

La géométrie d'Albrecht Dürer et ses lecteurs

Jeanne Peiffer^(*) (CNRS)

Résumé : La réception de l'*Underweysung der messung* (1525) de Dürer est un phénomène proprement européen. Rédigées en allemand pour les artistes et artisans, ces *Instructions* ont aussi été lues dans les milieux savants (et même universitaires) de nombreuses régions d'Europe. Notamment, les artisans de la révolution scientifique, comme Kepler, Clavius, Galilée, etc., se les sont appropriées dans la traduction latine de Joachim Camerarius (1532). Nous présenterons différentes lectures qui ont été faites de ce beau volume de géométrie, richement et artistiquement illustré (lectures techniques, partielles ou recourant aux figures, corrections, prolongements, interprétations des figures au détriment du texte, simplifications, etc.) et tenterons d'en dégager des traits saillants caractérisant la réception dans les différents milieux, langues ou régions.

Introduction

La géométrie d'Albrecht Dürer occupe une place singulière en histoire des mathématiques. Rédigée en allemand, à la sortie du Moyen Âge, par un artiste s'adressant à ses compagnons d'atelier, cette géométrie réunit des matériaux de traditions savantes, artistiques et artisanales, puis les transmet dans une forme qui doit très peu à celles, médiévales, du commentaire ou du compendium propres aux écoles. Elle se situe à un moment de frémissement du renouveau qui va, au XVII^e siècle, déboucher dans ce qu'il est convenu d'appeler la révolution scientifique. Sans vouloir discuter ici la grande question de l'existence d'une rupture ou d'un développement plus continu des savoirs, ni revenir sur celle de l'apport de ceux qu'Edgar Zilsel a nommé les artisans supérieurs à cette révolution, je souhaiterais examiner comment un livre comme *les Instructions pour la mesure à la règle et au compas* de Dürer a participé au mouvement de renouveau qui finira par donner naissance à la science moderne.

Mon point de départ sera le livre dans sa matérialité, tel qu'il est sorti des presses de Hieronymus Andreae à Nuremberg vers la fin de l'année 1525 ou au tout début de 1526. Je tenterai de reconstruire quelques-unes des voies que ce livre a suivies, des presses d'Andreae à ses lecteurs, et plus particulièrement ceux de ces lecteurs qui ont laissé des traces de leurs lectures, commentaires dans les marges mêmes du volume et surtout mentions du travail de Dürer, citations, paraphrases, reprises, prolongements, hommages rendus, etc. Nous verrons comment des lecteurs différents s'approprient ce livre, chacun à sa façon, chacun en lui donnant un sens différent, et surtout une interprétation parfois très éloignée de ce que Dürer a voulu communiquer. En effet, chaque nouveau lecteur transforme le texte qu'il lit en fonction de ses connaissances et de ses attentes. De plus, au fil des réimpressions, la

(*) CNRS, Centre Alexandre Koyré.

forme du livre change. Et chaque nouvelle forme rend le texte accessible à de nouveaux lecteurs, qui à leur tour se l'approprient chacun différemment. En particulier, la version latine de la géométrie de Dürer, réalisée dès 1532 par l'humaniste Joachim Camerarius, va amener des pans entiers de lecteurs nouveaux qui lui donneront des significations inédites. Ce sont ces multiples transformations, plus ou moins fines, parfois massives, que je souhaite prendre sous la loupe. Le livre, tel qu'il a été voulu par Dürer puis modifié par ses lecteurs, prend ainsi une épaisseur qui permet de mieux comprendre le rôle qu'il a pu jouer un siècle après sa parution dans la révolution scientifique du XVII^e siècle.

Dans une première partie, je présenterai le livre de Dürer, les intentions de son auteur et sa genèse. Puis j'en donnerai une caractérisation assez générale en insistant sur l'aspect constructif, graphique ou visuel de cette géométrie. La deuxième partie sera consacrée à une première lecture, très importante, de l'*Underweysung der messung* : la version latine de Joachim Camerarius. En effet, c'est sous cette forme que le travail de Dürer a été diffusé dans toute l'Europe et a été reçu. Les appropriations du texte par les artisans, tenants de la perspective ou non, et par les mathématiciens, artisans de la révolution scientifique, feront l'objet de la troisième et dernière partie. Finalement, j'essayerai de rassembler tous les fils dans une brève conclusion et de caractériser la réception de la géométrie de Dürer.

L'Underweysung der messung (Nuremberg 1525)

Albrecht Dürer (1471-1528), l'illustre peintre et graveur né à Nuremberg le 21 mai 1471 d'un père orfèvre, est l'auteur d'un manuel de géométrie intitulé : *Instructions pour la mesure, à la règle et au compas, des lignes, plans et corps solides*⁽¹⁾. Il s'agit d'un des plus beaux imprimés de la Renaissance allemande. Les caractères gothiques dans lesquels il est composé étaient de création récente. Les figures ont été gravées sur bois d'après des dessins de l'artiste, qui surveilla de près la mise en page. Texte et figures s'y marient dans un délicat équilibre. Dürer se propose de représenter graphiquement toutes les choses décrites afin, dit-il⁽²⁾, « que les jeunes les aient sous les yeux et imaginent ce que j'énonce ».

Le volume est divisé en quatre livres, dont le premier est consacré aux lignes, le second aux surfaces, les troisième et quatrième aux solides. Le premier traite presque entièrement de la genèse des courbes. Le second expose la construction des polygones réguliers, une solution approchée de la trisection de l'angle et de la quadrature du cercle, et des problèmes de transformation des aires. Le Livre III, moins mathématique, enseigne la construction de colonnes, monuments et tours (avec cadrans solaires et inscriptions). Le dernier livre étudie les solides réguliers et semi-réguliers et se termine par la résolution du problème de la duplication du cube et un bref enseignement de la perspective.

(1) Voir *Albrecht Dürer, Géométrie*. Présentation, traduction de l'allemand et notes par Jeanne Peiffer, Paris : éditions du Seuil, 1995.

(2) Au début du Livre I, p.139 de mon édition.



Underweysung der messung mit dem jurecht vñ richte
 seßzen in Linien ebenen vñnd garigen corporen
 durch Albrecht Dürer zu samet gezogen
 vñnd ist nuß alle kunstlich habenden
 mit ist gezogenen figuren in
 kunst gebracht in jar.
 M. D. XXXV.

Die Underweysung der messung mit dem jurecht vñ richte
 seßzen in Linien ebenen vñnd garigen corporen
 durch Albrecht Dürer zu samet gezogen
 vñnd ist nuß alle kunstlich habenden
 mit ist gezogenen figuren in
 kunst gebracht in jar.
 M. D. XXXV.

