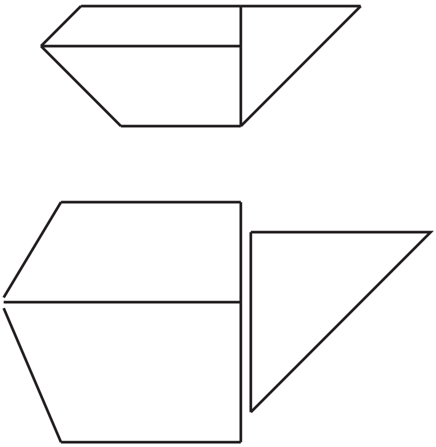
$$4 \to (2 \times 4) - 1 = 7$$

$$6 \to (2 \times 6) - 1 = 11$$

$$2 \to (2 \times 2) - 1 = 3$$

D'autres ont obtenu par tâtonnements des solutions « acceptables » puisqu'on peut jouer comme avec un bon puzzle.

Finalement les élèves doivent remarquer qu'il est nécessaire que **l'image de la somme de deux segments soit la somme des images de ces segments** (fig. 3), ce qui n'est pas vrai dans les autres solutions (figure 4)



$2 \to 2 + 3 = 5$

$4 \to 4 + 3 = 7$

$6 \to 6 + 3 = 9$

Alors

$2 + 3 = 5$

Mais

$5 + 7 > 9$

Conclusion ?

Figure 4

Ils vérifieront alors que les rapports sont bien conservés. Grâce à quoi ils utiliseront la définition des fractions-mesures soit directement : 7 est les 7 quarts de 4, soit en calculant l'image de 1.

J'ai choisi cet exemple parce qu'il permet de comprendre notre méthode de travail.

Nous établissons des listes de conditions à satisfaire telles que celle-ci :

– a. La connaissance mathématique visée doit être le seul moyen de bien résoudre le problème.
– b. la consigne ne doit faire appel à aucune des connaissances qu'on veut faire apparaître. Elle détermine les décisions permises et les situations initiales et finales réalisant le gain ou la perte.

– c. Les élèves peuvent commencer à agir avec des « connaissances de bases » inadéquates.
– d. Ils peuvent constater eux-mêmes la réussite ou l'échec de leur tentative.
– e. Sans déterminer la solution, ces constatations sont suggestives (elles favorisent des hypothèses, apportent des informations appropriées, ni trop fermées ni trop ouvertes).
– f. Les élèves peuvent faire rapidement des tentatives successives mais l'anticipation doit être favorisée.
– g. Parmi les solutions empiriquement acceptables une seule peut répondre à toutes les objections.
– h. Elle peut être trouvée et prouvée par quelques élèves dans un temps raisonnable dans une classe ordinaire, et très vite partagée et vérifiée par les autres.
– i. Elle se prête à des tentatives de réutilisation et fait poser des questions qui relancent le processus (par exemple est-ce que tous les agrandissements se font ainsi ?).
– etc.

Ces conditions sont celles qui assurent le maximum d'autonomie à l'élève.

Nous cherchions pour chaque connaissance – ici la proportionnalité – des situations qui en satisfaisaient le plus possible. La situation du puzzle est une de celles qui satisfont cette liste. De plus elle illustre bien le catalogue des moyens techniques utilisés.

Il existe a priori différentes sortes de connaissances (« connaissances en actes » et répertoires de schèmes, messages et langages, « théorèmes » et preuves, …).

Nous avons associé à chacune de ces sortes de connaissance des organisations typiques de situations « mathématiques » (situations d'action, de formulation, de preuve, …). Nous avons remarqué qu'il leur correspond des modes d'apprentissages distincts qui recoupaient et complétaient certaines théories de l'apprentissage(5) et qui en réfutaient d'autres.

Nous retrouvons ces types de situations comme phases successives dans le déroulement de la leçon sur le puzzle.

