Plaidoyer pour le devoir à la maison

Claudie Asselain-Missenard

La construction de nouvelles notions, la rédaction du cours, l'entraînement aux savoir-faire exigés prennent l'essentiel du temps de la classe. Comment, en parallèle, travailler d'autres compétences comme chercher, conjecturer, prendre des initiatives, comprendre un texte écrit, exprimer sa pensée, qui font tout autant partie des apports de l'enseignement des mathématiques ?

Le « devoir de recherche »

J'ai choisi de travailler ces points à travers des devoirs à la maison, que j'appelle pompeusement « devoirs de recherche ». Ils peuvent s'apparenter à des narrations de recherche, telles que le décrivent nos collègues de Montpellier(1), mais peuvent aussi porter sur des points plus scolaires ou plus fermés. Le produit attendu est en général une rédaction classique, plutôt que la description minutieuse du cheminement de la pensée.

Les modalités que j'utilise

Je donne ces devoirs une dizaine de jours à l'avance, afin que les élèves puissent poser des questions en cas d'incompréhension. J'autorise la recherche et la rédaction par groupes de deux (pas plus) en demandant que les rédacteurs alternent à chaque devoir. Le rythme que je m'efforce de maintenir est de 9 ou 10 devoirs dans l'année (un par mois, le devoir de septembre, celui d'octobre, etc.).

Les avantages de ce type de devoir

On trouve moins de recopie à l'identique que lorsqu'il s'agit d'une tâche technique. Les groupes de deux contribuent à réduire le phénomène et, si recopie il y a, elle est en général décelable. Les élèves sont surpris au départ, mais la tradition s'installe et ils sont nombreux à y prendre goût, même s'ils préfèrent très normalement l'absence de travail au travail. Dans le milieu assez scientifique où j'ai la chance de travailler, le devoir de maths peut devenir une affaire discutée en famille. Aux réunions de parents, il m'arrive d'entendre « je me suis bien amusé(e) », ou « j'ai eu beaucoup de mal, avec votre dernier devoir… ». Loin de me contrarier, cette émulation autour de mes maths me paraît motivante pour l'élève.
Les murs de ma salle s'ornent ensuite de productions d'élèves, amenant des questions des autres classes et d'intéressants débats.
La correction des copies est souvent moins répétitive que d'habitude, surtout quand les élèves ont eu de bonnes idées.

(1) Brochure APMEP n° 151 « Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée », prix adhérent : 9 euros.

L'objectif et l'évaluation

Ces devoirs n'ont pas un rôle d'évaluation, mais de formation. L'objectif est que l'élève apprenne quelque chose à travers ce travail. Et qu'il l'apprenne avec ses parents, avec son grand frère, en discutant avec ses copains, ou avec moi lors du compte rendu, peu importe.
Je mets quand même une note chiffrée, bien que ce ne soit pas du tout l'objectif. Je la mets parce que les élèves qui se sont donné du mal ont droit à ma reconnaissance (et la note est le moyen de marquer cette reconnaissance) et que chacun sait qu'un certain nombre d'élèves se désintéressent du travail non rémunéré. Mais j'explique, aux parents et aux enfants, la fonction de cette note. Et eux-mêmes sont les seuls à même de pouvoir interpréter la part de cette note qui revient vraiment à l'élève et celle qui revient à son entourage. Je porte la moyenne de ces devoirs séparément des notes de contrôle sur le bulletin.

Peut-on proposer cela à tous les élèves ?

Facile, direz-vous, quand on travaille dans un milieu favorisé. Mais, avec des élèves en difficulté ? Je reconnais que, pendant les dix années où j'ai travaillé en ZEP, j'ai progressivement « lâché » sur les devoirs de recherche. Par flemme ? Sans doute. Déçue par des résultats médiocres ? Un peu. Mais aussi parce que, débordée par l'ampleur de la tâche, je privilégiais la rentabilité immédiate (les savoir-faire pour qu'ils aient leur brevet !). Rétrospectivement, je pense que c'était une erreur. Des élèves qui ont du mal peuvent s'investir dans un travail différent, qui ne fait pas nécessairement appel à leurs connaissances antérieures mal maîtrisées. Les expériences faites en ZEP à Paris en collaboration avec l'IREM Paris7 le montrent bien. Mais les résultats sont évidemment plus gratifiants avec des élèves vraiment bons (oui, cela existe…) et qui prennent ce travail à cœur.