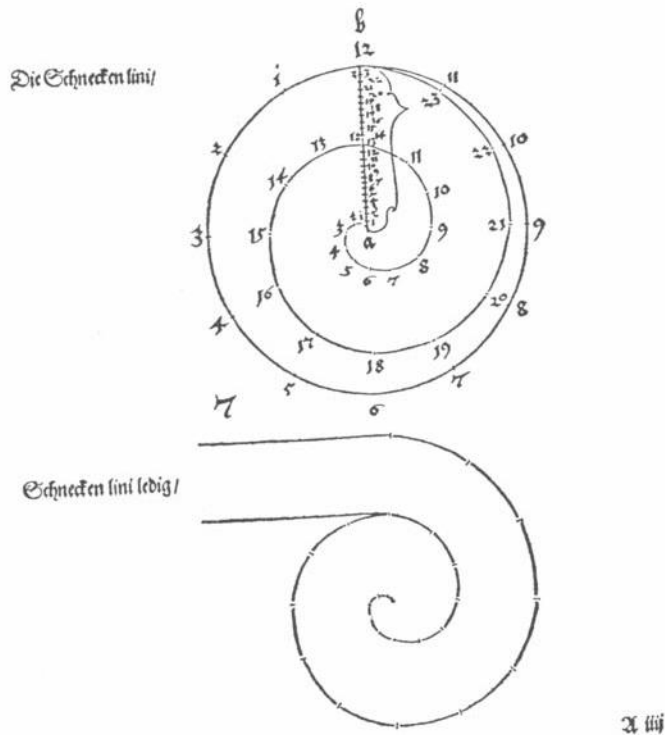
Page de garde de *Underweysung der messung* (Nuremberg 1525)
 Instructions pour la mesure / à la règle et au compas / des lignes, plans et corps solides /
 réunies par Albrecht Dürer / et imprimées avec les figures correspondantes /
 à l'usage de tous les amateurs d'art / en l'an M.D.XXXV.

Initialement ce traité devait constituer une partie d'un vaste ouvrage encyclopédique destiné aux peintres et mettant à leur disposition les fondements théoriques nécessaires à l'exercice de leur art. Pour Dürer, ce fondement ne peut qu'être géométrique. Ainsi, dans la lettre dédicatoire adressée à son ami Willibald Pirckheimer, il se propose d'enseigner les éléments de géométrie « aux jeunes gens avides de s'instruire dans leur art, et de leur donner des raisons pour adopter la mesure à la règle et au compas »⁽³⁾. La forme d'expression choisie par Dürer est prescriptive : « si tu veux arriver à tel résultat, procède comme suit ». Puis, Dürer transpose en mots les gestes simples de l'artisan, comme s'il s'agissait de la transcription d'un enseignement oral devant permettre aux apprentis de réaliser effectivement chacun des pas de la construction. Sa géométrie est discrète et matérielle, car elle opère sur des points matérialisés sur des règles, des pièces de bois, des pierres, etc. Dürer vise à construire de façon réglée, exactement ou approximativement, des formes naturelles (animales et végétales) ou des artefacts (comme les sections coniques) utilisés dans l'art et l'architecture de son époque, les formes décrites devant être fidèlement reproductibles. De plus, Dürer a dû créer son propre vocabulaire technique et, pour ce, il s'est laissé guider par la forme des objets considérés pour les désigner par des noms évocateurs et suggestifs. Ainsi, il appelle « ligne en escargot » ou « limaçon » la spirale, « ligne d'œuf » ou « ove » l'ellipse, etc.

Mais Dürer intègre aussi des éléments d'une tradition plus savante, bien représentée à Nuremberg. En effet, à la fin du XV^e siècle, cette puissante cité marchande, située

(3) Page 135 de mon édition.

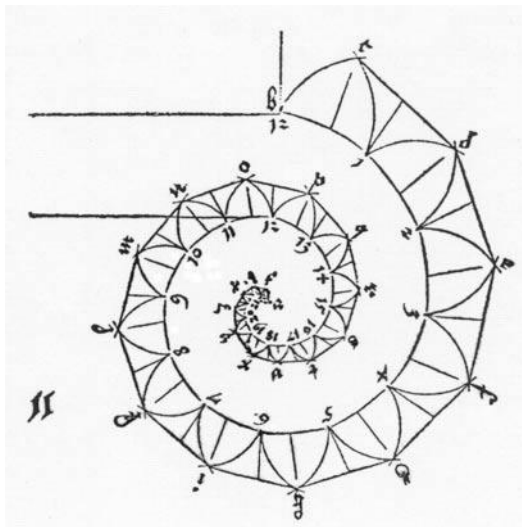
au carrefour de grandes routes commerciales, était un haut-lieu de l'Empire et un important centre du livre. Albrecht Dürer y avait accès, avec l'aide de ses amis humanistes, hellénistes et latinistes, à une information scientifique, exceptionnelle pour l'époque. Ainsi, Johannes Müller, dit Regiomontanus, s'était (en 1471) établi à Nuremberg dans le but d'y faire imprimer sur ses propres presses les textes mathématiques classiques, expurgés des erreurs dues aux copistes. Il possédait une imposante collection de manuscrits anciens, réunie lors d'un séjour en Italie. Celle-ci comporta une copie de la traduction par Jacobus Cremonensis (vers 1450) du corpus archimédien, quatre codices euclidiens, une traduction latine du *De speculis comburentibus* d'Alhazen, pour n'en citer que quelques trésors. Peu versé en latin, Dürer avait besoin d'intermédiaires pour accéder aux richesses que recelaient les bibliothèques de sa ville natale. Il développa ainsi une approche originale, fondée sur un travail collectif, mais profondément marquée par une compréhension personnelle. Dans sa géométrie affleure une multitude d'idées, héritées des anciens, mais transformées en profondeur.



La spirale au Livre I, figure 7

Ainsi, Dürer part de la définition classique d'objets mathématiques relativement sophistiqués (comme la spirale d'Archimède, les coniques d'Apollonius, ...), dont il

s'approprie le contenu par une approche que l'on peut qualifier de visuelle, fondée sur le regard et le geste plus que sur les mots et les calculs. Moins intéressé par les propriétés mathématiques de ces objets que par leur applicabilité dans le domaine des arts, Dürer aboutit à des constructions concrètes point par point, effectuées dans un contexte particulier, une disposition sur la page qui en facilite l'exécution. Le traitement de la spirale⁽⁴⁾ est exemplaire. Dürer utilise la définition archimédienne, dont il réalise un modèle matériel au moyen d'un point qui se déplace sur une règle en rotation. Il en déduit plusieurs autres « spirales » (en espaçant irrégulièrement les points sur la règle, en augmentant le nombre de spires, etc.), puis en indique toute une série d'applications possibles pour les volutes des colonnes, le dessin d'une crose d'évêque, les bosses de feuillage dans l'architecture gothique et les escaliers en colimaçon.