Nous vérifiions alors la possibilité de réaliser ces situations avec les élèves et nous observions les résultats (durée du travail ou probabilité de réussite), ainsi que les effets des variantes et des modifications de leurs *variables*.

La plupart de ces situations ne sont pas des modèles à reproduire dans les classes. En effet il n'est pas nécessaire de satisfaire toutes les conditions énumérées ci-dessus dans chaque leçon. Ce serait une perte de temps et d'efforts considérable.

Les questions, les exercices, les problèmes classiques, etc. apparaissent comme des situations particulières de celles-ci, déduites et simplifiées par des « économies » qui les rendent pratiques.

Les modèles de situations permettent par conséquent d'analyser les effets de ces économies systématiques.

---

(5) Brousseau, G. Otte, M. The fragility of Knowledge, *Mathematical knowledge, its growth through teaching*, 13-36 Kluwer Academic publishers, p. 20-22.

Cette leçon montre aussi à quel point il est difficile de décrire les acquisitions et les progrès obtenus des élèves dans ces types de situations à l'aide du système habituel d'évaluation. Il a donc été nécessaire de développer un répertoire épistémologique différent, adapté à la didactique réelle.

En didactique, l'apport d'une leçon est dans ce qui permet aux leçons suivantes de se dérouler avec profit, ce sans quoi elles ne pourraient se dérouler si cette leçon n'avait pas eu lieu. Cet apport s'exprime en termes de possibilités des élèves (apprentissages) et en possibilités offertes au professeur.

La détermination habituelle en termes de savoir et de savoir faire, conduit à ignorer nombre d'événements et de conditions indispensables mais cachées.

Par exemple le fait, pour les élèves, de rejeter le modèle additif, puis le modèle affin pour choisir le modèle linéaire n'est pas un savoir, mais c'est plus qu'une simple action : c'est une connaissance, locale, mais qui résout un problème. Elle n'est pas facilement formulable de façon exacte, ni « évaluable » : lorsque nous avons proposé un problème similaire quelques jours plus tard, les élèves ont dû refaire des tentatives du même type et reproduire les mêmes raisonnements, mais ils ont reconnu le modèle et par la suite ils ont pu apprendre à l'utiliser, à l'énoncer et à le mettre à l'épreuve.

La leçon du Puzzle n'est qu'une étape (la 37e leçon sur 65) dans l'étude des rationnels et des décimaux.

Nous avons élaboré, principalement entre 1964 et 1990, des situations de ce type pour la plupart des connaissances importantes de l'enseignement obligatoire.

4. Une théorie des situations mathématiques, pourquoi ?

Intéressons-nous maintenant à ces modèles de situations.

Nous avons admis
- qu'à toute connaissance mathématique on peut faire correspondre une collection de situations que cette connaissance permet de résoudre

et réciproquement
- que dans tout environnement réel d'un élève (ou plus généralement d'un agent) on peut choisir les éléments d'une (ou plusieurs) situation(s) qui permet d'identifier les connaissances que les agents mettent en œuvre dans leurs actions.
- la situation détermine ce que l'agent a intérêt à faire finalement, soit parce qu'il le sait déjà soit parce qu'il le découvre en s'adaptant à elle, si elle lui en offre la possibilité. Tous les concepteurs de problèmes, d'exercices ou de manuels se livrent à ce genre de réflexion. La modélisation permet d'étudier la cohérence des choix retenus, et leurs conséquences suivant les répertoires de connaissances engagés par les élèves.

Mais outre ce genre d'applications à l'ingénierie didactique, la modélisation permet de remettre en question la didactique et l'épistémologie que nous empruntons ici et là. L'objet de la théorie des situations est de contrôler la cohérence des diverses modélisations elles-mêmes.

Elle permet par exemple de se demander si les connaissances en actes, leur formulation et leur validation logique peuvent s'utiliser et se développer dans le même genre de situations par les mêmes genres de processus.