Des exemples

Vous trouverez en annexe quelques exemples, de niveau collège puisque c'est le mien. Je ne prétends pas à une grande originalité. Les bonnes idées appartiennent à tous et il n'y a pas besoin d'aller les chercher très loin. Pour les élèves, elles sont généralement nouvelles. Et je trouve encore amusant de fabriquer de temps en temps un nouveau texte à leur intention.

Ci-joint un devoir de chaque niveau (Sixième, Cinquième, Quatrième, Troisième) de ma collection.

Sixième : devoir de recherche
Les polyminos

On s'intéresse à des assemblages de carrés tous identiques (de 1cm de côté, par exemple). On les assemble en observant la règle suivante : deux carrés qui se touchent doivent avoir tout un côté en commun. Ils ne peuvent pas se toucher seulement par un « coin ».

Deux assemblages sont considérés comme identiques si on peut les superposer, même si on doit pour cela les retourner.

A- On appelle **trimino** un assemblage de trois carrés suivant la règle ci-dessus. Combien y-a-t-il de triminos différents ? Dessine-les et explique comment tu as fait pour les trouver.

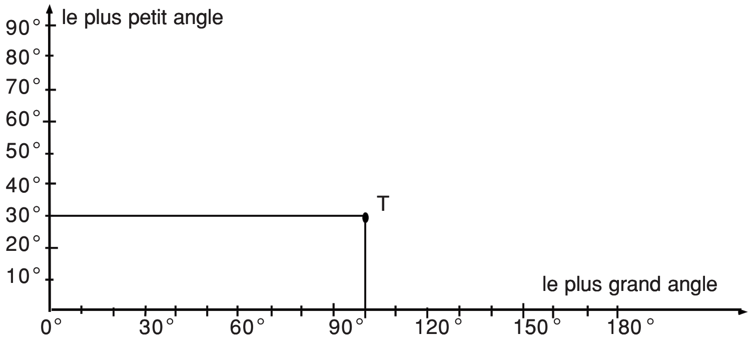
B- On appelle **quadrimino** un assemblage de quatre carrés suivant la règle ci-dessus. Combien y-a-t-il de quadriminos différents ? Dessine-les et explique comment tu as fait pour les trouver.

C- On appelle **pentamino** un assemblage de cinq carrés suivant la règle ci-dessus. Combien y-a-t-il de pentaminos différents ? Dessine-les et explique comment tu as fait pour les trouver.

D- Question subsidiaire : la plus grande somme gagne !
Fabrique-toi un « jeu » de pentaminos sur papier calque et place-les sur cette grille de manière à obtenir la plus grande somme possible en additionnant les nombres qui se trouvent sur les cases recouvertes par un pentamino. Découpe la grille, écris le total que tu as trouvé et note ta solution sur la grille, en coloriant d'un trait léger, pour que je puisse la contrôler. Enfin colle tes pentaminos en calque sur ta copie.

9	1	7	1	5	6	2	3	5	5	6	7
2	9	6	3	8	8	8	9	3	6	6	3
2	4	4	9	5	4	1	9	1	4	5	9
7	8	7	4	9	9	8	4	5	9	9	6
7	9	1	2	2	5	6	7	3	2	8	3
7	2	8	9	9	1	5	3	1	6	9	9
5	4	4	6	1	1	8	8	9	8	7	0
7	8	8	5	2	9	1	9	0	4	4	3
4	7	1	2	2	3	8	8	5	1	9	9
3	9	1	2	9	7	8	6	1	8	5	6
5	3	1	1	2	8	1	3	6	9	6	2
9	9	1	2	2	7	6	7	8	9	5	6

Cinquième : devoir de recherche
Une curieuse représentation du monde des triangles



A- Comprendre

a) On a eu l'idée suivante : associer à un triangle un point du graphique ci-dessus. Pour cela, on se sert de la mesure de leurs angles. On met en abscisse le plus grand angle du triangle et en ordonnée le plus petit. Ainsi, le point T dessiné ci-dessus représente un triangle dont l'angle le plus grand est 100° et le plus petit 30°. Calcule alors le troisième angle de ce triangle puis dessine « le » triangle représenté sur le graphique par le point T.
b) Entre quelles valeurs se situe la mesure du plus petit angle d'un triangle ? Et du plus grand ? Quelle sera la partie « utile » du graphique ?