Livre I, figure 11

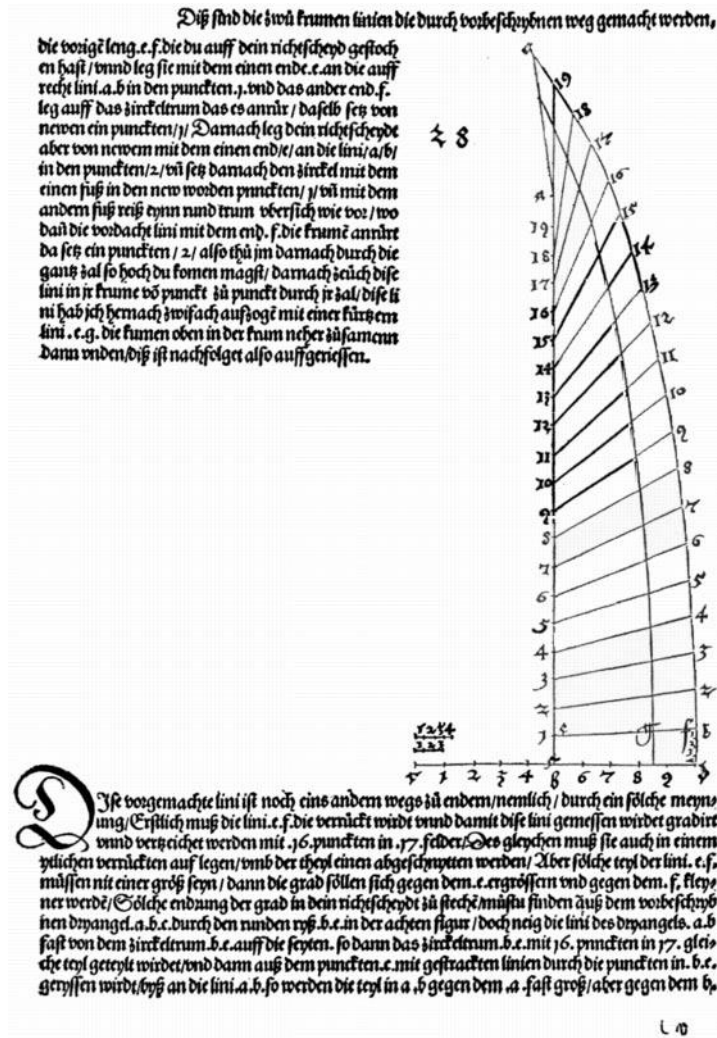
Dürer plie l'énorme masse de matériaux auxquels il a accès à ses motivations personnelles et aux buts qu'il s'est donné : mettre à la disposition des artistes un réservoir de formes, dans lequel ils pourront puiser à volonté et même en déduire de nouvelles mathématiquement tout aussi exactes. Souvent aussi Dürer applique à des objets abstraits (comme les hélices⁽⁵⁾ ou les sections coniques⁽⁶⁾) des méthodes provenant des ateliers, comme celle de la double projection. Il insiste de manière répétitive et redondante sur l'utilité des constructions qu'il offre. Presque tous les paragraphes se terminent, comme une chanson par un refrain, par l'accent mis sur l'aspect pratique. Ainsi, il indique la construction originale d'une courbe inconnue par ailleurs, dite utile aux architectes et qui lui sert, d'après des dessins conservés à

(4) Voir Livre I, figures 6 à 14, pages 146 à 152 de mon édition, ainsi que pages 67-69 pour le commentaire.

(5) Voir Livre I, figure 15, pages 152-155 de mon édition.

(6) Voir Livre I, figures 34 à 37, pages 174-180 de mon édition.

Dresde, à obtenir le galbe voulu des tours Renaissance. La loi de formation de cette courbe est explicitée. Nous la donnerons ci-dessous :



Livre I, figure 28

« Je souhaite enseigner la construction d'une ligne utile qui se courbe d'une manière particulière. D'abord, fais une ligne horizontale cd, divise-la par 9 points en 10 segments égaux. Sur le point 5 du milieu, érige une ligne verticale, faisant avec cd des angles égaux et ayant en haut une extrémité a, b en bas. Divise cette ligne ab par 19 points en 20 segments égaux et commence à les numéroter 1, 2, 3, etc., en partant du bas vers le haut. Prends alors une règle, graves-y la longueur bd et désigne les extrémités de cette dernière par e et f. Cette longueur permettra de déterminer tous

les points de la ligne courbe que l'on souhaite ou que l'on doit construire. Prends alors une partie de bd, divise-la en 3 parties égales et prolonge d'un de ces tiers la partie que tu as par-devant toi. Prends cette partie rallongée dans l'ouverture d'un compas, garde cette ouverture constante et effectue la construction suivante. Pose une de ses pointes sur le point d et de l'autre décris vers le haut un arc de cercle. Prends ensuite la précédente longueur ef que tu as gravée sur ta règle, pose son extrémité e sur le point 1 de la ligne verticale ab en sorte que l'autre extrémité f coupe l'arc de cercle. Désigne le point ainsi obtenu de nouveau par 1. Puis, pose encore ta règle avec son extrémité e sur le point 2 de la ligne ab, place le compas avec une de ses pointes sur le point 1 que tu viens de déterminer et décris de l'autre un arc de cercle vers le haut, comme précédemment. Marque un point 2 là où la ligne ci-dessus touche de son extrémité f la ligne courbe. Puis, répète cette opération pour tous les points numérotés et monte aussi haut que tu le peux. Trace ensuite cette ligne avec sa courbure en reliant chaque point au suivant »⁽⁷⁾.

Lorsque le segment de longueur constante $UP = c$ se déplace, le point $U(t,0)$, sur l'axe vertical, parvient en $V(t + \Delta t, 0)$ et sur la courbe cherchée, le point $P(x,y)$ en $Q(x + \Delta x, y + \Delta y)$ avec $PQ = \Delta s = k \Delta t$ (avec $k = 4/3$). C'est-à-dire que $\Delta s / \Delta t = k$. Après intégration, l'équation de cette courbe pourra s'écrire :

$$\int_0^x \sqrt{1+y'^2} dx = k \left(y - \sqrt{c^2 - x^2} \right).$$

Dürer a utilisé cette courbe dans des applications architecturales, comme la construction de tours. Elle donne à celles-ci le galbe caractéristique que l'on voit sur le dessin de la page 637 :

Pour conclure cette première partie, on peut dire que Dürer occupe une position intermédiaire entre la géométrie des métiers, « la place du marché » et les traditions géométriques plus classiques, « le temple des mathématiques » (pour utiliser des expressions d'Erwin Panofsky⁽⁸⁾). *L'Underweysung der messung* est une géométrie appliquée à des problèmes auxquels devait quotidiennement faire face un artisan, qu'il soit orfèvre, tailleur de pierre, charpentier ou peintre. De par son inspiration et son programme, elle est proche des manuels de peintres et artistes italiens comme Leone Battista Alberti, Piero della Francesca et Leonardo da Vinci, que Dürer a dû connaître lors de ses séjours italiens. En témoigne la présence des polyèdres platoniciens et archimédiens et l'exposé des règles de la perspective à la fin du Livre IV.

(7) Voir p. 168 de mon édition. La figure I, 28 s'y trouve page 169. L'analyse de la courbe s'y trouve dans l'annexe 3, pages 362-364.

(8) Voir Erwin Panofsky, *La vie & l'œuvre d'Albrecht Dürer*, traduction française de Dominique Le Bourq, Paris : Hazan, 1987, page 374.

