

La pensée des mathématiques

Quelques réflexions sur les rapports entre mathématiques et philosophie.

Jean-Pierre Cléro(*)

« Pour vous parler franchement de la géométrie, je la trouve le plus haut exercice de l'esprit ; mais en même temps je la connais pour si inutile, que je fais peu de différence entre un homme qui n'est que géomètre et un habile artisan. Aussi je l'appelle le plus beau métier du monde ; mais enfin ce n'est qu'un métier ; et j'ai dit souvent qu'elle est bonne pour faire l'essai, mais non pour l'emploi de notre force ».

Pascal à Fermat, le 10 août 1660.

« La chose la plus importante à toute la vie est le choix du métier ».

Pascal, Pensées, frag. 541⁽¹⁾

Ambiguïtés de la philosophie des mathématiques.

Qu'elles tiennent à l'extension de la notion de mathématiques.

Les pages qui suivent tiennent d'abord à la surprise que j'ai maintes fois ressentie en lisant ce que j'ai identifié comme des fragments de philosophie des mathématiques, lesquels ne sont que rarement regroupés en livres par leurs auteurs, sinon depuis le début du XX^e siècle⁽²⁾, et à peine donnés pour tels, tant est grande l'équivoque qui pèse sur cette activité de philosopher sur les mathématiques. Certes il y a d'abord l'incertitude qui affecte la nature des mathématiques dont aucune définition n'est satisfaisante, car elle paraît toujours ou trop étroite ou trop large, et l'on peut montrer, en chacune de celles qui furent proposées dans le passé, soit qu'elle enferme des activités qu'il serait difficile de tenir pour « mathématiques », soit qu'elle exclut des activités qui, incontestablement, en constituent l'essence. Kant confinait la mathématique aux limites d'une science générale de la quantité⁽³⁾, mais

(*) Professeur de philosophie, Université de Rouen.

(1) *Œuvres complètes*, éd. M. Le Guern, NRF Gallimard, Paris, 2000, p. 774.

(2) Auparavant, on trouve bien, çà et là, des *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal*, comme en fit Carnot en 1797 (Blanchard, Paris, 1970) ou l'*Essai philosophique sur les probabilités* de Laplace, publié en 1814. Le mouvement va se généraliser toutefois, moins sous la forme de livres séparés qu'inclus dans de vastes œuvres, avec les grands projets d'éducation qui sous-tendent l'utilitarisme, en particulier chez Bentham dans ce qui deviendra le VIII^e Appendice de *Chrestomathia*, et dans le *Cours de philosophie positive* d'A. Comte.

(3) Il le faisait pour des raisons fondamentales : « La forme de la connaissance mathématique est la cause qui fait que cette connaissance peut uniquement se rapporter à des *grandeurs* (*auf Quanta*). Il n'y a, en effet, que le concept de grandeur qui se laisse construire, c'est-à-dire présenter *a priori* dans l'intuition ; les qualités, au contraire, ne se laissent présenter dans aucune autre intuition que l'intuition empirique » (*Critique de la raison pure*, Quadrige/PUF, Paris, 1997, p. 494).

c'est oublier qu'elle s'occupe – déjà du temps de Kant mais, plus encore, par la suite – des qualités, des modalités, des relations. La définition cartésienne, « science de l'ordre et de la mesure » était sans doute meilleure en sa généralité, quoique beaucoup trop large car on ne voit pas comment on pourrait exclure de son domaine, contre l'aveu de Descartes lui-même, l'histoire – que le *Discours de la méthode* ne hisse pas à un très haut niveau de scientificité⁽⁴⁾ – dans la mesure où, elle aussi, met en ordre des événements, tente de leur assigner des dates et de mesurer leur durée. Mais la nature d'une activité, fût-elle scientifique, n'est pas compromise pour la simple raison qu'on ne sait pas la définir et l'on a l'impression qu'elle remplit, par son développement même, sa propre essence et qu'elle l'accomplit sans qu'aucun programme ne puisse la précéder. Il est rare que la définition d'une science par un programme, qui sera exécuté, ne soit illusoire, en mathématiques comme ailleurs, car, s'il pouvait être exécuté par celui qui le dresse ainsi devant lui en un acte créateur, il le serait la plupart du temps aussitôt, sans autre procrastination.

On conçoit que, pour parler des mathématiques ou les identifier, on a tendance à se tourner presque irrésistiblement vers leur passé. Si la notion de *mathématicien* a jamais voulu dire quelque chose de précis, il semble que, aujourd'hui, elle ne veuille plus rien dire de déterminé : on est chercheur dans un très fin secteur des mathématiques qui, vu de loin selon cette acception générale de *mathématiques*, apparaît comme insignifiante, d'autant que son utilité est ordinairement avouée comme nulle à présent⁽⁵⁾. Ainsi n'ont cessé de grandir les équivoques entre les mathématiciens et ceux qui les regardent de l'extérieur en se demandant ce que veut dire choisir un axiome ou prouver un théorème.

Qu'elles tiennent aussi aux difficultés de la notion même de philosophie, appliquée aux mathématiques.

Difficultés de la philosophie critique de style kantien.

Il y a tout aussi grave : que faut-il entendre par *philosophie des mathématiques* ? Quand on essaie d'identifier cette activité, on se trouve devant un ensemble très persistant de contradictions, souvent chez le même auteur et traversant la même œuvre. Kant, par exemple, offre, dans son projet critique, une place de choix aux mathématiques et il explique longuement pourquoi dans la préface de la *Critique de la raison pure* : il faut, pour pouvoir soumettre efficacement une science à la critique et s'en instruire, que cette science ait acquis, par une révolution subite, une

(4) « Même les histoires les plus fidèles, lit-on dans la première partie du *Discours de la méthode*, si elles ne changent ni n'augmentent la valeur des choses, pour les rendre plus dignes d'être lues, au moins en omettent-elles presque toujours les plus basses et moins illustres circonstances ; d'où vient que le reste ne paraît pas tel qu'il est... ».

(5) Qu'on lise là-dessus les premières pages du livre savoureux de P. J. Davis et de R. Hersh, qui distinguent sous une forme particulièrement amusante l'âge d'or de la production mathématique au XX^e siècle, c'est-à-dire à une époque où des milliers de théorèmes sont démontrés chaque année, de l'âge d'or de la mathématique que n'est probablement pas notre époque puisqu'on ne peut plus lire ni comprendre ce qui s'écrit sous le nom de mathématiques, même entre mathématiciens. Voir *The mathematical experience*, Londres, Penguin books, 1990.

indépendance de procédure à l'égard de la philosophie et qu'elle soit capable de s'assurer par elle-même de ses méthodes. Moins elle compte sur la philosophie pour progresser, plus elle est intéressante pour la philosophie qui s'instruit de cette résistance. Mais Kant s'instruit-il des mathématiques en sa philosophie ? N'a-t-on pas plutôt le sentiment, à lire la *Critique*, tant dans sa « Théorie transcendantale des éléments » que dans sa deuxième grande division qui est la « Théorie transcendantale de la méthode », dont la première section du premier chapitre est entièrement consacrée aux mathématiques, que la grande affaire de Kant est de mettre en place ce qu'il appelle *intuition* dans l'activité du mathématicien et de confirmer l'existence des jugements synthétiques *a priori* qui servent de fondement à l'écriture des lois en physique, c'est-à-dire qui permettent de trouver une explication du caractère mathématique de la physique moderne, celle de Galilée, sans faire d'hypothèses risquées sur la nature des choses elles-mêmes ? En d'autres termes, Kant paraît se servir de la dureté des objets et de l'indépendance des méthodes comme de miroirs pour l'activité critique qui vient buter sur eux, tandis qu'elle s'enlise dans les procédures quand il s'agit de sciences qui sont encore à la recherche de leur autonomie. L'attitude critique, dont on pouvait attendre le maximum d'ouverture à l'égard de l'objet et des méthodes des mathématiques, paraît se renverser en sa contraire, l'attitude dogmatique, qui n'apprend rien de son objet qu'elle ne connaisse déjà. En particulier, cette dureté de l'objet mathématique – J. T. Desanti l'évoquera encore tranquillement⁽⁶⁾ pour introduire l'idée, parfaitement acceptable, des mathématiques comme *science expérimentale*⁽⁷⁾ – masque une question qu'on aurait pu s'attendre à voir poser par une philosophie critique : la mathématique a-t-elle un objet ? Quel est le statut de cet objet ainsi masqué par son caractère de « dureté » ? N'est-il pas étonnant d'ailleurs que l'on donne, comme indice de criticabilité, la qualité de ne pas se laisser travailler facilement ? Il y a plus : le matériau que l'on voudrait soumettre à présent à l'analyse critique n'est-il pas devenu trop « résistant »⁽⁸⁾ pour elle en ce sens que les secteurs des mathématiques que personne ne peut plus dominer dans leur ensemble ont leurs procédures propres, qui ne doivent décidément rien à la philosophie et qui n'ont que faire d'elle ? Il semble qu'il y ait un état intermédiaire où la critique a son sens, en deçà ou au-delà duquel elle le perd totalement. La philosophie critique a aperçu le *trop peu* qui la rendait superflue ; elle n'a pas vu le *trop* qui la condamnait à une attitude à jamais dépassée.