Modéliser ainsi permet de montrer que les élèves adaptent le sens des savoirs qu'on leur enseigne aux situations dans lesquelles ils les utilisent, et que ce sens ne peut pas par conséquent être à la fois « définitivement correct » et « fonctionnel » lors d'un premier apprentissage. *L'enseignement utilise et produit des transformations que nous appelons « transposition didactique ».*

On en déduit qu'apprendre comporte nécessairement la reprise et la modification des apprentissages antérieurs, et pas seulement des adjonctions.

Nous avons ainsi prévu puis observé comment certains apprentissages nécessaires peuvent s'ériger en « *obstacles* » à des apprentissages ultérieurs.

Par exemple la compréhension des naturels, nécessaire à l'apprentissage des décimaux, fait dans une certaine mesure obstacle à leur compréhension.

Ainsi tout naturel a un successeur, un décimal n'en a pas. Tous les raisonnements implicites qui s'appuient sur l'énumération ou le dénombrement comme l'addition sont donc à repenser. Les élèves s'aident du fait que le résultat d'une multiplication est plus grand que les deux termes pour distinguer cette opération d'une division.

Ce n'est plus possible avec les décimaux, alors la compréhension intuitive de $0{,}3 \times 0{,}2$ n'est pas facile et le contrôle du résultat est hésitant. La ressemblance des décimaux avec les naturels qui permet d'apprendre facilement l'estimation et les algorithmes, favorise encore certains malentendus et erreurs.

La théorie des situations mathématiques offre un bon moyen d'une approche cohérente et d'une confrontation expérimentale fondée sur l'observation et centrée sur l'instrument de travail des professeurs. En effet les seuls instruments véritables et légitimes pour influencer leurs élèves sont des situations. Celles qu'ils inventent ou qu'ils reproduisent pour eux. L'implantation directe et autoritaire d'idées incontrôlables ne peut pas toujours être évitée mais elle est toujours dangereuse et finalement moins efficace.

Si nous pouvions revenir à l'organisation du COREM nous verrions maintenant que ce système était une *situation* organisée suivant les mêmes principes pour faire produire des connaissances de didactique pertinentes en respectant les obligations de l'enseignement lui-même. J'ai conçu et entretenu les rapports entre les professeurs, les élèves, les chercheurs, les observateurs, les appuis techniques, les différents rouages de l'administration, les autorités civiles, les syndicats d'enseignants, les parents d'élèves, les médias, les autorités de la ville et de la région avec le même soin et les mêmes types de méthodes que les situations dans les classes. Le système devait nous faire produire les connaissances de didactique nécessaires à la gestion des enseignements. Mais nous n'avions aucune intention d'enseigner quoique ce soit à ce système.

5. La théorie des situations didactiques en mathématiques

J'ai cru pendant un certain temps que les modèles de situations utilisés pour décrire les rapports des élèves avec les mathématiques étaient suffisants pour décrire aussi ceux des professeurs avec leurs élèves.

Pourtant, l'observation montrait que le professeur devait intervenir pour maintenir certains équilibres entre ce qui est connu, ce qui est dicible, ce qui est montré et ce qu'il est convenu de savoir.

Par exemple, à plusieurs reprises, des professeurs n'ont pas voulu poursuivre des enseignements théoriquement satisfaisants car ils étaient formés de suites de situations d'action, de formulation, de preuves bien conçus et bien articulés. Il a bien fallu se demander pourquoi.

Alors divers paradoxes sont apparus. Un élève peut développer une connaissance semblable à celle déjà établie dans la société, il ne peut pas savoir quelle est sa place, son importance, son avenir, etc. Le constructivisme radical peut convenir pour des sociétés isolées, mais pas pour l'enseignement. Nous avons dû admettre qu'un nouveau type d'interventions était indispensable : l'*institutionnalisation* des connaissances enseignées.

