

La place des mathématiques dans la formation de l'ingénieur, à travers l'histoire de l'École Polytechnique(*)

Anne Michel-Pajus(**)

Depuis sa création, l'École Polytechnique a pour objectif de former au plus haut niveau les scientifiques qui sauront donner à la Nation les inventions et les réalisations nécessaires à sa puissance et à son rayonnement. Pour cela, elle a toujours sélectionné les meilleurs étudiants, choisi ses enseignants parmi les plus grands spécialistes de l'époque, et s'est dotée de commissions permanentes de réflexion et d'évaluation. De plus, pratiquement à chaque alternance politique, est créée une « *commission de réforme* » à laquelle participent d'importantes personnalités extérieures.

Et pourtant, en lisant les rapports, on est stupéfait de constater sur presque deux siècles la même insatisfaction, quasiment dans les mêmes termes. Toutes les analyses débouchent sur le constat d'une inaptitude des élèves sortants à gérer le réel. Parmi les coupables désignés figure généralement l'enseignement des mathématiques, jugé trop abstrait et envahissant, et ce, malgré toutes les tentatives de réforme.

Quand on le replace dans son contexte, le discours qui apparaît schématiquement comme un affrontement entre rigueur et opérationnalité, abstrait et concret, théorie et applications, etc., recouvre en fait des situations différentes, où entrent en jeu, par exemple, non seulement l'état de la connaissance en mathématiques, physique, technologie, mais aussi l'ensemble du système d'enseignement, les conceptions du développement cognitif, l'idée que l'on se fait de l'excellence.

Cela fait beaucoup de paramètres. J'ai essayé d'en repérer quelques-uns tout au long de cette relation passionnelle entre l'X et les mathématiques.

1. 1794. La création de l'École, Monge : un équilibre fragile

Lorsque j'étais taupine, je ronchonnis devant les fastidieuses épures de géométrie descriptive, et mon professeur m'avait dit « ça reste au programme parce que ça été inventé par Monge, le fondateur de l'École Polytechnique ». Je vouais donc aux gémonies ce pauvre Monge et l'esprit traditionaliste des militaires sans savoir que pour ce grand savant cette géométrie remplissait justement les deux objectifs soulignés par G. Choquet.

(*) Cet article a été publié en grande partie dans le Bulletin de l'Union des Professeurs de Spéciales n° 160 en novembre 1999.

(**) Professeur au Lycée Claude Bernard, Paris, animatrice à l'IREM de Paris 7.

« Cet art a deux objets principaux :

Le premier est de représenter avec exactitude, sur des dessins qui n'ont que deux dimensions, les objets qui en ont trois, et qui sont susceptibles de définition rigoureuse. Sous ce point de vue, c'est une langue nécessaire à l'homme de génie qui conçoit un projet, à ceux qui doivent en diriger l'exécution, et enfin aux artistes, qui doivent eux-mêmes en exécuter les différentes parties.

Le second objet de la Géométrie descriptive, est de déduire de la description exacte des corps tout ce qui suit nécessairement de leurs formes et de leurs positions respectives. Dans ce sens, c'est un moyen de rechercher la vérité ; elle offre des exemples perpétuels du passage du connu à l'inconnu ; et parce qu'elle est toujours appliquée à des objets susceptibles de la plus grande évidence, il est nécessaire de la faire entrer dans le plan d'une éducation nationale »⁽¹⁾.

La géométrie descriptive apparaissait à la fois utile par ses applications, par son rôle formateur de l'esprit (précision et exactitude), et comme un outil pédagogique pour faciliter la compréhension de l'analyse (« passage du connu à l'inconnu ») en l'illustrant par des « objets susceptibles de la plus grande évidence ».

Il faut préciser tout de suite que ce que l'on entend par analyse à l'époque n'est pas comme aujourd'hui un domaine où interviennent limites et infimum petits, mais l'art de mettre en équations algébriques un problème généralement issu de la géométrie ou de la mécanique (cf. la géométrie « analytique » qui ne fait pas forcément intervenir d'analyse au sens actuel, et s'appelle plutôt géométrie différentielle quand c'est le cas).

Voici d'ailleurs le programme du concours d'admission (celui-ci est créé en 1798 et ce programme est celui de 1828, mais il y a peu de changements).