L'intérêt inattendu de la philosophie hégélienne en mathématiques.

Une attitude contradictoire, comme la précédente, n'est pas rare et J. T. Desanti, que nous venons de citer, note avec perspicacité que Husserl, dont toute la

(6) *Le philosophe et les pouvoirs*, Calmann-Lévy, Paris, 1976, p. 187 : « Bien qu'un mathématicien n'ait d'autres " outils " qu'une pointe bic et une feuille de papier (et encore peut-il à la rigueur s'en passer : la tradition dit d'Évariste Galois qu'il travaillait " de tête ", je tiens (et je ne crois pas être le seul) les mathématiques pour une espèce de *science expérimentale*. Cela veut dire d'abord qu'on y a affaire à un matériau terriblement résistant ».

(7) *Le philosophe et les pouvoirs*, p. 187.

(8) L'affirmation de cette qualité de « dureté » ou de « résistance » ne signifie nullement que nous prenions parti en faveur de l'existence réelle des objets mathématiques et contre leur statut de fiction. Je défendrai le parti contraire.

philosophie est pénétrée de mathématiques, qui parle même du temps en termes géométriques⁽⁹⁾, sans que nul n'ait à le lui reprocher d'ailleurs, ne s'intéresse plus sous le nom de *mathématiques* qu'à une parcelle, assez arbitrairement découpée, de celles-ci quand il ne considère plus comme l'eidos de la mathématique que le concept de « multiplicité bien définie »⁽¹⁰⁾. Curieusement, c'est souvent chez les auteurs dont on pouvait craindre que leur mode de philosopher n'emporte et n'engloutisse les méthodes et les concepts du mathématicien, jugés trop extérieurs à la chose même, qu'il s'agit de penser que l'on trouve l'attitude la plus humble et la mieux à même de s'instruire d'une lecture des textes mathématiques. Hegel, dans la *Science de la Logique*, s'instruit authentiquement du calcul infinitésimal, partie non négligeable des mathématiques de son temps, qu'il rencontre comme un « moment » du même concept d'*infini* qui s'exprime en philosophie. Très sévère pour les plats usages que font de nombreuses métaphysiques du XVII^e siècle du concept d'*infini* auquel on confie pourtant l'essentiel de la tâche de prouver l'existence de Dieu, par exemple, Hegel montre, à juste titre, que le mathématicien va plus loin que le philosophe dans le travail effectif du concept d'*infini*⁽¹¹⁾, qu'il commence son ouvrage de détermination et de progression là où le philosophe semble achever le sien ; et il exige que la vraie spéculation du philosophe soit, non seulement à la mesure du travail du mathématicien, mais l'accomplisse et le dépasse. Hegel rejoint ici un sentiment que le philosophe ne peut manquer d'éprouver quand il voit directement à l'œuvre le mathématicien enseigner et chercher en sa présence ou le mathématicien du passé dont il lit un traité. Si les mathématiciens admirent parfois les philosophes qui leur semblent poser des problèmes plus « profonds » que les leurs, les philosophes ressentent, à l'inverse, la puissance d'un travail qui paraît commencer là où le leur s'achève. Parti du désert d'un problème, le mathématicien « peuple » la question, multiplie les objets, crée des constructions adventices, invente la solution, supplantant les chétives chimères de la plupart des philosophes, qui ne feraient pas grand chose des données du problème et ne produiraient pas des résultats aussi puissants que les mathématiciens, capables de mesurer la longueur d'une courbe complexe⁽¹²⁾, la surface et le volume de toutes sortes de figures tournées autour d'elles ; autrement dit, commençant et conduisant à son terme un travail qui n'est pas

(9) Comme Desanti le rappelle dans *Philosophie : un rêve de flambeur*, Variations philosophiques 2, Grasset, Paris, 1999, p. 177. « Peut-être te rappelles-tu que, lors de notre précédent entretien sur le temps, nous avons fait un bout de chemin avec Husserl, avec ses *Leçons de 1905 sur la conscience intime du temps*. Or non seulement Husserl a usé de “ diagramme ” pour représenter ce dont il entendait parler, mais il lui est arrivé d'en parler en “ géomètre ” ! ». J. T. Desanti avait consacré des entretiens avec D. A. Grisoni dans ses *Variations philosophiques I*, intitulées *Réflexions sur le temps*, Grasset, Paris, 1992.

(10) *La philosophie silencieuse ou critique des philosophies de la science*, éd. du Seuil, Paris, 1975, p. 93.

(11) *Science de la Logique*, (Aubier-Montaigne, Paris, 1972), I, I, section II, Remarque : « Dans une perspective philosophique, l'infini mathématique est important pour cette raison qu'en fait c'est le concept de l'infini véritable qui se trouve à son fondement, et qu'il se tient beaucoup plus haut que ce qu'habituellement l'on appelle l'*infini métaphysique*, à partir de quoi sont faites les objections contre le premier » (p. 237).

(12) Je veux dire : qui ne reçoit pas d'équation dans la géométrie de Descartes.

de simple ressassement des réquisits, des précautions et des prudences. Plus « technicienne », l'intelligence du mathématicien se révèle, au bout du compte, plus réelle et, souvent, plus féconde que mainte réflexion philosophique⁽¹³⁾. Simplement Hegel déplore que cette puissance ne se développe qu'à propos d'objets qui paraissent d'intérêt secondaire et ne portent pas la spéculation, sans l'aide du philosophe, à la hauteur de véritables enjeux culturels⁽¹⁴⁾. Mais le malheur est que ce n'est à coup sûr pas sur les forces de ceux dont la puissance est ordinairement supplantée par celles des mathématiciens qu'il faut compter pour un tel dépassement. On peut légitimement être inquiet, avec Hegel, devant des philosophes qui, avouant ne voir dans les mathématiques, dont ils ne cherchent à parcourir ni à traverser le moindre fragment, que de plates tautologies qui ne pensent pas, prétendent se livrer à des spéculations qui n'ont pas l'effectivité et la force de détermination de ce qu'ils sont bien forcés de mépriser ou de feindre de mépriser. Le cas de certains d'entre eux, qui dénie à « la science » toute activité de penser, est écrit dans la fable des raisins trop verts.

