Une application de la relation de Thalès

Jean-François Noël

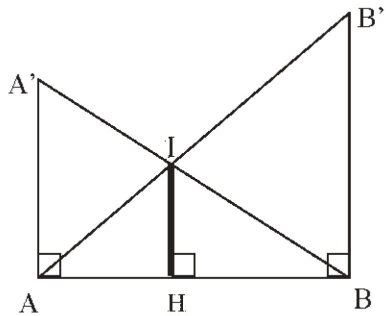
Dans les calculs de résistance équivalente à plusieurs résistances en dérivation, les élèves doivent utiliser la formule suivante valable pour deux résistances :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

ou ses extensions pour un nombre de résistances plus élevé.

La manipulation des inverses par des élèves de plus en plus souvent en difficulté (en échec ?) sur les techniques opératoires de base pose de réels problèmes. La gestion des indices est une autre source de difficultés. On peut alors proposer une démarche géométrique qui permet de déterminer graphiquement des résistances équivalentes pour des montages en dérivation.

Soit la figure ci-contre. La relation de Thalès appliquée aux triangles BAA′ et ABB′ donne respectivement :



$$\frac{AH}{AB} = \frac{HI}{BB'} \text{ et } \frac{BH}{AB} = \frac{HI}{AA'}.$$

Ce qui permet de trouver facilement que :

$$\frac{1}{HI} = \frac{1}{AA'} + \frac{1}{BB'}.$$

Remarquer que cette relation est indépendante de AB.

Si AA′ et BB′ ont des longueurs proportionnelles à R_1 et R_2, la longueur HI est alors proportionnelle à R_{eq}.

Prenons un exemple. Pour déterminer la résistance équivalente à deux résistances de 4 Ω et de 6 Ω, on donne à AA′ et à BB′ des longueurs égales à 4 et à 6 unités respectivement et à AB une longueur quelconque ; la construction proposée donne R_{eq} = 2,4 Ω (la précision de la détermination graphique est généralement suffisante eu égard à celle des résistances utilisées).

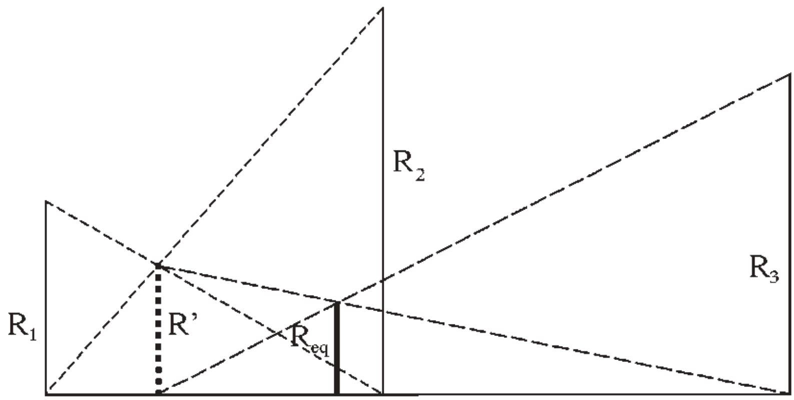
Dans le cas de trois résistances, on utilise l'associativité de l'addition :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + \frac{1}{R_3}$$

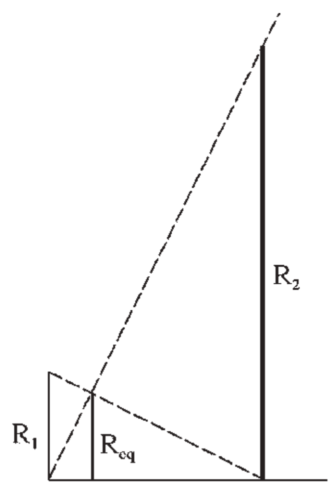
avec :

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

D'où une détermination graphique en deux étapes, illustrée par la figure suivante :



On peut ainsi déterminer graphiquement (et sans calcul – ce qui était bien l'objectif) la résistance équivalente à un nombre quelconque de résistances associées en dérivation. Il faut noter que, dans la pratique, le nombre de telles résistances (de valeurs différentes) dépasse rarement trois ou quatre.



Inversement, cette construction graphique permet de déterminer, toujours sans calculs, la valeur de la résistance à placer en dérivation sur une résistance donnée pour obtenir une résistance équivalente donnée. Par exemple, quelle résistance R_2 faut-il placer en dérivation sur une résistance $R_1 = 2{,}5\ \Omega$ pour obtenir une résistance équivalente $R_{eq} = 2\ \Omega$? On réalise la figure ci-contre, de laquelle on déduit immédiatement que R_2 doit être égale à 10 Ω.

On a finalement « réinventé » un abaque. L'usage généralisé de la calculatrice les a pratiquement fait disparaître de nos pratiques pédagogiques … au profit de ladite calculatrice. Mais pour de trop nombreux élèves qui ne maîtrisent pas suffisamment le sens des opérations et les règles élémentaires du calcul numérique (priorités des opérations, règles de parenthésage, …), la calculatrice n'est pas efficiente. Des méthodes graphiques peuvent alors retrouver toute leur pertinence.