Plus concrètement, le professeur doit reconnaître et interpréter certaines actions des élèves, en oublier d'autres et organiser le tout en une histoire cohérente où les élèves distinguent ce qu'ils doivent apprendre ou savoir, et ce qu'ils doivent faire pour cela. Le professeur doit maintenir les équilibres nécessaires par des interventions spécifiques non représentables dans la théorie que nous venons de présenter (celle des situations mathématiques).

Nous avons donc commencé à pressentir les bornes de notre point de vue initial dès 1975.

L'observation d'enfants en difficultés a fait apparaître ensuite la nature des difficultés qu'un professeur rencontre lorsqu'il veut obtenir que l'élève agisse « de lui-même » sur un problème qu'il lui propose. Nous appelons ce transfert de responsabilité : *dévolution*. Poser une question, transmettre aux élèves un énoncé ou une consigne, faire entrer les élèves dans une situation donnée posait aux enseignants des problèmes d'un autre type.

D'autre part l'élève doit produire personnellement ce qu'il dit ou fait comme s'il en était l'auteur et non pas citer ou réciter. Il doit donc accepter la *responsabilité* de résoudre des problèmes à l'aide de connaissances qu'il ignore encore et qu'on ne lui a pas enseignées, ce qui est formellement contradictoire. Aucun professionnel n'accepterait un tel contrat.

Le professeur et l'élève entrent alors dans ce qui nous est apparu à l'époque comme la négociation d'une sorte de « *contrat didactique* », impossible à expliciter par ses contractants et même à tenir, toujours rompu et toujours renaissant, à travers lequel se créée la connaissance de l'élève.

Nous avons finalement montré que le professeur doit d'une part organiser l'activité des élèves et d'autre part la « relire » en la déformant pour rapprocher leurs connaissances adaptées à des circonstances particulières des savoirs issus de la science du moment.

Les processus d'enseignement sont constitués d'alternances de *dévolutions de situations autonomes et d'institutionnalisations*. Et nous en avons établi la nécessité, par l'étude théorique, et la réalité par l'observation et l'expérimentation.

Il n'est pas inutile de préciser qu'à tous les niveaux de ces recherches interviennent des théories et des techniques mathématiques très variées qu'il est inutile d'évoquer ici. Nous avons pu remarquer toutefois que dans ce domaine particulier les mathématiciens didacticiens répugnent à les utiliser de façon banale, peut-être trop fascinés par les recherches dans leur domaine, ou parce qu'ils craignent de se voir mal compris.

6. Conclusions

Quelle place tiennent ces travaux dans l'ensemble des recherches sur l'éducation mathématique ?

Ce terme recouvre traditionnellement des études pragmatiques, ou techniques, la construction de moyens didactiques, et depuis quelques années toutes sortes de recherches sur l'enseignement ou sur l'apprentissage des mathématiques qui utilisent des idées, des connaissances et des méthodes issues de diverses disciplines(6).

Toutes les sources, tous les sujets sont susceptibles de produire des renseignements intéressants. Il est clair que la didactique et en particulier la théorie des situations ne discrédite a priori ni ne remplace aucune des approches antérieures.

La fonction scientifique et sociale de la didactique serait plutôt d'assigner à ces connaissances **exogènes**, un *statut*, un *mode d'intervention* et finalement une justification à leur importation dans les décisions didactiques. Il s'agit de préparer et de permettre des progrès véritables, et de prévenir les destructions irrémédiables que causent les déferlantes de réformes incontrôlables et incoercibles proposées aux enseignants pour des raisons sans grand rapport avec leur objet déclaré.

Le moyen de réaliser ce projet est la connaissance et la compréhension de la didactique, de ce qui est spécifique de la transmission d'une connaissance d'une génération à une autre. La capacité pour chaque génération d'humains de communiquer à la génération suivante le fruit de son expérience est aussi vieille que l'humanité et peut-être est-elle sa principale caractéristique.