Ce sont là quelques inversions qui surprennent d'autant plus que les auteurs qui utilisent mal et *a contrario* la philosophie des mathématiques quand ils la posent

(13) Il semble que Kant ait partagé, de ce point de vue, la même admiration. Chacun connaît le texte célèbre de la « théorie transcendantale de la méthode » dans lequel Kant oppose le point de vue analytique et réflexif du philosophe à la construction du mathématicien dans l'intuition. « Que l'on donne à un philosophe le concept d'un triangle, et qu'on le laisse découvrir à sa manière le rapport de la somme des angles de ce triangle à l'angle droit. Il n'a rien que le concept d'une figure renfermée entre trois lignes droites, et dans cette figure le concept d'un nombre égal d'angles. Cela étant, il aura beau réfléchir sur ce concept aussi longtemps qu'il voudra, il n'en tirera rien de nouveau. Il peut analyser et éclaircir le concept de la ligne droite, ou celui d'un angle, ou celui du nombre trois, mais non pas arriver à d'autres propriétés qui ne se trouvent pas du tout dans ces concepts. Mais que le géomètre s'attaque à cette question, il commence aussitôt par construire un triangle ». Suit un exemple de démonstration qui n'a plus de valeur universelle pour un géomètre de notre temps, mais qui, déjà, n'en avait plus guère, au XVIII^e siècle, pour Gauss, né un demi-siècle après Kant. « Comme il sait que deux angles droits pris ensemble valent exactement autant que tous les angles adjacents qui peuvent être tracés à partir d'un point pris sur une ligne droite, il prolonge un côté de son triangle et obtient ainsi deux angles adjacents qui sont égaux à deux droits. Il partage enfin l'angle externe en tirant une ligne parallèle au côté opposé au triangle, et voit qu'il en résulte un angle externe adjacent qui est égal à un angle interne, etc. De cette façon, il arrive, par une chaîne d'inférences, toujours guidé par l'intuition, à une solution parfaitement évidente et en même temps universelle de la question » (*Critique de la raison pure*, p. 495). Cet exemple de la somme des angles du triangle égale à deux droits est déjà un philosophème éculé ; on le trouve déjà obsessionnellement chez Locke et l'on sait qu'il est sur le point d'exploser, précisément sous l'effet de l'imagination de mathématiciens qui inventeront d'autres géométries.

(14) Le concept d'*infini* des mathématiciens, si brillant soit-il dans ses résultats, ne peut rendre raison de lui-même et se trouve épistémologiquement enlisé dans des objections méthodiques et paralysé par des contradictions parce que la raison et le mouvement mêmes du concept lui viennent d'ailleurs : « La mathématique ne peut tirer au clair ce qu'il en va de la métaphysique de son propre concept, et par conséquent non plus de la déduction des manières de procéder que rend nécessaires l'usage de l'infini » (p. 237).

comme générale, ne laissent pas de se servir souvent remarquablement bien des mathématiques dans le détail de leur travail de philosophes et manifestent par là qu'ils ont réellement lu et pratiqué les mathématiciens⁽¹⁵⁾. Dès lors qu'est-ce-que faire, sinon de la philosophie des mathématiques, du moins un bon usage de celle-ci ?

Du bon usage de la philosophie des mathématiques ; qu'elle impose, quand elle est authentique, un contact direct avec la pratique et l'écriture des mathématiques.

Certes, cet usage ne peut commencer qu'en lisant sincèrement des traités de mathématiques ; une lecture est sincère lorsqu'elle ne se contente pas de survoler ou de sauter les démonstrations pour ne considérer que les résultats ainsi détachés – il n'est guère possible de s'en tirer à si bon compte⁽¹⁶⁾ – des raisons qui les installent, comme si l'on pouvait s'emparer de leur valeur et même simplement de leur sens, spontanément et sans les médiations de leurs raisons et de leurs preuves. S'emparer d'un texte, c'est avoir compris son ou ses résultat(s) en étant capable de les expliquer à quelqu'un d'autre. Avoir compris « en gros » ne suffit pas ou plutôt, c'est ne pas avoir compris du tout, car il faut, pour comprendre, se heurter aux innombrables petites difficultés qui parsèment un texte et les vaincre, faire les figures, les rectifier, les présenter pour qu'elles signifient ou qu'elles donnent à démontrer. On ne comprend bien que ce dont on a réellement surmonté les difficultés. C'est généralement là que se situe la pierre d'achoppement : il est difficile de convaincre des étudiants de philosophie qu'un tel investissement d'efforts, fût-il couronné de succès et atteignît-il son but sans avoir laissé trop de raisons de côté, ne soit pas une perte de temps ; comment penser autrement lorsque, ouvrant la *Géométrie* de Descartes, on voit les heures filer, tandis qu'on a franchi péniblement quelques paragraphes et qu'il reste une centaine de pages à lire de ce type de raisons « toutes simples et faciles », comme les annonce le *Discours de la méthode* ? Et pourtant le fait est là : on n'a *philosophiquement* rien compris à la clarté et à la distinction des idées, on s'est tout au plus payé de mots, tant que l'on n'a pas affronté, dans leur réalité, les longues chaînes de raisons dont parle Descartes. En comparaison des livres de mathématiques, les textes de philosophie sont traîtres parce qu'ils se donnent au bout du compte, et, passées les premières apparences, comme assez faciles à comprendre et parce qu'un imaginaire qui rêve de labeur se substitue aisément au travail effectif. Certes, il existe aussi une rhétorique mathématique, mais elle ne peut être détectée et dénoncée que si l'on s'enfoncé lointainement dans le texte. Disons-le brutalement : la *Géométrie* est obscure, complexe, difficile et décevante à celui qui vient de lire le *Discours de la méthode* et qui imagine savoir ce que c'est que la clarté, la simplicité et la facilité cartésiennes, même en croyant avoir compris que ces qualités ne sont pas pour l'entendement ce qu'elles sont pour

(15) Comment oublier que Kant a enseigné les mathématiques à l'université et que Husserl fut mathématicien avant que d'être philosophe ?

(16) On voit infailliblement, disait D'Holbach, à qui appartient un principe en regardant comment il s'en sert et comment s'en servent les autres ; et c'est bien la leçon que Leibniz tirait de son principe de contradiction ou de son principe d'identité que d'aucuns jugeaient et jugeraient inutiles et d'où il se faisait fort de déduire toutes les mathématiques.

l'imagination et les sens ; et pourtant le *Discours de la méthode* se présente comme une introduction à la *Géométrie* et à quelques autres traités. Ainsi la clarté du premier des quatre préceptes de la seconde partie du *Discours de la méthode* n'est pas, ne doit pas être autre chose que la clarté, si difficile⁽¹⁷⁾ soit-elle, de la *Géométrie*, de ce livre dont la lecture demande beaucoup d'efforts – d'autant que Descartes est loin de nous favoriser la tâche –. Et combien de livres de mathématiques ne sont-ils pas plus difficiles à lire que la *Géométrie* ? Il faut le répéter : quiconque n'a pas éprouvé, des heures et des jours durant, enrageant contre l'insuffisance de son intelligence, l'impression pénible, douloureuse et paralysante, de ne pas comprendre le traité dans lequel il essaie d'avancer, ne s'est pas instruit des mathématiques. Celles-ci constituent l'un des lieux où on distingue le plus facilement la lecture sincère de la lecture insincère et de simple survol⁽¹⁸⁾.

Qu'elle impose même qu'on mette quelque peu « la main à la pâte ».

Mais Desanti a raison : lire ne suffit pas⁽¹⁹⁾. Il faut encore essayer des petites (ou grandes) formulations, des petites machines, des petits modèles, en axiomatisant, conceptualisant, articulant et bricolant – puisque le bricolage a reçu ses lettres de noblesse dans la deuxième partie du XX^e siècle – ce qu'on se propose de penser, tour à tour réussissant et échouant. C'est à une telle réussite éclatante que nous convie, du moins un temps, Hegel avec le concept d'*infini* ; ou Husserl avec le concept de *temps* ; ou encore Desanti, qui cite l'un et l'autre et applique, jusque dans ses derniers ouvrages, la même méthode à une multitude de concepts : ceux de *groupe*, de *structure*, de *catégorie*, de *système*, de *champ*, d'*appartenance*, d'*inhérence* (d'*être dans*), de *noyau*⁽²⁰⁾. Il faut entendre *méthode* dans le sens même où l'entendait

(17) Les mots de *facile* et de *difficile*, de *simple* et de *complexe*, de *distinct* et de *confus*, seraient susceptibles du même commentaire que ceux de *clair* et d'*obscur*.