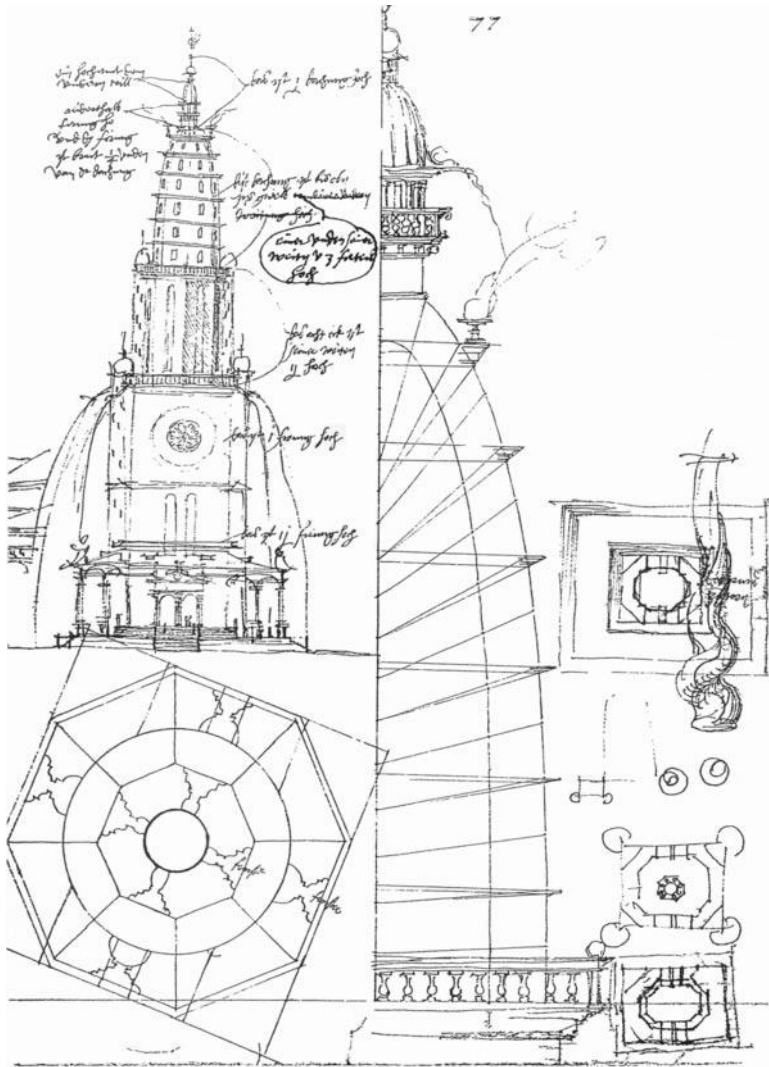


Planche 151 de *The Human Figure* by Albrecht Dürer: *The Complete Dresden Sketchbook*, ed., ..., by Walter L. Strauss, New York : Dover, 1972. (fig 5)

La traduction latine de Joachim Camerarius (Paris 1532)

Humaniste allemand lié à la réforme, Joachim Camerarius (1500-1574), né à Bamberg, fait des études de grec et de latin à l'université de Leipzig, de 1513 à 1517, puis à celle d'Erfurt, de 1517 à 1521. Il rejoint Wittenberg, le berceau du luthéranisme, où il se lie d'amitié avec Philippe Melancthon. Sur la recommandation de ce dernier, il est nommé, en 1526, directeur du gymnase nouvellement fondé à Nuremberg. Il a ensuite enseigné les langues grecque et latine

pendant 40 ans, d'abord à l'université de Tübingen (1535-1541), puis à Leipzig (1541-1574). Camerarius est un auteur prolifique, à qui on doit attribuer quelque 183 ouvrages, mais son œuvre est relativement peu étudiée.

Durant les deux ans qui s'écourent entre l'arrivée de Camerarius à Nuremberg en mai 1526 et le décès de Dürer le 6 avril 1528, les deux hommes ont manifestement réussi à établir une relation personnelle très proche. Camerarius, qui avait alors 26 ans, était un débutant qui venait de prendre son premier poste. Dürer, qui en avait plus du double (55 ans), était déjà malade. L'*Underweysung der messung* venait de sortir de presse et était encore une nouveauté. Ces dernières années de la vie de Dürer furent consacrées à ses études théoriques. En octobre 1527, il publia *Etliche underricht, zu befestigung der Stett, Schloß und flecken* (Quelques enseignements sur la fortification des villes, châteaux et bourgs), puis termina une nouvelle rédaction des *Quatre livres sur les proportions du corps humain*, qui devaient paraître à titre posthume en 1528. En 1526 aussi, Dürer grave les portraits de Melanchthon et d'Érasme, peint les portraits de Jacob Muffel, bourgmestre de Nuremberg, et de Hieronymus Holzschuher, sénateur de la ville. C'est aussi l'année où Dürer présente et offre la célèbre série des quatre apôtres à la ville de Nuremberg.

Érasme est, pour autant que je sache, le premier, en 1528 dans son *De recta Latini Graecique sermonis pronuntiatione*, à signaler publiquement l'existence « d'un livre d'Albert Dürer, écrit, il est vrai, en allemand, mais d'une érudition admirable »⁽⁹⁾. Pirckheimer le lui avait fait parvenir à l'époque où Dürer gravait le portrait d'Érasme. Même si l'artiste ne s'adresse pas directement au grand érudit, l'économie de leurs échanges est profitable à tous deux. Dürer grave, comme dans la pierre, les portraits d'humanistes, qui eux font son éloge dans un latin cicéronien. Ainsi, Érasme, qui attire surtout l'attention sur la partie de l'*Underweysung* consacrée au tracé et la symétrie des lettres (au Livre III), écrit : « De même que ceux qui sont versés dans la musique prononcent plus clairement, même quand ils ne chantent pas, ainsi celui qui a les doigts exercés à tirer des lignes pour réaliser toutes sortes de figures, tracera des lettres avec plus de bonheur et de flexibilité »⁽¹⁰⁾. On peut dire qu'il a parfaitement compris le projet de Dürer, qu'il exprime – *more humanistico*, si j'ose dire – en analogie à la musique.

Durant son séjour à Nuremberg, Camerarius allait traduire en latin et publier successivement les deux premiers livres sur les proportions du corps humain sous le titre *De symmetria partium humanorum corporum* (Nuremberg 1532), la géométrie intitulée *Institutiones geometricae* parue le 13 août 1532 chez Christian Wechel à Paris, sans que l'on connaisse les circonstances exactes de cette publication, qui n'avait pas l'accord de la veuve Agnès Dürer, et les deux livres restants des proportions du corps humain, *De varietate figurarum* (Nuremberg 1534). Pourquoi avoir entrepris une telle tâche, dont Camerarius n'ignorait pas l'étendue. Dans l'avant-propos au traité *de symmetria*, Camerarius reconnaît : « Je n'ignorais pas,

(9) Voir Claude Blum, André Godin, Jean-Claude Margolin et Ménager, Daniel, éd., *Érasme*, coll. Bouquins, Paris : Robert Laffont, p. 411.

(10) *Ibidem*.

assurément, la lourdeur de la charge que j'avais acceptée en traitant d'un sujet dont je n'avais pas suffisamment fait le tour et pour le traitement duquel la langue latine ne m'offrit rien que je puisse prendre comme exemple et imiter »⁽¹¹⁾.

Dans ses écrits, Camerarius décrit à plusieurs reprises le plaisir qu'il tirait des conversations avec Dürer, « notre Albert », comme il l'appelle, indiquant ainsi l'appartenance du peintre au cercle de fins lettrés qui se réunissaient autour de Pirckheimer, dont par exemple Thomas Venatorius, l'éditeur d'Archimède. La courte biographie de l'artiste, que Camerarius a publiée en exergue à sa traduction des deux premiers livres sur les proportions du corps humain, est empreinte de chaleur et de sympathie. De sorte que c'est œuvre de piété que Camerarius a voulu faire en traduisant deux des ouvrages de Dürer. Il témoigne ainsi de son admiration pour ce que Dürer a accompli intellectuellement. Comme la citation ci-dessus le marque, créer sans avoir de modèle à imiter n'est pas chose aisée, surtout si l'on ne possède pas complètement le sujet traité. Or, Dürer ne disposait pas d'un tel modèle, même si, aux dires de Camerarius⁽¹²⁾, il s'était approprié, sans avoir fait d'études, ce qui y est transmis, et notamment dans les sciences naturelles et mathématiques. Exprimer en allemand, « la langue de la mère dans la maison et de l'homme de la rue », selon la fameuse expression de Luther, ce qu'il avait ainsi compris et appris, était une gageure sans précédent. C'est à ce courage obstiné que Camerarius rend sans doute hommage en prenant le risque de traduire, sans pouvoir lui non plus suivre de modèle, un des premiers ouvrages allemands de mathématiques.