**Programme des connaissances exigées
pour l'admission à l'École Polytechnique (1828)**

1^o – *L'Arithmétique complète, comprenant la théorie des proportions, des progressions, des logarithmes et l'usage des tables ; l'exposition du nouveau système métrique ;*

2^o – *L'Algèbre, comprenant la résolution des équations des deux premiers degrés, celle des équations indéterminées du premier degré, la théorie des exposants fractionnaires et des exponentielles, la démonstration de la formule du Binôme de Newton, dans le cas seulement des exposants entiers positifs ; la composition générale des équations, la règle des signes de Descartes, la méthode des diviseurs commensurables, celle des racines égales, la résolution des équations numériques par approximation, l'élimination des inconnues dans deux équations d'un degré quelconque à deux inconnues ;*

3^o – *La Géométrie élémentaire, comprenant les propriétés des triangles sphériques, la trigonométrie rectiligne, et l'usage des tables de sinus ;*

(1) MONGE - Première leçon de l'École Normale - 1^{er} pluviôse an III, cité par Dhombres dans l'Introduction de [6], p. 34.

4^o – La discussion complète des lignes représentées par les équations du premier et du second degrés à deux inconnues, et les propriétés principales des sections coniques ;

5^o – La Statique démontrée d'une manière synthétique, appliquée à l'équilibre des machines les plus simples, telles que le levier, la poulie, le plan incliné, le treuil, la vis, la machine funiculaire, les moufles, les roues dentées et la vis sans fin ;

6^o – Un exemple de résolution de triangle est proposé à chaque candidat, pour constater qu'il sait se servir des tables de logarithmes ; les calculs devront être faits avec des tables à sept décimales ;

7^o – Les candidats traduiront, sous les yeux de l'examineur, un morceau d'un auteur latin de la force de ceux qu'on explique en rhétorique, et traiteront par écrit, en français, un sujet de composition donné. Leur écriture doit être lisible et leur orthographe correcte ;

8^o – Ils copieront enfin une académie, en partie ombrée au crayon, d'après un des dessins qui leur seront présentés par l'examineur.

Les élèves doivent avoir été exercés, avant leur entrée à l'École, à construire, avec la règle et le compas, quelques problèmes de géométrie élémentaire et de géométrie descriptive.

Tous ces articles sont également obligatoires.

Ce programme paraît bien modeste, mais il faut se dire que les candidats n'avaient à peu près rien appris en mathématiques au cours de l'enseignement secondaire. Le rôle fondamental accordé aux sciences (mathématiques et chimie) dans l'enseignement de l'École est proprement révolutionnaire, directement issu de l'idéologie des Lumières et spécialement des idées de Condorcet, qui remet en cause « la prééminence du latin ainsi que le dogmatisme et le manque d'ouverture de la culture classique »⁽²⁾ qui constituent l'enseignement sous l'Ancien Régime. D'ailleurs les cours vont se révéler trop difficiles pour certains élèves et ce malgré les nombreuses tentatives pédagogiques de remise à niveau, meilleur suivi des élèves et meilleure répartition des contrôles.

« Une des suites fâcheuses de la difficulté qu'éprouvaient quelques élèves à se tenir au courant de l'instruction était le travail excessif auquel il devenait nécessaire de se livrer pour se préparer au concours. On lit dans un rapport du Directeur au Conseil de Perfectionnement (1801) que les "maladies se sont multipliées sur la fin de l'année et que l'excès de travail aux approches des examens, a ôté à un très grand nombre la faculté de les subir à leur avantage" »⁽³⁾.

Le problème de surmenage, tant à l'École qu'en classes préparatoires, sera pris très au sérieux, comme en témoignent les nombreuses enquêtes sur la maladie et même la mortalité des élèves, et les commissions qui s'en préoccupèrent encore en 1989⁽⁴⁾.

(2) Cf. [2], p. 8. Le texte de Condorcet est cité p. 9.

(3) Cf. [6], p. 253.

(4) « Les horaires des Maths Spéciales P' sont particulièrement inhumains ». Rapport Bernard 1988.

Mais que faut-il supprimer ? Les attaques contre les mathématiques vont commencer !, par exemple celles de J.F. Barailon, député de la Creuse⁽⁵⁾, le 24 Nivôse an VI (13-1-1798).

« Nous avons déjà dit que c'était peine et temps perdus que d'y enseigner comme on le faisait des objets totalement inutiles, le calcul différentiel et le calcul intégral ; qu'il n'était pas moins ridicule d'enseigner à tous ce qui n'était utile qu'à quelques uns ».

Il est évidemment facile de parer à ces attaques venues de gens peu compétents, éventuellement par le mépris, mais les Écoles d'applications se plaignent aussi des élèves qu'elles reçoivent. Dans un rapport de la Commission des Fortifications écrit en 1811, on lit :

« Le comité considère. en premier lieu, la détermination des programmes, et demande : 1^o Que, dans les démonstrations, la synthèse soit employée concurremment avec l'analyse, spécialement dans tous les cas où elle donne des solutions plus simples et des formules plus commodes dans la pratique ; 2^o que, dans les formules, on ne néglige pas de donner, à côté des solutions et des formules rigoureuses, les méthodes approximatives qu'il est indispensable ou commode d'employer dans les services publics ; 3^o qu'à la suite des solutions, on développe les principales applications des formules ou des méthodes, et les modifications qu'elles doivent subir pour devenir applicables. »

Il faut souligner que la technologie est encore très empirique ; par exemple la construction des voûtes ne s'appuie pas sur une théorie, mais sur des tables de dimensionnement.