(18) Cette remarque donne lieu à un curieux paradoxe. Tous ceux qui ont philosophé sur les sciences ont dit quelque chose d'approchant, de Descartes à Desanti, en passant par Bachelard. Cela n'a pas empêché qu'on substitue à la lecture directe des mathématiques le substitut de leur philosophie et de leur histoire, comme si l'apprenti philosophe pouvait s'en satisfaire. Et même ceux qui ont mis en garde contre ce relâchement ont été lus voire répétés dans cette mise en garde, mais ils n'ont guère suscité beaucoup de passages à l'acte.

(19) *Le philosophe et les pouvoirs*, p.187 : « Il ne suffit pas de lire. Il faut s'exercer, c'est-à-dire s'efforcer de fabriquer soi-même de petits morceaux (même très élémentaires) de mathématiques. Cela est vrai même des régions en apparence les plus abstraites et les plus " vides " des mathématiques, par exemple de la logique dite " symbolique ". Essayez de démontrer à partir des axiomes usuels du calcul des propositions cette formule élémentaire $p \Rightarrow p$ (qui se dit " p implique p "). Il vous faudra mettre en œuvre toute une stratégie dans l'usage des règles de déduction et de substitution, apprendre à quelle étape il est utile d'employer telle règle. Si vous n'apprenez pas dans la pratique de telles stratégies, vous aurez d'un côté vos axiomes, de l'autre votre formule. Mais ils coexisteront éternellement sans se faire ni bien ni mal et vous ne saurez jamais si cette formule (qui vous semble évidente) peut " être déduite " des axiomes, à moins que vous l'ayez déjà obtenue par ailleurs (par la méthode des tables de vérité par exemple) et que vous n'ayez démontré (ce qui exige encore toute une stratégie) la " complétude " du calcul des propositions ». Suit l'exemple qui est celui-là même choisi par Kant pour départager le travail du mathématicien de celui du philosophe.

(20) *La philosophie : un rêve de flambeur*, p. 137 ss.

Descartes, c'est-à-dire certes comme un ensemble de règles dont on use ou que l'on suit, éventuellement après les avoir inventées, mais aussi comme une collection de préceptes dont on est soi-même l'auteur, que l'on ne saurait prétendre imposer à autrui, mais dont on ne peut que témoigner en en présentant les fruits⁽²¹⁾. Ne croyons pas que l'universalité devienne en cela défailante ; elle se révèle au contraire d'une redoutable efficacité critique lorsque Desanti met en cause, en quelques pages, dans *Le philosophe et les pouvoirs*, le « platonisme » des structuralistes⁽²²⁾, fût-il moins celui des choses intelligibles que celui des relations. Cette redoutable finesse est celle même de Hilbert lorsqu'il se propose d'inspecter la solution de deux fameux problèmes qui aboutissent aux somptueux théorèmes que l'on a appelés « de Pascal » et « de Desargues » et qu'il conclut que ces théorèmes sont faux ou, du moins, n'ont pas la généralité que ces deux auteurs du XVII^e siècle croyaient pouvoir leur attribuer.

D'une prétendue distinction entre la méthode philosophique et la méthode mathématique.

Qu'on me permette ici une parenthèse anti-kantienne. La distinction que fait Kant entre la méthode mathématique et la méthode philosophique, comme s'il n'y en avait qu'une d'un côté et de l'autre d'ailleurs, est superficielle : d'une part, l'usage des mathématiques dans le traitement d'un concept se révèle d'une redoutable efficacité critique et fort économique si on considère le nombre de signes qu'elle requiert ; d'autre part, il est faux de dire que la philosophie ne construit pas ses objets : elle ne cesse de le faire avec ni plus ni moins de liberté que la mathématique, tout simplement parce qu'elle n'est pas moins qu'elle en position d'expérimenter et qu'elle ne copie pas l'expérience davantage qu'elle. Le relatif échec de Carnap lorsqu'il construit un aspect de la perception, soit l'attribution de couleurs à des points de l'espace, ne tient pas à ce qu'il construit ce qui devrait être laissé à l'état réflexif, mais à ce que la construction fait plutôt apparaître la nécessité de raffinements, de compléments, de constructions de niveau supérieur que Carnap n'a pas effectués, mais dont il a laissé à d'autres le soin de s'occuper.

(21) Qu'on relise pour s'en assurer le célèbre alinéa de la première partie du *Discours de la méthode* : « Mon dessein n'est pas d'enseigner ici la méthode que chacun doit suivre pour bien conduire sa raison, mais seulement de faire voir en quelle sorte j'ai tâché de conduire la mienne. [...] Ne proposant cet écrit que comme une histoire, ou, si vous l'aimez mieux, que comme une fable, en laquelle, parmi quelques exemples qu'on peut imiter, on en trouvera peut-être aussi plusieurs autres qu'on aura raison de ne pas suivre, j'espère qu'il sera utile à quelques-uns, sans être nuisible à personne, et que tous me sauront gré de ma franchise ».

(22) *Le philosophe et les pouvoirs*, p. 123 : « Vous voyez où je veux en venir : à ceci que le mot " structure " ne désigne pas, dans la pratique mathématique, une " réalité cachée derrière les apparences ", un " en-soi " qui appartiendrait à un monde éternel et suprasensible. Les " structures " sont édifiées dans un ensemble de procédures que le mathématicien produit en vue de répondre à une question de cette espèce : " Comment définir avec précision l'objet de généralité maximale permettant d'unifier tout un champ de théorèmes et d'en obtenir d'autres ? " ».

Que l'on peut s'instruire en philosophe d'une lecture des mathématiques.

On voit aussi, par là même, que l'on aurait grand tort de borner l'intérêt des mathématiques en philosophie à quelques concepts arbitrairement déterminés parce qu'on croit, pour de bonnes et de mauvaises raisons, que les mathématiques permettent seulement de penser la *quantité*, la *limite*, la *structure*, le *groupe*, et quelques autres notions. En réalité, les mathématiques permettent une pensée du *temps*, de l'*événement*, de la *qualité*, de la *modalité*, de l'*existence*, de la *sensation*. L'histoire offre de multiples exemples de ce genre et il est étonnant que, avec une raideur stéréotypée, on feigne encore souvent de croire que les mathématiques et leur usage ne sont limités qu'à quelques secteurs où la philosophie critique les aurait à jamais cantonnés. Il faut s'efforcer de briser ces frontières artificieuses qui relèvent plus de phénomènes de pouvoir que d'un authentique savoir en prenant quelques exemples volontairement polémiques. Mais il faut préalablement essayer de démêler ce qu'on entend et ce qu'il faut entendre par *philosophie des mathématiques*.

Oppositions concernant les façons dont les mathématiques se conçoivent elles-mêmes ; oppositions concernant les philosophies qui prennent pour objet les mathématiques. Distinction des unes et des autres.

L'expression *philosophie des mathématiques* est d'abord, par son génitif, aussi équivoque que celle de *philosophie des passions* et de la même façon qu'elle. Elle peut désigner la philosophie qui se rapporte aux mathématiques en les prenant pour objet d'études, mais aussi la philosophie qui est produite par les mathématiques dont elle est issue⁽²³⁾. Car, comme les passions ont leur philosophie et même comme chacune d'elles a la sienne, de telle sorte que l'on paraisse n'avoir qu'à la recueillir, les mathématiques suscitent elles aussi des philosophies plus ou moins implicites. Chaque problème paraît s'entourer d'une idéologie particulière et, s'il existe plusieurs façons de le résoudre – ce qui est souvent le cas en mathématiques –, chacune de ces solutions suscite une idéologie spécifique dont elle paraît relever. Le jeu de ces idéologies est complexe, car, selon le degré et le mode d'implication de tel ou tel dans une activité qu'elles expriment, elles n'apparaissent pas nécessairement à l'un comme elles apparaissent à l'autre. Tel semble platonicien à l'un qui ne s'apparaît pas tel à lui-même. « Nul ne dit cartésien que ceux qui ne le sont pas » : la fameuse formule de Pascal⁽²⁴⁾ s'entend aussi bien en mathématiques qu'en philosophie. Car on peut prendre « position » ou « parti » en mathématiques, comme on peut le faire en philosophie ; certes, les philosophes aident bien à les détecter, appelant « platonisme » ou « anti-platonisme » telle ou telle position déterminée, sans toujours que Platon ait grand chose à voir dans la question d'ailleurs ; mais les

(23) L'expression *histoire des mathématiques* est, comme nous le verrons, presque aussi équivoque : elle peut signifier tout autant que l'on applique les méthodes de l'histoire à un objet privilégié ou que cet « objet » exprime de lui-même une temporalité, voire qu'on lui fantasmé, du point de vue des besoins de notre présent, un découpage et une diachronie particulière.