B- Utiliser

Sur une feuille quadrillée séparée, reproduis le graphique ci-dessus, sans le point T.
a) Dessine sur ta copie un triangle dont tu choisiras les angles comme tu veux (indique-les sur ton dessin). Place sur le graphique le point M qui correspond au triangle que tu as dessiné.
b) Place ensuite :
– le point S qui correspond à un triangle qui a un angle de 20° et un angle de 120° ;
– le point K qui correspond à un triangle qui a un angle de 115° et un angle de 50° (attention!) ;
– le point E qui correspond au triangle équilatéral ;
– le point R qui correspond au triangle isocèle rectangle.
Pour chaque point placé, n'oublie pas d'expliquer ta démarche.
c) Dessine en rouge tous les points du graphique qui correspondent à des triangles rectangles. Explique.
d) Place en bleu sur ton graphique une dizaine de points qui correspondent à des triangles isocèles. Essaie de remarquer quelque chose…

Quatrième : Devoir de recherche
La distributivité au secours du calcul

Premier produit : 99 999 999 × 99 999 999

Voilà l'énorme multiplication que tu dois effectuer.
a) Essaye d'abord à la calculatrice. Que se passe-t-il ? Comment interprètes-tu ce que tu vois ?
b) Trouve une méthode pour trouver le résultat EXACT de ce produit. Donne ce résultat, mais surtout explique ta méthode (ou tes méthodes, si tu en as plusieurs à proposer) et comment tu contrôles ta réponse (autrement qu'avec le résultat du voisin).

Deuxième produit : 32 456 759 × 41 589 817

Fais le même travail avec ce deuxième produit, qui nécessite sans doute un peu plus de temps et de méthode.

Troisième : Devoir de recherche
Le nombre d'or

Tout comme le nombre π, le nombre d'or est désigné par une lettre grecque, la lettre φ. φ se lit « phi ». C'est une lettre grecque, équivalente de notre « f ».

Le nombre d'or est le nombre $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Propriétés algébriques du nombre d'or

a) Vérifier que φ est solution de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$.

b) En déduire que $\varphi^2 = \varphi + 1$ et que $\dfrac{1}{\varphi} = \varphi - 1$. Compléter alors les deux phrases ci-dessous :
– le carré du nombre d'or est égal à ………………
– l'inverse du nombre d'or est égal à ………………

c) En utilisant votre calculatrice, donner une valeur approchée décimale de φ, φ^2 et $\dfrac{1}{\varphi}$. Votre conclusion du b) semble-t-elle se vérifier?

Nombre d'or et suite de Fibonacci

a) Renseigne-toi sur Fibonacci et dis en quelques mots le résultat de ta recherche.

b) La suite de Fibonacci est une suite de nombres obtenue de façon très simple : les deux premiers termes sont des 1 et ensuite chaque terme est la somme des deux précédents. Voici le début de la suite de Fibonacci : 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; …
Écris cette suite au moins jusqu'au dixième terme.

c) Tu vas fabriquer une deuxième suite de nombres à partir de la suite de Fibonacci : la suite des quotients de deux termes successifs. Cela commence donc par : $\frac{1}{1}$; $\frac{2}{1}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{3}$; …
Continue cette suite de quotients à partir de ce que tu as trouvé à la question précédente.
Avec ta calculatrice donne des valeurs approchées décimales de ces quotients.
Vois-tu un rapport avec le nombre d'or ?

Rectangle d'or

a) Effectue soigneusement la construction géométrique suivante.
Trace un carré ABCD. Marque le milieu M de [AB]. L'arc de cercle de centre M et de rayon MC coupe la demi-droite [AB) en P. Construis alors le point N tel que APND soit un rectangle.

b) On dit que ce rectangle est un *rectangle d'or*.
Pour comprendre ce que l'on veut dire par là, tu vas calculer le rapport $\frac{\text{AP}}{\text{AB}}$, c'est-à-dire le quotient $\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$ du rectangle APND. Démontre que ce rapport est égal à φ.

c) Démontre enfin que le rectangle BPNC est lui aussi un rectangle d'or (autrement dit un rectangle d'or est fait d'un carré et d'un rectangle d'or accolé).