À cause de cela chaque humain possède une expérience personnelle d'apprentissage et d'enseignement, et pour cela, contrairement à la boîte noire du sujet, l'enseignement est une boîte transparente aussi difficile à voir.

La théorie des situations n'est qu'une des tentatives dans ce sens. Je n'ai présenté ci-dessus que la micro-didactique : l'étude des interactions spécifiques de la diffusion d'une connaissance mathématique entre deux ou trois systèmes. De nombreux phénomènes restent à étudier dans ce champ, comme le montrent les travaux récents.

Mais déjà nous percevons des difficultés d'une nature différente qui relèvent de la macro-didactique, l'étude des rapports des systèmes sociaux et culturels aux différents secteurs des mathématiques.

Toutes les formes de recherches sur l'éducation des mathématiques sont les bienvenues pour peu qu'elles aient pour objet la connaissance. Je serais plus exigeant sur les recherches qui ont pour objet de modifier brutalement l'enseignement lui-même sans souci des effets prévisibles.

Ce qui me semble important c'est l'amélioration de l'enseignement des mathématiques. Non pas les réformes tumultueuses ou silencieuses hasardées au gré

(6) psychologie, linguistique, sociologie, pédagogie, épistémologie, histoire des mathématiques, économie, médecine, psychanalyse, anthropologie, logique, intelligence artificielle, sémiologie, neurophysiologie et évidemment mathématiques et philosophie…

des pratiques, des modes, ou des suggestions improvisées à partir d'autres domaines, mais celles qui s'appuient sur une connaissance plus profonde et plus sûre de l'enseignement, et qui agit dans le respect d'une éthique humaniste.

Plus encore je me concentre sur l'enseignement au niveau de la scolarité obligatoire. Nous demandons à nos enfants d'accomplir un véritable service civique : apprendre beaucoup de connaissances dont nous savons que la plupart risquent de ne pas leur servir personnellement, mais qu'ils doivent apprendre parce que la société aura besoin de trouver, le moment venu, les médecins, les ingénieurs, les boulangers et les mathématiciens dont elle a besoin. Et que tous ces humains auront besoin de se faire comprendre les uns des autres pour prendre chacun leur part aux décisions qui les intéressent. Alors il faut payer le prix de cette demande et faire de notre mieux pour faciliter ce service. La conception consumériste de la culture soutenue par l'idéologie individualiste radicale de l'enseignement constitue une erreur et probablement une catastrophe pour l'éducation et pour la vie en société.

J'espère que nos travaux pourront permettre aux professeurs de mieux comprendre et de mieux faire comprendre les nécessités de leur profession afin de restaurer un dialogue et un partage des responsabilités avec la société.

Ces travaux ont été favorisés par des opportunités extraordinaires offertes par des circonstances historiques et ils ont bénéficié de l'appui que j'ai reçu de nombreuses personnes convaincues par les raisons que nous leur donnions et par les résultats obtenus. C'est pourquoi je voudrais exprimer ma reconnaissance :

- Aux nombreuses personnes et institutions qui ont directement coopéré pendant 40 ans aux divers projets : CRDP, IREM, COREM, écoles Jules Michelet de Talence, LADIST, DAEST.
- Aux diverses institutions : APMEP, SMF, COPIRELEM, ARDM, Universités, Ministères (Éducation, Recherche, …) qui ont eu à connaître de nos travaux pendant 25 ans et qui ont créé et maintenu des circonstances favorables.
- À tous les citoyens français qui nous ont financés.

Bibliographie

BROUSSEAU G. (1997) « Theory of Didactical situations in Mathematics ». Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990, traduction M. COOPER et N. BALACHEFF, Rosamund SUTHERLAND et Virginia WARFIELD (KLUWER).

BROUSSEAU G. (1998) « La théorie des situations didactiques ». Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990 présentés par M. COOPER et N. BALACHEFF, Rosamund SUTHERLAND et Virginia WARFIELD.