(24) Qu'on peut lire ainsi chez Brunschvicg mais que les spécialistes de Pascal ont rendue un peu suspecte. Les dix-septiémistes modernes préfèrent, à notre grand dam, lire ainsi la formule : « Nul ne dit courtisan que ceux qui ne le sont pas ».

mathématiciens en détectent eux-mêmes dans leur propre travail. Il existe, chez les mathématiciens, aussi sensiblement qu'en philosophie, des prises de parti idéologiques particulièrement voyantes, quoiqu'elles soient imperceptibles au profane, quand il s'agit de savoir, pour un professeur, au sein d'un cours, ce qu'on l'autorise ou ce qu'il s'autorise à dire aux élèves, ce qu'on leur permet ou ne leur permet pas d'écrire, lors d'un examen par exemple, ou ce que lui tolère ou ne tolère pas dans sa classe, comment interpréter un programme d'études ou telle modification qui résulte de l'ajout ou du retrait, par quelque commission ministérielle, de telle ou telle question ; ces positions pointilleuses sont tout aussi sensibles quoique beaucoup moins visibles, moins directement politiques quand, par exemple, le mathématicien prend parti en faveur des probabilités subjectives ou contre elles. « On est bayésien » disait, au sein de son séminaire d'histoire des probabilités, avec cet humour inimitable qu'on lui connaît dans ses livres, G. Th. Guilbaud⁽²⁵⁾ ; comme on dit qu'on est *marxiste* ou de sensibilité *libérale* en politique, il signifiait par là qu'il y a des partis, des partis pris, des convictions où la volonté intervient autant que l'entendement et tranche en dernier ressort dans la science même parce qu'il n'y a pas, en définitive, de bonnes raisons pour pencher d'un côté plus que d'un autre⁽²⁶⁾. Il y aurait en mathématiques des approches qui ne seraient pas plus réductibles par la science même que les clivages politiques par la science politique, s'il en est une. J'insiste : *dans la science elle-même* ; car on n'est pas bayésien comme on est « platonicien » ou « antiplatonicien ». Le platonisme est une position ontologique qui n'affecte pas la façon dont on fait des mathématiques, alors que l'approche « subjectiviste » d'un bayésien, en probabilité, n'est pas l'approche « objectiviste » d'un partisan de Fischer. Les choix ne sont pas tous justifiés rationnellement dans les pratiques réputées compter parmi les plus rigoureuses et l'on serait bien en peine de rendre compte par la raison de tous ceux que l'on fait, non sans y penser pleinement pourtant, dans l'univers symbolique des sciences où les affrontements idéologiques ne sont pas tous des choix politiques, sociaux, économiques, des stratégies universitaires, syndicales, carriéristes, déguisés en théories.

Du nom des théorèmes, des règles, des axiomes et des concepts.

Sans doute finissent-ils tous par connaître ces formes, par la force des choses ; mais ils prennent aussi des formes plus subtiles et, parmi ces choix-là, j'examinerai particulièrement la façon dont les mathématiciens désignent leurs axiomes, règles, lois et théorèmes qu'on aurait grand tort de qualifier légèrement d'arbitraires. Je montrerai qu'il n'est pas fortuit que Hilbert, dans les *Fondements de la géométrie* de 1899, parle du *théorème de Desargues* ou du *théorème de Pascal*, manifestant à sa façon des étapes du savoir qu'il est en train de dépasser et introduisant une historicité, d'ailleurs fictive, dans son travail d'exhibition synchrone qui débusque les

(25) Ses *Leçons d'à peu près* feraient aimer les mathématiques à ceux qui leur sont d'emblée le plus fermés ; du moins, leur donneraient-elles la nostalgie d'une terre où ils n'ont pas su correctement voyager.

(26) J'essaierai de montrer que le mathématicien et le philosophe des mathématiques se trouvent encore souvent dans cette situation-là, si tant est que l'on puisse rêver de lui mettre un terme, d'ailleurs.

axiomes plus ou moins latents que Desargues et Pascal avaient supposés dans leur « solution » apportée à deux problèmes auxquels s'intéressent les *Grundlagen*. On ferait un travail d'historien très utile et très délicat en s'efforçant de montrer quand et pour quelles raisons un théorème s'est appelé *théorème de Pythagore*, quand ce qu'on a appelé *axiome d'Euclide* est devenu l'*axiome d'Archimède*, pourquoi Laplace appelle sa propre loi des probabilités des causes la *règle de Bayes* qui, comme auteur publié par Price d'un *Essai en vue de résoudre un problème de la doctrine des chances*, ne dit pas du tout ce qu'il lui fait dire. Il serait temps d'inspecter systématiquement cette logique du « faire dire » par quelqu'un d'autre ce qu'on a envie de dire soi-même. Ce travail entrepris par petites touches – on sait, par exemple, quand le nombre π s'est appelé π – ne l'a encore jamais été méthodiquement. Le jeu de renvois entre la langue symbolique, qui paraît ne concerner que l'essence de ce qui est démontré, et la langue vernaculaire, qui scande cette essence tout autrement, est extrêmement important, précisément pour souligner ce qui est essentiel et nouveau dans les découvertes des *Grundlagen* ; mais le contrepoint de langue vernaculaire provoque aussi un effet très étrange sur ce qui est soutenu dans une langue plus symbolique, laquelle vaut pour des positions synchroniques par ailleurs : il crée une sorte d'équivoque, où l'on ne sait plus quelle est la position qui est l'idéologie de l'autre et constitue ainsi des « partis » mathématiques.

On comprend ce qui a constamment poussé à différer ce genre de recherches sur le nom des concepts, des axiomes et des théorèmes, outre le caractère méticuleux et infiniment scrupuleux des investigations qu'il impose : il va à l'encontre du mouvement de la science. Il engendre des tracas que le mouvement général du savoir tend à dissoudre. Ainsi peut-on, au XVII^e siècle, utiliser les outils mis en place par Cavalieri et accepter un calcul sur les indivisibles ou refuser la méthode et la chose et se livrer à mille finesses pour donner à leurs équivalents le statut de différentielles, de fluxions, de vitesse instantanée ou de taux de changement ; le fait est là : le mathématicien se sert des indivisibles ou de leurs équivalents, dès lors qu'ils lui sont utiles pour résoudre ses problèmes, quelles que soient les interprétations dont il prétend avoir besoin pour se donner le droit de les accepter. Tout se passe comme si, entre les multiples interprétations qui tiraillent un domaine, une méthode, un type de problème, en tout sens et dont aucune n'est, à elle seule, décisive, un centre de gravité apparaît qui indique et force un chemin, lequel sera bien vite abandonné dès lors qu'un autre chemin pourra être parcouru sans présenter les inconvénients du premier. C'est ainsi que les oppositions idéologiques, partout présentes en mathématiques, aussi présentes en tout cas qu'en philosophie, paraissent toutefois moins peser en celles-là qu'en celle-ci, car l'instrumentalité des notions qui apparaissent au cœur de ces oppositions a tôt fait de mettre telle ou telle interprétation, voire chacune d'elles, en porte-à-faux par rapport au mouvement général. Les mathématiques se moquent de la philosophie, y compris de celle qu'elles secrètent en apparence spontanément et qu'elles ploient en tout sens au besoin. Mais, comme la vraie philosophie se moque de la philosophie, quand les mathématiques se moquent de leur propre philosophie, cela ne veut pas dire qu'elles n'en aient pas une, plus ou moins inaperçue, et qu'elles n'intéressent pas la philosophie, la vraie.

Distinction des philosophies internes et des philosophies externes aux mathématiques.

