Alcoolémie et proportionnalité

Jean-Pierre Friedelmeyer

Je lis dans le numéro 173 du magazine AVANTAGES de février 2003 sous la plume de Nathalie Szapiro, page 73 :

Si le seuil d'alcoolémie autorisé pour conduire est relativement bas – 0,5 g. d'alcool par litre de sang –, c'est que le risque d'accident mortel augmente proportionnellement avec le taux d'alcoolémie. Par exemple, il est multiplié par deux lorsque le conducteur a 0,5 g/l d'alcool dans le sang, par 10 s'il a 0,8 g/l (4 verres d'alcool) et par 35 à 1,2 g/l (environ 6 verres).

Curieuse proportionnalité : notre journaliste confond probablement cette notion avec celle de fonction croissante. Le professeur de mathématiques que je suis en reste tout de même profondément troublé ! Cela m'apprendra à jeter un œil sur les magazines qui traînent dans les salles d'attente des cabinets médicaux !
Mais cela me donne l'occasion de signaler que la direction de l'enseignement scolaire (Desco) a sorti récemment un livret de préparation à l'attestation scolaire de sécurité routière 2002/2003 intitulé « *La sécurité routière dans les disciplines au collège* » ayant pour objectif « *d'apporter un certain nombre de connaissances ou de pistes de réflexions qui doivent permettre de comprendre le bien fondé des règles nécessaires à un usage partagé de la route, comme à un usage partagé de l'espace social en général* ». Cette attestation sera désormais obligatoire pour conduire un cyclomoteur, ou pour pouvoir s'inscrire à l'épreuve théorique générale du permis de conduire. À peu près toutes les disciplines enseignées y sont mises à contribution, dont bien sûr les mathématiques, avec des études et des exercices variés sur des thèmes comme : « *vitesse et distance d'arrêt* », « *évolution des accidents de la route en France* » ou « *l'alcool, ennemi de la sécurité au volant* ». On pourrait alors y ajouter une occasion de revoir avec les élèves la notion de proportionnalité à partir du texte ci-dessus et de les habituer à lire d'un œil critique ce qui s'écrit dans les revues et les journaux : bel exemple d'éducation à la citoyenneté.

Si nous désignons par R le risque d'accident et par t le taux d'alcoolémie, et si ce dernier est clair (quantité de grammes d'alcool par litre de sang), qu'est-ce qu'exactement le risque d'accident et comment s'exprime-t-il ? Admettons que ce soit la probabilité d'avoir un accident lorsque je prends le volant. Première difficulté : s'il y a proportionnalité, le risque R devrait être nul lorsque le taux t est nul, ce qui, on le sait bien, n'est pas le cas. Notons R_0 le risque d'accident pour un conducteur à jeun. Y a t-il au moins proportionnalité pour le risque $R - R_0$? Dans ce cas on devrait avoir $R - R_0 = at$, avec a coefficient constant (de proportionnalité), tel que si $t = 0{,}5$ alors $R = 2R_0$. Donc $R_0 = 0{,}5a$; $a = 2R_0$; d'où la relation : $R = 2R_0t + R_0$ ou encore $R = R_0(2t + 1)$.

Mais alors, pour $t = 0{,}8$ on aura $R = 2{,}6\ R_0$ (on est loin d'un risque multiplié par 10) ; et pour $t = 1{,}2$ on aura $R = 3{,}4\ R_0$ (encore bien plus loin d'un risque multiplié par 35).

Avec de plus grands élèves, le professeur pourra chercher une fonction exprimant la relation entre R et t qui coïncide (le plus précisément possible) avec les valeurs en 0,5, en 0,8 et en 1,2, ce qui donne un bel exemple de modélisation et, en l'occurrence, pas du tout immédiat. Cela nécessite pas mal d'imagination !
Voici quelques exemples, plus ou moins bien adaptés, plus ou moins simples, où R_1, R_2, R_3 désignent les coefficients de multiplication du risque correspondant respectivement à $t_1 = 0{,}5$; $t_2 = 0{,}8$; $t_3 = 1{,}2$.
Si l'on veut une approximation polynomiale, celle-ci ne peut être valable que sur un intervalle limité puisque, si R est une probabilité, elle est bornée par 1, ce qui n'est pas possible avec un polynôme. Mais comme le taux est (heureusement !) également borné (inférieur à quelques unités), une telle approximation peut se justifier. En voici trois dont on pourra comparer les AVANTAGES et les inconvénients :
1. $R = R_0\ (16\ t^4 + 1)$ et alors $R_1 = 2$; $R_2 = 7{,}55$; $R_3 = 34{,}18$.
2. $R = R_0\ (16\ t^4 - 23\ t^3 + 40\ t^2 - 14\ t + 1)$ et alors $R_1 = 1{,}125$; $R_2 = 10{,}17$; $R_3 = 35{,}23$.
3. $R = R_0\ (e^{3{,}4t} - 7{,}2\ t)$ et alors $R_1 = 1{,}9$; $R_2 = 9{,}4$; $R_3 = 50$.

À consommer avec modération ! Le lecteur intéressé pourra chercher sa propre fonction d'approximation, et si possible une fonction de limite 1 lorsque t tend vers plus l'infini.