Cette opération a été couronnée d'un immense succès, puisque c'est à travers la version latine de Camerarius que la géométrie de Dürer a été très largement connue, bien au-delà des frontières linguistiques de l'Empire et du cercle professionnel étroit auquel Dürer l'avait adressée. Si l'on peut admettre que la version latine de Camerarius, élaborée peut-être au contact de Dürer, sert ce dernier, en éclairant ce qui avait dû rester obscur et dont il n'avait pu venir à bout dans l'original allemand, il n'en est pas moins vrai que cette version en représente une première interprétation. Par le choix des termes, la structure de ses phrases, Camerarius en donne sa lecture (qu'il reste à étudier). Or, c'est cette interprétation qui marque de son empreinte toute la réception ultérieure. Imprimée en caractères latins, et non plus en lettres gothiques, elle commence par élargir considérablement le cercle de lecteurs potentiels en le mettant entre les mains des universitaires et savants, auxquels Dürer ne l'avait pas destiné. Ce sont leurs lectures et interprétations que nous allons aborder maintenant.

(11) « Equidem non ignorabam quantum oneris suspiceram in tractanda re nec satis mihi perspecta neque in cuius tractatione haberem in lingua Latina quicquam quod pro exemplo ponere imitarique possem ». Cité d'après Hans Rupprich, *Albrecht Dürers schriftlicher Nachlaß*, 3 vol., Berlin : Deutscher Verein für Kunstwissenschaft, 1956-1969. Pour la cit., voir vol. 1, p. 310.

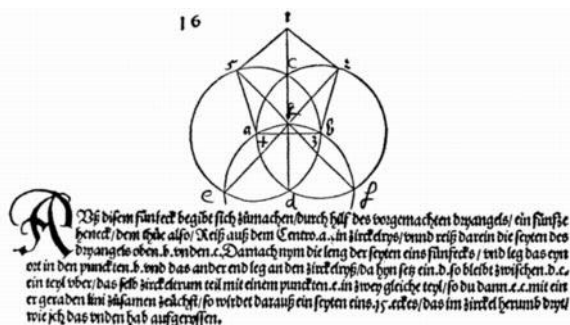
(12) « Literarum quidem studia non attigerat, sed quae illis tamen traduntur, maxime naturalium et mathematicarum rerum scientiae, fere didicerat » (Ibidem, p. 307).

Différentes lectures du texte de Dürer

Lectures techniques : corrections, critiques, prolongements

Écrit en allemand pour les artistes et artisans, l'ouvrage de Dürer a surtout été lu, dans sa forme latine, par les savants du XVII^e siècle. Ces spécialistes, artisans de la dite révolution scientifique, comme Christoph Clavius, Galileo Galilei, Tycho Brahé, Johannes Kepler, Simon Stevin, ne s'intéressent guère au projet de Dürer – poser les arts, et notamment celui de la peinture, sur des bases mathématiques solides et rendre ces dernières accessibles à un large public –, mais s'approprient un certain nombre de connaissances techniques qu'ils ignoraient, comme par exemple sur les polygones et les polyèdres. Du haut de leur savoir théorique acquis à l'université, il leur arrive de reprocher à Dürer ses approximations, ses erreurs et son manque de rigueur. Ainsi, à travers les nombreuses mentions qu'ils font de lui, nous pouvons en partie comprendre le type de lectures qu'ils font : des lectures partielles, tronquées, visant les parties les plus techniques, les constructions géométriques dont ils vérifient parfois l'exactitude.

Ainsi le jeune Galilée – il avait 28 ans et commençait son activité de professeur de mathématiques à l'Université de Padoue – reprend dans son cours de 1592/93, intitulé *Breve instruzione all'architettura militare*, la construction du pentagone⁽¹³⁾ présentée par Dürer dans son Livre II et puisée peut-être dans la *Geometria deutsch*, manuel de 6 feuilles attribué à l'architecte Matthäus Roritzer et imprimé à Ratisbonne en 1486. Cette construction s'effectue à l'aide d'un compas à ouverture constante, l'ouverture étant celle du côté donné ab du pentagone à construire. Elle a eu une immense fortune et a été reprise sous le nom de Dürer par Tartaglia, Cardan, Guidobaldo del Monte, Cataldi, etc. jusqu'à Galilée.



Dürer, Livre II, figure 16.

On trace un premier cercle de centre a et de rayon ab , puis un deuxième cercle de centre b et de rayon ab . Ils se coupent en c et en d . Avec d comme centre, on trace un troisième cercle de même rayon ab . Il coupe les deux premiers en e et en f , la droite

(13) Figure II.16, page 208 de mon édition. Pour Galilée, *Opere 2*, p. 17.

cd en g . La droite prolongée eg coupe le deuxième cercle en h . De même fg prolongée coupe le premier en i . Les points i et h sont (avec a et b) des sommets du pentagone. Il suffit de trouver le cinquième t comme point d'intersection de deux segments de même longueur issus de h et de i .

Giovanni Battista Benedetti⁽¹⁴⁾, puis Clavius⁽¹⁵⁾ dans sa *Geometria practica*, ont montré que le pentagone obtenu par la méthode décrite par Dürer n'est qu'équilatéral sans être équiangle, ce dont Dürer n'était pas conscient. Clavius, dans le théorème 11. Proposition 29 du Livre VII de sa géométrie pratique, énonce : « Démontrer que la description du pentagone équilatéral et équiangle sur une droite donnée, transmise par Albert Dürer et que tous les architectes et artisans approuvent, est fautive »⁽¹⁶⁾. Clavius calcule les divers angles du pentagone, résume ses calculs dans un tableau et conclut que le pentagone n'est pas équiangle. Il critique aussi la construction de l'heptagone⁽¹⁷⁾ donnée par Dürer. Le côté de l'heptagone régulier est pris égal au demi-côté du triangle équilatéral inscrit dans le même cercle. Sans être exacte, cette construction, très répandue au Moyen Âge et déjà contenue dans la *Geometria deutsch*, donne cependant une excellente approximation.

Dans ses *Commentaria in Euclidis Elementa Geometrica*, Clavius ajoute dans son commentaire (imprimé en caractères italiques pour le distinguer du texte euclidien) à la proposition XV du Livre VI une construction de Dürer. La proposition euclidienne⁽¹⁸⁾ s'énonce : « Construire une figure rectiligne semblable à une figure rectiligne donnée et semblablement placée d'une telle façon que les deux figures aient un rapport donné ». Clavius commente : « Il me semble ne pas pouvoir omettre la méthode pratique d'Albert Dürer pour obtenir facilement la duplication, la triplification et la quadruplication d'un carré ou d'un parallélogramme quelconques donnés. Elle nous servira aussi à construire une figure rectiligne semblable à une figure rectiligne donnée, plus grande ou plus petite, et semblablement placée d'une telle façon que les deux figures aient un rapport donné. Albert ne fournit cependant aucune justification de cette pratique, mais se contente de la proposer ». De quelle méthode s'agit-il ? Elle⁽¹⁹⁾ se trouve au Livre II, figures 30 et 31.

Dürer s'y propose de « construire un carré dont l'aire vaut sept fois celle d'un carré donné ». Soit $abcd$ le carré donné. Dürer juxtapose huit fois le côté cd du carré donné sur une droite horizontale de . Il cherche le milieu f du segment de et construit un demi-cercle sur de avec f comme centre. Puis, il prolonge le côté cb du carré donné

(14) *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber*, Turin 1585, p. 369-370.