Ce n'est désormais plus de ces philosophies internes que je veux parler ; il existe d'autres types de philosophie qui se portent, selon toutes sortes de modes et de degrés d'éloignement, vers les mathématiques, depuis les plus extérieurs jusqu'à ceux qui sont très proches des positions que je viens de considérer brièvement. On peut classer en deux grandes directions, combinées de toutes les façons en fonction de la force qui les emprunte, les philosophies qui, s'intéressant aux mathématiques, se portent vers elles de l'extérieur : ou elles en font l'*épistémologie* ; ou elles en font la *métaphysique*. Certes, les auteurs, au sein de la même œuvre, parfois presque dans le même temps, peuvent se livrer aux deux activités ; il n'empêche qu'on puisse distinguer *in abstracto* une inspection qui, sous le nom d'*épistémologie*, vise à repérer les opérations et les procédés du mathématicien, de la considération, appelée *métaphysique*, du mode d'existence des objets mathématiques, de leur réalité ou de leur relation avec la réalité. Les *Analytiques seconds* d'Aristote, voire, dans sa *Métaphysique*, les passages où, par exemple, l'idée platonicienne de *nombre* se trouve critiquée, relèvent nettement de la première catégorie. Il en va de même, du moins en droit, de la philosophie critique de Kant, de la phénoménologie husserlienne et de la pratique de Desanti, par exemple. En revanche, Bergson adopte une attitude résolument métaphysique, lorsqu'il s'intéresse au lien qui unit intimement l'intelligence à la matière, par l'intermédiaire des mathématiques⁽²⁷⁾. Curieusement, on pourrait qualifier aussi de métaphysique, dans le même sens quoique de façons très différentes, l'attitude de Lacan et celle d'Harsanyi, lorsque le premier finit par identifier, après Freud, le système psychique à une structure topologique⁽²⁸⁾, et que le second court-circuite de même le discours critique étroitement épistémologique, identifiant le social à des sortes de sommation de choix de structure bayésienne⁽²⁹⁾. L'attitude de Platon est nettement métaphysique lorsque,

(27) Il le montre bien lors de sa « Discussion à la Société Française de philosophie », le 28 novembre 1907, (in *Mélanges*, PUF, Paris, 1972, p. 747) : « Qu'ai-je dit des mathématiques ? Que, si grande qu'y soit la part de l'imagination créatrice, elles ne perdent jamais de vue l'espace et la matière, que la matière et l'espace sont d'ailleurs des réalités, que la matière est " lestée de géométrie ", que les mathématiques, par conséquent, ne sont point du tout un jeu, mais une véritable prise de contact avec l'absolu ». Plus loin, p. 823 des mêmes *Mélanges*, il ajoute que « notre intelligence est accordée sur la matière et que notre physique atteint en droit, sinon en fait, la réalité absolue ». Dans *L'évolution créatrice, Œuvres*, PUF, Paris, 1959, Bergson disait : « Il ne faut pas oublier que notre intelligence, qui constate cet ordre et qui l'admire, est dirigée dans le sens même du mouvement qui aboutit à la matérialité et à la spontanéité de son objet » (p. 672). Voir aussi p. 532.

(28) « La topologie, c'est la structure » (cité par J. Granon-Lafont, *La topologie ordinaire de Jacques Lacan*, Point hors ligne, Paris, 1986, p. 48).

(29) Harsanyi J.C. & R. Selten, *A general theory of equilibrium selection in games*, The MIT Press, Cambridge, Londres, 1988 : " Since in noncooperative games, agreements are not enforceable, rational players will always choose a strategy combination that is self-stabilizing in the sense that the players will have some incentive to abide by a strategy combination (or at least will have no incentive not to do so) if they expect all other players to abide by it. Mathematically this means that they will always choose a strategy combination with the

dans le *Ménon*, il prétend s'appuyer sur une recherche mathématique – celle de la duplication de la surface du carré – pour établir quelque preuve de l'autonomie, à la fois idéale et existentielle, de l'âme ; l'est plus encore celle de Leibniz, qui se sert du même texte contre l'empirisme de Locke : les mathématiques ne sont dès lors plus invoquées que comme un prétexte au service des idées *a priori* (que Leibniz appelle *innées*), lesquelles sont moins établies grâce à elles que cautionnées ou plus ou moins partiellement garanties par leur moyen. On peut se demander ce que ces philosophes, sûrs à l'avance de leur thèse en faveur de la réminiscence et de l'immortalité de l'âme pour l'un, de son engagement en faveur du rationalisme de l'innéité pour l'autre⁽³⁰⁾, viennent chercher auprès des mathématiques qu'ils n'eussent pu obtenir sans elles. Qu'attendent-ils de l'autorité d'une discipline dont ils n'usent, pour obtenir ce gain que de l'extérieur, en miroir, et sans véritablement s'en instruire ? Le comble de l'extériorité abstraite est atteint par Alain, qui invoque les mathématiques, généralement dans les termes de Platon, sans jamais qu'on sache de quelles mathématiques il s'agit, puisque des allusions à É. Galois ou à H. Poincaré viennent impromptu émailler le propos⁽³¹⁾, comme si Platon pouvait avoir quelque chose de cet ordre en tête au moment où il fait parler Socrate et fait inscrire au fronton de son université : « nul n'entre ici s'il n'est géomètre ». La fonction idéologique de l'invocation des mathématiques ne fait donc aucun doute, dans ce dernier cas comme dans les précédents, et elle doit être inspectée, d'autant qu'il n'est pas sûr que – en dépit du caractère très allusif des références et des appels à la rigueur – elle n'ait pas joué un rôle mythique et religieux dans la pensée de ce grand défenseur des valeurs républicaines du début du XX^e siècle.

Fonctions idéologiques de l'invocation des mathématiques par les philosophes et par les mathématiciens.

Le problème est délicat, car il arrive que des auteurs, tout à fait sûrs de leur thèse métaphysique, utilisent l'épistémologie comme une arme à son service avec une incroyable finesse : c'est le cas de Berkeley qui pointe, dans le calcul infinitésimal de son temps, d'incontestables approximations, tout à fait inadmissibles du point de vue de l'idéal de rigueur arboré par les mathématiques, et qui prétend découvrir, dans la stratégie utilitariste de mathématiciens qui n'ont plus qu'en apparence le souci du vrai, puisqu'ils se livrent en réalité à sa subversion systématique, l'une des sources du matérialisme. Sans admettre la moralisation berkeleyenne, ni sa façon de mettre à l'index les textes qu'il dénonce sous l'angle métaphysique et théologique, on peut néanmoins reconnaître que son diagnostic est juste et approprié lorsqu'il saisit, dans ce secteur finement délimité des mathématiques, les positions de transcendance par lesquelles l'esprit se piège et se contredit en imaginant un vis-à-vis indépendant de

property that every player's strategy is a best reply to all other player's strategies. A strategy combination with this property is called an equilibrium (point) » (p. 3).

(30) Voire de la simple certitude qu'il est pertinent d'opposer ce rationalisme innéiste à l'empirisme, alors même que l'auteur qui la défend donnait si facilement des leçons de découpage à ses contemporains qu'il accusait volontiers de saccager les contenus plutôt que d'en suivre les jointures véritables.

(31) En avouant parfois loyalement qu'il ne comprend pas leurs travaux ou, du moins, qu'il n'en saisit pas le détail.

ses idées et notions. C'est en débusquant les secrets de fabrication d'un esprit qui voudrait tenir cachés les ressorts de la transcendance que Berkeley met en évidence une fausse métaphysique dans laquelle les idées paraissent dérivées de la matière, par une double illusion spéculaire : celle de la copie et celle de la position par l'esprit d'une matière hors de lui-même. Si discutable que soit la finalité des objections de l'auteur, on ne saurait mettre en question la pertinence de sa démarche.