(15) Rome 1604, p. 357.

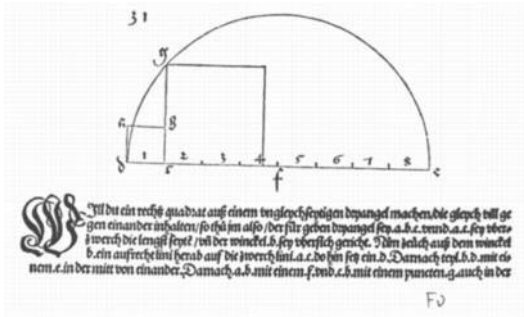
(16) Clavius, *Opera omnia* II, p. 210-211 : « Descriptionem Pentagoni aequilateri, et aequianguli supra datam rectam ab Alberto Durero traditam, et quam omnes fere Architecti, atque artifices approbant, falsam esse, demonstrare ».

(17) Pour l'heptagone régulier, voir Dürer, Livre II, fig. 9-11, page 205 de mon édition. L'heptagone ne pouvant être construit à la règle et au compas, sa construction est approximative. Pour une évaluation de l'approximation, voir mon annexe 6, p. 368.

(18) Clavius, *Opera mathematica* I, p. 291 : « XV. Dato rectilineo simile similiterque positum rectilineum describere, maius, vel minus, secundum propositam datam ».

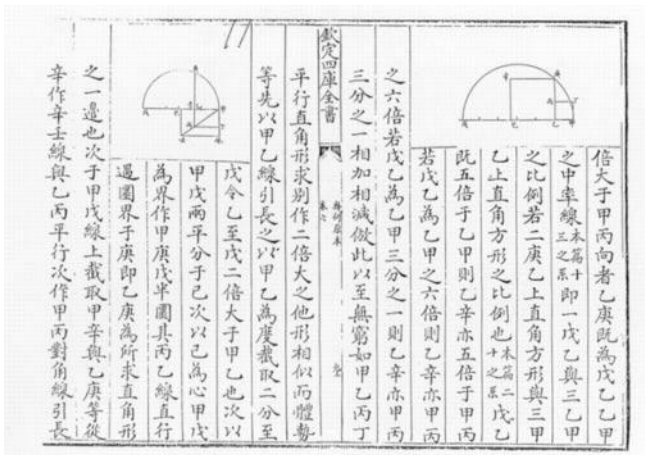
(19) Voir pages 224-225 de mon édition.

jusqu'à ce qu'il coupe le demi-cercle en g . Le segment cg est le côté du carré cherché. En effet, on a $cg^2 = dc \cdot ce = dc \cdot 7dc = 7dc^2$.



Dürer, Livre II, figure 31.

Clavius expose la méthode pour un carré dont il s'agit de quintupler l'aire, puis il en conclut qu'on tire de la méthode de Dürer une construction directe et simple de la moyenne proportionnelle entre deux lignes. En effet, si a et b sont donnés, leur moyenne proportionnelle m telle que $a : m = m : b$ peut être déterminée géométriquement à l'aide de la construction ci-dessus (en juxtaposant a et b sur une droite horizontale, diamètre d'un demi-cercle). Cet exemple est particulièrement intéressant, puisqu'il nous vaut aussi une page, peut-être insolite, tirée de l'Euclide chinois de Matteo Ricci et Xu Guangqi⁽²⁰⁾.



Matteo Ricci et Xu Guangqi, *Jihe yuanben*, Beijing 1607.

Confrontons maintenant à l'attitude de Clavius celle de Johann Kepler. Alors que le premier reprend les méthodes approximatives de Dürer, en indique l'utilité, mais en restreint aussi la portée en les accompagnant d'un calcul des erreurs qui délimite

(20) Matteo Ricci et Xu Guangqi, *Jihe yuanben*, Beijing 1607. Je remercie Peter M. Engelfriet d'avoir attiré mon attention sur l'existence de cette page.

précisément le cadre dans lequel elles sont valables, Kepler, dans son *Harmonice mundi*, 1619, Livre 1, donne également la construction de l'heptagone tirée de Dürer qu'il cite ici⁽²¹⁾ explicitement. Or, l'heptagone est le premier polygone qui ne se laisse pas construire exactement à la règle et au compas. Pour Kepler, un tel polygone est un non-être, « *non-entium* », que l'on ne peut pas connaître, qui est donc « *non scibilis* ». Un être de raison, comme un mathématicien, peut écarter immédiatement une construction aussi grossière issue du travail manuel des artisans. Kepler, contrairement à Clavius, n'est pas prêt à faire une place aux méthodes graphiques et approchées issues des traditions manuelles.

La position de son contemporain Tycho Brahé, telle qu'il l'exprime dans ses *Astronomiae instauratae Progymnasmata* à l'occasion d'objections que certains pourraient faire à un certain Georges Busch d'Erfurt ayant publié ses observations d'astronomie en allemand⁽²²⁾, étonne en revanche par sa modernité. En effet, Brahé répond aux objecteurs potentiels de Busch que la science ne consiste pas en la connaissance des mots, mais des choses. Ce que l'on dit importe et non pas la langue dans laquelle on le dit⁽²³⁾. Quelques lignes plus haut, il venait de citer Dürer et l'art de la peinture fondé sur la géométrie, l'optique et la perspective, qui elles se réfèrent de plein droit aux mathématiques. On peut donc penser que, pour Brahé, Dürer (comme Busch) a contribué à la connaissance des choses. Même si les mots choisis ne sont pas les termes latins habituels et si certaines constructions ne sont qu'approximatives, il a fait avancer les connaissances mathématiques.



Les capitales latines construites par Dürer.

Mais les mathématiciens ne sont pas les seuls à faire des lectures tronquées et sélectives de la géométrie de Dürer. Alerté sans doute par la mention d'Érasme, l'humaniste Geoffroy Tory, étroitement lié à l'imprimeur parisien Henri Estienne, a

(21) J. Kepler, *Gesammelte Werke*, VI, p. 55.

(22) Voir T. Brahé, *Astronomiae instauratae Progymnasmata*, Prague 1603, Livre 1, p. 766.

(23) « His responsum volumus, Scientiam non consistere in verborum, sed Rerum potius cognitione : nec interesse, quo idiomate aequippiam dicatur, modo res ipsa per se ritè intellecta, debita ratione constet ».

dès 1529 pris connaissance du tracé des lettres latines⁽²⁴⁾. Dans son célèbre *Champ fleury, ou l'Art et Science de la proportion des lettres*⁽²⁵⁾, Tory rend d'abord hommage à Dürer, puis il discute une à une ses capitales romaines, classe les différentes variantes que Dürer en propose selon son ordre de préférence et critique sévèrement les proportions indiquées par l'artiste : « On peut excuser le dict Albert Durer en tant que de sa vacation estoit Painctre, et quil nadvient gueres souvent que painctres soient excellens Grammairiens pour entendre la qualité et deue proportion des bonnes lettres ». Nous sommes bien ici en présence d'une lecture technique, partielle, de la part d'un spécialiste. Alors que pour l'ensemble de ses écrits théoriques, Dürer est « digne de qui on face immortelle memoire », il est hautement critiquable en ce qui concerne la partie que Tory connaît bien.

Les figures comme moyen d'appropriation

On peut dire, de manière générale, que l'édition originale allemande, difficile à lire, a surtout été reçue par l'intermédiaire de ses figures. C'est le cas, en particulier, des sections coniques⁽²⁶⁾ construites à partir d'une élévation et d'un plan que Dürer enseigne à déduire de cette élévation. Ces figures, qui ont pu inspirer Gaspard Monge⁽²⁷⁾, ont été interprétées depuis l'invention de la géométrie descriptive comme des épreuves de descriptive, alors qu'en lisant le texte qui les accompagne, on ne peut aller jusque là. De fait, on ne peut véritablement parler de plan ou d'élévation chez Dürer. Pour lui, ceux-ci sont les résultats d'opérations matérielles qui consistent, pour le plan par exemple, à recueillir l'empreinte sur le sol d'un corps qu'on y aurait écrasé. Le vocabulaire utilisé dans cette partie est celui des métiers, des architectes médiévaux, comme ce Roritzer dont nous avons déjà parlé et qui nous a laissé un libelle rudimentaire sur la construction des pignons si caractéristiques de l'architecture de l'époque. Si la figure est très évocatrice pour les modernes, le texte de Dürer semble archaïque et a été peu lu et commenté, contrairement aux étonnantes figures.

Les polyèdres se prêtent bien sûr aussi à une transmission par l'intermédiaire des figures. Dürer présente⁽²⁸⁾ chacun des cinq polyèdres réguliers par deux projections, que nous pourrions dire orthogonales si elles n'étaient entachées par trop d'erreurs, sur les plans horizontal et vertical, ainsi que par son développement plan. Ou, dans les termes mêmes de Dürer, la figure est présentée ouverte. Pour reconstituer l'objet en trois dimensions, il suffit de découper dans du carton le patron formé par les faces et de le plier le long des arêtes. Dans la suite, Dürer décrit sept (puis en 1538 neuf) des treize polyèdres semi-réguliers. Pour chaque solide, il indique le nombre f de faces, le nombre a d'arêtes et le nombre s de sommets, puis en dessine un développement plan. Ici encore, ce qui importe c'est de pouvoir aisément construire les corps en question au moyen de carton, colle et ciseaux. Cette partie a eu une

(24) Voir la fin du Livre III, pages 278-311 de mon édition.

(25) Paru à Paris en 1529.

(26) Voir Livre I, figures 34 à 36, pages 176-180 de mon édition.

(27) Voir René Taton, *L'œuvre scientifique de Monge*, Paris : PUF, 1951.

(28) Livre IV, figures 29-33, pages 315-317 de mon édition.

immense fortune auprès d'artistes comme le Nurembergeois Wenzel Jamnitzer⁽²⁹⁾, d'humanistes comme Barbaro, auteur d'une perspective pratique, mais aussi auprès de savants et mathématiciens comme Clavius, Kepler ou Stevin. Ce dernier, dans ses *Problemata geometrica*⁽³⁰⁾, s'est appuyé sur les modèles de Dürer pour construire les corps archimédiens.

La partie la plus connue, la plus souvent copiée et la plus amplement commentée des *Instructions à la mesure* est celle qui est consacrée à la perspective et qui clôt l'ouvrage⁽³¹⁾. Dürer y présente quelques rudiments d'optique, enseigne le tracé des ombres et indique deux méthodes de perspective, celle dite de la double projection puisqu'elle combine deux projections orthogonales horizontale et verticale, ainsi que celle d'Alberti. L'exposé n'en est pas tout à fait limpide, le texte ne correspond pas aux figures, Dürer semble confondre la construction albertienne avec celle du point de distance⁽³²⁾. Et pourtant, la gravure du perspecteur dessinant un luth, qui clôt l'ouvrage, est une représentation matérielle très claire de la définition de la perspective en tant que coupe plane de la pyramide visuelle et, à ce titre, elle a été reprise, copiée ou adaptée par les peintres des générations suivantes.

Formes abrégées

Contrairement à la réception de cette gravure, celle de la véritable pratique de la perspective par les peintres à qui l'ouvrage était explicitement adressé a posé problème. L'*Underweysung* a été jugé obscur et trop difficile, sa compréhension nettement au-dessus des moyens des praticiens. On a alors assisté, en Allemagne notamment et tout au long du XVI^e siècle, à une floraison de libelles⁽³³⁾ dont la prétention affichée était de simplifier les méthodes de Dürer. Ainsi, Hieronymus Rodler, dans une préface « Au lecteur » désigne très nettement le public auquel *Eyn schön nützlich büchlin und underweysung der kunst des Messens / mit dem Zirckel / Richtscheidt oder Linial*, Simmern 1531, qu'il vient d'imprimer, est adressé. Les *Instructions* de Dürer n'étant compréhensibles qu'aux érudits, l'auteur du libelle, qui serait d'après des études récentes Johann II de Simmern (1492-1557), s'est proposé de les simplifier au profit des peintres, sculpteurs, orfèvres, brodeurs de soie, tailleurs de pierre, menuisiers et tous ceux qui manient la règle et le compas.

Paul Pfintzing, cartographe et sénateur de Nuremberg, pour citer un autre exemple, a rédigé plusieurs petits ouvrages de géométrie et de perspective. On trouve exprimée chez lui une idée qui permet de situer Dürer dans l'ensemble de la production scientifique. Alors qu'en géométrie il constitue un aboutissement, s'y étant servi des auteurs, en perspective il est en revanche perçu comme un commencement par les auteurs qui le suivent et qui, en ce qui concerne les fondements géométriques de la

(29) Wenzel Jamnitzer, *Perspectiva corporum regularium*, Nuremberg 1568 ; reprint avec une préface d'Albert Flocon, Gutenberg Reprints, Paris 1981.

(30) Anvers 1583. Voir Dirk J. Struik, éd., *The Principal Works of Simon Stevin*, vol. II, Mathematics, Amsterdam : C.V. Swets & Zeitlinger, Amsterdam 1958.

(31) Voir la fin du Livre IV, pages 340-353 de mon édition.

(32) Pour plus de détails, voir l'introduction, pages 100 et suiv. de mon édition.

(33) Une étude plus systématique de ces écrits est en cours.

perspective, se servent tous de lui. Figure fondatrice, Dürer a mis à la disposition de ses lecteurs les bases mathématiques sur lesquelles construire les méthodes de représentation de l'espace et notamment de la perspective⁽³⁴⁾.