En revanche, je suis plus circonspect sur des façons de procéder assez imprudentes adoptées aujourd'hui par tel ou tel qui, sûr de sa compétence et de sa notoriété obtenues en mathématiques, se sert de celles-ci ès qualité, non seulement pour relever les défauts de l'enseignement que l'on fait de nos jours de cette discipline (ce pour quoi il est qualifié), mais aussi pour critiquer le déterminisme, l'importance des mathématiques dans les autres sciences, avec une ardeur polémique égale à laquelle ne paraît pourtant pas donner droit la possession – fût-elle incontestable – d'une partie seulement des données du problème. La maîtrise remarquable du calcul des probabilités donne-t-elle au mathématicien un titre supérieur à celui du biologiste ou du sociologue pour savoir comment s'en servir en biologie ou en sociologie ? Le problème se pose sans doute à présent bien différemment qu'au XVIII^e siècle chez Hume ou, au XIX^e, chez Bentham, par exemple, qui voyaient la limite du calcul des probabilités dans la ressemblance des cas dont l'expérience seule permettait la décision⁽³²⁾. À supposer que les mathématiques permettent de parfaire une partie de notre maîtrise de la ressemblance, à supposer même qu'elles révèlent l'essence de l'expérience bien au-delà de ce qu'on imagine ordinairement, elles ne sauraient donner le droit au mathématicien de faire seul la leçon au biologiste ou au sociologue sur leur propre terrain.

Mais, sans vouloir suggérer qu'il y a, chez les mathématiciens, moins d'orgueilleux que chez les auteurs des autres disciplines, il faut se garder de n'attaquer que la suffisance, laquelle est l'indice d'un phénomène plus profond, qui ne fait qu'apparaître sous la forme d'une subjectivité passionnelle. En réalité, la production de concepts mathématiques, fussent-ils dépourvus de sens immédiatement énonçables dans la langue vernaculaire, paraît créer, chez ceux qui savent s'en servir, une sorte de « plus-value », qui s'exprime en un « plus de réflexion » irrépressible, qu'il prenne la forme de l'histoire ou de la philosophie. On voit fleurir, sous la plume de mathématiciens, de multiples ouvrages, qui ressemblent à des livres d'histoire ou à des livres de philosophie, que leurs auteurs justifient par leur propre compétence en mathématiques ; mais qui ont plutôt quelque chose à voir avec cette espèce de « surplus de jouissance » dont parle Lacan au-delà de la pure mécanique tournoyante des signifiants. Il ne faut pas nécessairement appeler *philosophie* ou *histoire* ce surplus de jouissance qui apparaît dans la machine conceptuelle du mathématicien. Machiavel suggérait sagement qu'il n'était pas bon que les princes écrivent sur le gouvernement et que c'était sans doute ceux qui ne l'exercent pas qui avaient, de ce point de vue, le meilleur coup d'œil : on pourrait en tirer quelque leçon pour notre sujet.

(32) Le mathématicien des probabilités se donne cette ressemblance d'un trait de plume pour continuer ses démonstrations.

Des tâches nouvelles ou des héritages nouvellement découverts en philosophie des mathématiques.

Les tâches qui pourraient être entreprises sous le titre de *philosophie des mathématiques* m'apparaissent, pour simplifier, de trois ordres.

La *première* est de chercher à faire un bilan de ces entrecroisements, plus ou moins stables, plus ou moins stéréotypés, qui semblent insolubles et seulement voués au parti pris. La *seconde* est de montrer résolument les innombrables façons dont on peut s'instruire philosophiquement des mathématiques ; nous sommes devancés, sur ce terrain et dans cette pratique, par d'illustres modèles tels que Leibniz qui, en virtuose, convie dans ses textes les exemples mathématiques qui font remarquablement progresser les analyses⁽³³⁾ ; tels aussi que Hegel et Desanti, dont je viens de parler. L'art est alors de se servir réellement des mathématiques, d'entrer dans leur contenu, de pénétrer les techniques mêmes de preuve pour qu'un concept soit philosophiquement changé par ce passage. Je m'attarderai davantage sur la *troisième* tâche, la plus délicate, que nous énoncerons de façon elliptique.

Les chances d'une théorie des fictions : quelques terres nouvelles en philosophie des mathématiques ?

Il s'agit, en effet, de se demander ce que pourrait valoir, sur le terrain de la réflexion concernant les mathématiques, une théorie des fictions pour rendre compte de leurs objets et de leurs actes. La notion de *fiction* est sans doute l'une de celles qui permettent le mieux d'exprimer les aspects critiques, constructifs, idéologiques et conceptuels, imaginaires et symboliques des mathématiques, dans leur diversité et leur articulation. Certes, on pourra nous accuser de céder à une attitude que nous avons récusée chez les autres : celle de roder une philosophie des fictions sur le terrain des mathématiques, sans réellement « mordre » sur elles et en ne nous servant d'elles que comme de simple alibi. À cette objection, et avant que cette philosophie des fictions en mathématiques ne soit construite, on peut déjà faire deux réponses préalables.

Comment hériter de l'apport de Bentham.

En premier lieu, c'est chez Bentham, le fondateur de la théorie des fictions⁽³⁴⁾, que j'ai trouvé les pages les plus suggestives et les plus programmatiques concernant les mathématiques. Elles se lisent à la fin de *Chrestomathia* et l'on ne peut manquer de poser la question de savoir pourquoi cette façon de rendre compte des mathématiques et de les interroger a été abandonnée, alors que les mathématiciens eux-mêmes ont si souvent et si intelligemment parlé de leurs fictions pour leur donner un statut comparable, c'est-à-dire non pas seulement critique, mais aussi

(33) Comment n'admirerait-on pas la façon dont Leibniz se sert des façons de comprendre les rapports et les proportions pour faire entendre la notion d'*espace* en ce qu'elle a de fictif et de nominal ? Pourrait-on convaincre aussi bien de ces caractères sans l'appui décisif et original des mathématiques ?

(34) Comme l'ont bien reconnu Ogden, Benveniste, puis Lacan qui a vu en elle une cheville essentielle pour articuler le symbolique, l'imaginaire et le réel ; et, en tout cas, pour dépasser une conception superficielle et sans intérêt de l'utilitarisme.

positif, à celui que leur donne Bentham⁽³⁵⁾. À la jointure de l'aspect critique des idéologies et de la volonté de construire, les fictions paraissent avoir trouvé leur terrain de prédilection en mathématiques mêmes, c'est-à-dire sur celui où s'achève majestueusement le projet d'éducation de *Chrestomathia*. Le lien qui paraît exister entre les mathématiques et les autres aspects culturels dont elles sont solidaires réside peut-être dans la même façon de se rapporter à leur objet que l'affectivité, qui ne se rapporte pas directement à des phénomènes, mais à des objets dissimulés derrière eux. « Passion calculates » disait Bentham. Il est certainement un avenir pour cette notion de *fiction*, mais la seule façon de le démontrer est d'écrire cette philosophie et de savoir hériter, *mutatis mutandis*, de quelques centaines de pages écrites au début du XIX^e siècle.

Les apports de Balaguer, Field et Desanti.

Or, *en second lieu*, je vois jaillir, au fil de mes lectures d'épistémologues, de penseurs et de logiciens attentifs à ce qui se passe en mathématiques, dans certaines de leurs parties au moins, sous des formes diverses, le thème des fictions, suscitant le désir et le projet d'unifier ces recherches si, comme je le crois, elles sont susceptibles de commensurabilité. C'est ainsi que l'on voit M. Balaguer achever son livre sur une conception qu'il appelle « fictionaliste » des mathématiques, à laquelle – quoiqu'il n'y adhère pas lui-même⁽³⁶⁾ et qu'il s'abrite derrière H. H. Field pour en considérer la position – il apporte le maximum de plausibilité, en faisant d'elle la position la plus défendable de l'antiplatonisme, lequel récuse l'idée de l'existence en soi d'un objet détachable des discours que l'on tient « sur » lui. C'est ainsi que l'on voit J. T. Desanti élever à la hauteur d'un concept, dans un tout autre sens que le sens logique, une notion que Bentham eût sans doute versé au compte des fictions : le concept de noyau tel qu'il apparaît dans les dernières pages du chapitre sur les cartes du jeu dans *Philosophie : un rêve de flambeur*⁽³⁷⁾. Dans ce texte, Desanti montre en quoi consiste l'intersubjectivité complexe de notre façon d'habiter le monde culturel : nous y sommes provisoirement par notre corps dont la vie est tendue par les ombres de ceux qui ne sont plus et n'existent plus que par les signes de leurs œuvres, nous sommant de réactiver ces textes que leurs auteurs ne défendent plus avant de devenir soi-même une de ces ombres pour ceux qui sont encore à venir ; signifiants pour d'autres signifiants, inlassablement, comme si la vie de la culture n'était qu'un songe.

(35) Je pense, bien entendu, à Descartes, à Pascal et à Leibniz qui, tous trois, ont défendu la fonction irremplaçable de la fausseté de la fiction pour obtenir paradoxalement une vérité.

(36) Il refuse, en effet, de « déclarer, avec les fictionalistes qu'il n'existe pas d'objets mathématiques (ou que nos théories mathématiques ne sont pas vraies) » (p. 179). Il aurait pu convenir, de façon très lacanienne, que les mathématiques ne sont pas sans objet, à la façon dont l'auteur du *Séminaire sur l'angoisse* dit que cet affect « n'est pas sans objet ».

(37) p. 137. Nous appelons ici noyau une façon de nouer entre eux des concepts de façon non conceptuelle. C'est ainsi que les notions d'*arbre*, avec ses *branches* et ses *racines*, de *balance*, d'*échelle*, de *pavage*, de *quadrillage*, de *découpage*, etc. trament de leur matérialité quasi métaphorique les plus subtiles et les plus abstraites des démonstrations.

Je crois que cette idée de Desanti doit être entendue programmatiquement, c'est-à-dire être soutenue concept par concept, puisque aucun d'entre eux n'organise le « noyau » de la même façon. La tâche qui consiste, pour chaque concept, à présenter le noyau qui le sous-tend, n'est pas infaisable et l'on peut dire qu'elle a été commencée par bribes ; elle implique, pour être conduite, deux choses. D'abord, que l'on renonce à une philosophie du corps vers laquelle revenait dangereusement J. T. Desanti à la fin de son œuvre, alors même qu'il nous avait si bien appris à rompre avec les simplifications de la phénoménologie de Husserl et de Merleau-Ponty. Le corps, avec son cortège de métaphores « charnelles », permet une synthèse illusoire obtenue à bon marché ; il masque les schèmes linguistiques qui accompagnent et trament les concepts, empêchant de voir leur pluralité, éventuellement leur articulation. Ensuite, pour faire le relevé de ces schèmes que l'on a détectés, il faut distinguer l'articulation conceptuelle de l'articulation linguistique qui l'accompagne et voir comment ce que nous appelons les schèmes, qui existent par le langage, scande, selon une logique et des lois propres, le concept. L'une des tâches essentielles de la philosophie pourrait être désormais de présenter l'ensemble de ces schèmes et leur articulation ; on apercevrait aussitôt que ces schèmes sont loin de se croiser uniquement en ce point que Desanti désignait de plus en plus manifestement⁽³⁸⁾ et, probablement, de façon exagérée, par le corps. On rendrait difficilement compte du *trust*, du *contrat* ou du pari (*wagering*) qui sont les schèmes bayesiens des probabilités, en se contentant d'une allusion au corps, fût-ce avec toutes les précautions qui en font un objet éminemment culturel ou la médiation nécessaire de toutes les activités techniques.

Les germes pascaliens et la contribution de G. G. Granger.

On recevait, dans cette tâche, outre l'aide fondatrice de Bentham qui, dans *Chrestomathia*, ne couvre qu'une petite partie du champ des mathématiques, même si l'ouvrage contient, à nos yeux, les fragiles germes de l'idée que je cherche à développer, et celle de Pascal qui, à ma connaissance, ouvre la première liste non exhaustive des schèmes qui structurent l'univers culturel et déterminent les « introjections » qui constituent l'esprit d'un être dépourvu de nature⁽³⁹⁾, une double

(38) Ce qui apparaît, quand on déploie le fil entier des œuvres, c'est que le corps – parfaitement reconnu dans les dernières œuvres – était présent, sans que cette présence ne soit clairement avouée dans les précédentes. Il est frappant que Desanti ne répond pas à B. Barret-Kriegel lorsque celle-ci remarque l'action des schèmes physiques de la mendication, de l'absorption dans *La philosophie silencieuse* et qui, selon son auteur, jouent un rôle essentiel dans la philosophie mathématique.

(39) Quand un être n'a pas de nature, il lui faut bien chercher à s'identifier imaginativement à toutes sortes d'objets naturels et techniques, qu'il trouve ou qu'il fait lui-même. Il est tout à fait étrange qu'aucune activité intellectuelle ne s'exerce sans le développement d'une activité métaphorique qui, pour être plus simple, n'en est pas moins efficace. À titre d'indication, je vous livre le fragment des *Pensées* qui fait cet inventaire, avec un souci plus théologique qu'épistémologique, il est vrai : « La vraie nature étant perdue, tout devient sa nature ; comme le véritable bien étant perdu, tout devient son véritable bien [...]. Il n'y a rien dans la nature qui n'ait été capable de lui en tenir la place : astres, ciel, terre, éléments, plantes, choux, poireaux, animaux, insectes, veaux, serpents, fièvre, peste, guerre, famine, vices, adultère,

sollicitation provenant, d'une part, de l'idée de « jeux de langage » que l'on trouverait, selon Wittgenstein, au fondement des mathématiques, d'autre part, de l'idée de « style » que G. G. Granger a imposée dans son *Essai de philosophie du style* – quoique la récente réédition du texte n'apporte pas les modifications et les extensions auxquelles on pouvait légitimement s'attendre. Dans le sillage de Wittgenstein, on pourrait montrer que les langues vernaculaires, dont la syntaxe, la grammaire et la sémantique sont contingentes, ne sont pourtant pas sans importance pour structurer des champs entiers des mathématiques ; à la suite de G. G. Granger, montrer quel genre de compléments on pourrait ajouter à la liste des styles déjà répertoriés par l'auteur de l'Essai, tout en préconisant le retour que l'auteur ne pouvait pas envisager lui-même, à un point de vue qui laisserait apercevoir comment s'articulent les mathématiques et la littérature.

L'intérêt de la notion de *fiction*.

Ces tâches très diverses, à première vue hétéroclites, qu'en son temps Aristote eût versées au compte de la *dialectique*, reviennent aujourd'hui à une philosophie des fictions qui a, peut-être, sans bruit, effectué de ce point de vue une révolution d'envergure il y a deux siècles. Il faudrait alors expliquer pourquoi cette philosophie des fictions, si du moins il n'est pas anachronique de la réveiller à nouveau sur le terrain des mathématiques où nous la trouvons si finement pratiquée et de leur philosophie, où elle est plus ou moins implicitement pensée et où il faudra bien qu'elle soit systématisée, est restée ainsi à ce point silencieuse. Si la question de ce réveil peut, à nouveau, se poser aujourd'hui, c'est parce que les grandes philosophies, qui ont, depuis plus de deux siècles, pris en charge les mathématiques, avec le souci d'en rendre compte – la philosophie critique dans sa version kantienne, l'hégélianisme, la phénoménologie husserlienne, un certain matérialisme marxiste et quelques autres –, ont montré leurs limites. La notion de *fiction* qui, pour rendre compte des concepts, accepte leurs relatives contradictions, n'exige pas leur pureté en les isolant, par une analyse abstraite, des autres valeurs culturelles, ne s'effarouche pas de leur historicité, s'inscrit-elle dans la longue durée, se contente d'un accord général plutôt que d'une universalité prétendument rigoureuse, nous paraît ouvrir une piste que la philosophie pourrait explorer dans son observation des objets et des actes des mathématiques.

inceste » (Brunschvicg, frag. 378). La liste n'est pas dressée sans humour et elle est évidemment incomplète ; mais cette incomplétude n'est pas plus scandaleuse que celle qui affecte la liste des idées innées chez Descartes. Sans avoir le même souci théologique que Pascal, il m'apparaît important d'entreprendre la liste des objets qui, d'un organe comme la main à toutes sortes d'outils et de machines, trament nos activités conceptuelles les plus élaborées.