Pratiques universitaires de lecture

Les exemplaires de l'*Underweysung der messung*, et davantage encore ceux de la traduction latine, conservés aujourd'hui dans les bibliothèques, portent parfois des traces d'appropriation de la part de lecteurs souvent anonymes. Ainsi, les figures de l'exemplaire de l'édition latine parue à Paris en 1535 et conservée⁽³⁵⁾ à la British Library, ont été coloriées, les initiales décorées. Plus intéressant peut-être, puisque témoignant d'une pratique universitaire, l'exemplaire⁽³⁶⁾ des *Institutiones Geometricae* (1532) de la Réserve de la Bibliothèque nationale de France comporte des *marginalia* – malheureusement en partie rognés par la reliure – qui laissent supposer de la part du lecteur une érudition mathématique certaine. Les notes dans la marge sont en latin et contiennent des citations grecques. Le lecteur renvoie à d'autres auteurs que Dürer ayant traité des mêmes problèmes, parmi lesquels Bovelles (en marge du Livre II, figure 10) et Oronce Finé (Livre III, figure 21), dont il n'indique que le prénom, « Noinomag » (Livre IV, figure 43) et Apollonius (Livre I, figure 36). Il lui arrive de reconnaître des sources de Dürer. Ainsi, il prétend que le développement plan du polyèdre, constitué de 6 carrés et de 12 triangles, et que Dürer croit faussement être archimédien (IV. 43) provient de l'encyclopédie mathématique compilée par Giorgio Valla sous le titre : *De expetendis et fugiendis rebus opus* (1501), Livre 4 de géométrie. Manifestement, il est bien versé dans le problème classique de la duplication du cube, dont Dürer donne trois solutions⁽³⁷⁾ différentes. Son lecteur attribue correctement la troisième à Héron d'Alexandrie et ajoute d'autres solutions : celles de Dioclès, Pappus, Porus, Ménechmé, Philon de Byzance, Philopon. Il est notable que cette partie, la plus annotée, comporte la seule démonstration que Dürer ait incluse dans son ouvrage. Et c'est peut-être pour cette raison qu'elle éveille des échos chez le lecteur. La démonstration de Héron repose sur une série d'égalités d'aires obtenues grâce à des théorèmes du Livre VI des *Éléments* d'Euclide, auxquels Dürer se réfère explicitement. La construction du pentagone (Livre II, figure 15) que Dürer a tirée de l'*Almageste* de Ptolémée est pourvue par le lecteur anonyme d'une référence à la proposition 1 des *Demonstrationes astronomicae* de Mote regio (Regiomontanus ?). Il arrive aussi à l'auteur des *marginalia* d'y proposer des méthodes alternatives à celles de Dürer (Livre , figure 6), de rajouter des figures (au Livre I, figure 22), des petits calculs (comme au Livre I, figures 34 et 36 concernant le miroir ardent) ou des termes grecs.

Il est manifeste que ce lecteur a une formation classique : il connaît les langues anciennes. C'est un familier des grands textes mathématiques, au moins sous la

(34) Paul Pfintzing von Henfenfeld, *Ein schöner kurtzer Extract der Geometriae unnd Perspectivae...*, Nuremberg : Valentin Fuhrmann, 1599.

(35) Cote BL : 530m.8(1).

(36) Cote BNF : Rés.V.456.

(37) Pour un commentaire de cette partie du Livre IV, voir l'introduction à mon édition, page 82.

forme d'extraits tirés des compilations de ses contemporains Finé et Valla. En comparant les méthodes de Dürer à celles classiques, recueillies par ces deux auteurs, il reçoit les *Instructions* de Dürer comme une autre encyclopédie de mathématiques, sans d'ailleurs commenter, dans les inscriptions qu'il a laissées, les éléments plus pratiques provenant des ateliers d'artistes ou des métiers. Le lecteur reconnaît ce qu'il sait déjà, ce qu'il peut confronter ou comparer à des choses connues, mais ignore les autres apports. L'ouvrage est reçu comme participant certes à la diffusion des connaissances, mais à un niveau intermédiaire entre celui explicitement désigné par l'artiste-géomètre et les écoles, l'université.

Inscription dans le curriculum universitaire

Nous disposons de témoignages précieux⁽³⁸⁾ qui laissent à penser que la géométrie de Dürer a été introduite dès les années 1530 dans le curriculum d'universités allemandes. Encore au XVII^e siècle, Daniel Schwenter (1585-1636), professeur de langues orientales et de mathématiques à l'université d'Altdorf, avait assez systématiquement recours aux *Instructions* de Dürer pour enseigner la géométrie. C'est en tous cas ce que l'on peut constater de sa *Geometria practica nova*, dont la première édition de 1618 compte trois traités, a connu quatre éditions jusqu'en 1641 et a été augmentée en 1627 d'un quatrième traité. En dépit du titre latin, cette géométrie est rédigée en allemand. Le premier traité reprend de nombreuses constructions tirées surtout du Livre I de Dürer, mais Schwenter les replace dans un cadre mathématique, distingue celles qui sont exactes des approximations (ce que Dürer ne faisait quasiment pas), les complète ou s'en inspire pour donner d'autres procédés. Le deuxième traité, consacré aux méthodes d'arpentage, ouvre sur un écrit dédicatoire où il essaie de convaincre le *Studiosus Geometriae* qu'il a besoin de suivre, à côté d'Euclide, Archimède, Apollonius et autres excellents *auctores*, des *praeceptores* et des *ductores*, dont il tirera profit s'il a bien assimilé les anciens.

Conclusions provisoires

D'après ce premier tour que je viens d'effectuer à la recherche de lecteurs de la géométrie de Dürer, un constat s'impose : ceux-ci proviennent de toutes les régions de l'Europe savante (et même de Chine). Alors que les praticiens germaniques tentent, avec beaucoup de difficultés, de s'appropriier le contenu du texte allemand, les universitaires de l'Empire, à quelques exceptions près, travaillent sur la traduction latine, comme aussi, plus tard et jusqu'au XVII^e siècle, les lecteurs issus d'autres pays, comme l'Italie, la France et les Pays-bas.

Les artistes et les artisans, que Dürer a désignés comme lecteurs potentiels de ses *Instructions à la mesure*, n'étaient pas en état de recevoir les notions mathématiques par trop abstraites, même si elles étaient expliquées en allemand. Les constructions décrites par Dürer étaient plus aisément assimilables par les praticiens, surtout si elles prenaient appui sur des figures. Les nombreuses adaptations plus tardives du livre de Dürer, jugé trop théorique et incompréhensible, se sont emparées des procédés de Dürer en matière de perspective notamment, pour les simplifier, les

(38) Ces témoignages sont en attente d'être exploités plus systématiquement.

expliciter et les prolonger. Leur succès, mal connu parce que peu étudié, semble avoir été, à en juger d'après le nombre de titres parus, considérable.

Par ailleurs, les savants ont découvert et lu l'*Underweysung* dans la traduction latine de Joachim Camerarius. Tout en rendant hommage à Dürer et en associant son nom à certaines constructions, ils ont confronté ses résultats au corpus existant, ils ont discuté et restreint la portée de certains, en ont complété, corrigé ou prolongé d'autres. S'ils reprennent certaines constructions approchées, celles de polygones et de polyèdres réguliers notamment, en soulignant leur aspect pratique, ils fustigent aussi leur fausseté et les pourvoient d'un calcul de l'erreur. Mais, tout en les critiquant, ils les intègrent définitivement dans le corpus mathématique, enrichissant ainsi la géométrie de connaissances pratiques provenant des ateliers. Dès le XVI^e siècle en Allemagne, puis au XVII^e siècle au-delà de l'Empire, un certain nombre de connaissances tirées de la géométrie de Dürer ont été enseignées jusque dans les universités.

L'incorporation de méthodes pratiques, graphiques ou visuelles, dans les mathématiques et leur enseignement a nécessité une médiation par le Latin, qui a souvent été le fait d'humanistes (comme Camerarius pour Dürer). C'est elle qui a rendu possible une appropriation critique de certains éléments, provenant des métiers et que Dürer a été parmi les premiers à intégrer dans un ouvrage mathématique de type encyclopédique. En effet, comparé à une encyclopédie mathématique plus classique comme *De expetendis et fugiendis rebus opus* de Giorgio Valla (ainsi que le fait du moins partiellement le lecteur anonyme parisien), les *Institutiones geometricae* d'Albrecht Dürer révèlent leur plus ample étendue, leur parti pris constructif et leur richesse singulière qui leur a permis de contribuer au XVII^e siècle à la constitution de méthodes et d'approches radicalement nouvelles en mathématiques.