La situation ne va pas s'arranger quand Cauchy va essayer d'introduire des « raffinements » de l'analyse...

2. Cauchy : un enseignant aux prises avec la rigueur

« L'enseignement des mathématiques pures, aux dires de beaucoup de personnes en état d'émettre une semblable opinion est poussé trop loin dans l'École, et ce luxe dans cette partie non applicable à la Science tourne au préjudice des autres branches ».

C'est le Directeur de l'École qui s'exprime ainsi. Encore est-il bien modéré dans le choix de ses termes. De 1819 jusqu'à son départ en 1830 (en exil), Cauchy se verra reprocher par ses collègues (en particulier Arago), de perdre du temps à enseigner des notions hors programme, de surcroît si compliquées que les élèves non seulement n'y comprennent rien, mais *« même qu'ils l'ont (l'analyse) pour ainsi dire en horreur ».*

Même quand Cauchy accepte de publier ses feuilles de cours, Laplace prétend qu'il doit s'y reprendre à trois fois pour comprendre !⁽⁶⁾ Réplique de Cauchy :

« Si quelques parties du cours d'analyse et de mécanique ont été considérées par plusieurs personnes comme exigeant des élèves, surtout dans la première année, un

(5) Cité dans [5].

(6) In [1], p. 88-89 – Ces citations proviennent des rapports des Conseil d'Instruction et Conseil de Perfectionnement, conservés aux archives de l'École Polytechnique.

travail trop considérable, cela ne tient nullement à la méthode suivie aujourd'hui par les professeurs, mais au grand nombre d'articles ajoutés depuis la réorganisation de l'École, au programme de la première année, et à la rigueur que les professeurs s'étaient proposés de mettre dans leur démonstration. En comparant les nouvelles méthodes avec celles qui étaient autrefois en usage, on reconnaîtra sans peine que les nouvelles sont en général plus simples, quand elles ne sont pas plus rigoureuses. Au reste, si l'on sacrifie quelque chose de la rigueur, ainsi que l'un des professeurs d'analyse l'a proposé dans la séance du 24 novembre dernier; l'expérience démontrera bientôt que les nouvelles méthodes, loin de nuire à l'instruction des élèves, leur permettent d'apprendre, en moins de temps et avec moins de travail, tout ce qu'ils apprenaient autrefois. C'est ce dont il est déjà facile de s'assurer. Ainsi, par exemple, en suivant cette marche, le professeur d'analyse de la première division a pu expliquer et développer la seconde partie du calcul infinitésimal en consacrant à cet objet moins de leçons que le programme n'en indique ».

On peut remarquer que les mots « rigueur, rigoureux » reviennent souvent chez Cauchy, mais pas chez ses opposants qui préfèrent qualifier ses méthodes de « compliquées ».

Cet argument : « les méthodes générales et rigoureuses permettent de gagner du temps plus tard » reviendra souvent dans les débats. Par exemple en 1956 : « *Doit-on enseigner quelques formules stokiennes hétéroclites et compliquées ou bien la formule générale et simple que donne la notion de différentielle extérieure ?* » (Note sur les projets de programmes des disciplines mathématiques)⁽⁷⁾. L'auteur choisit évidemment la deuxième solution.

Mais revenons à Cauchy. On peut remarquer d'abord qu'il était fidèle à la vocation de l'École de donner le « dernier état de la Science », puisque son souci de rigueur était en train de révolutionner les fondements de l'analyse, discipline essentiellement fondée sur des « méthodes », jusqu'alors.

La méthode prônée par le Conseil d'Instruction de l'École Polytechnique était la méthode des « infiniments petits », fondée sur la manipulation d'objets mal définis, comme l'explique Lagrange :

« On connaît les difficultés qu'offre la supposition des infiniments petits, sur laquelle Leibniz a fondé le calcul différentiel. Pour les éviter, Euler regarde les différentielles comme nulles, ce qui réduit leur rapport à l'expression zéro divisé par zéro, laquelle ne présente aucune idée.

Maclaurin et d'Alembert emploient la considération de limites et regardent le rapport des différentielles comme la limite du rapport des différences finies, lorsque ces différences deviennent nulles.

Cette manière de représenter les quantités différentielles ne fait que reculer la difficulté ; car en dernière analyse, le rapport des différences évanouissantes se réduit encore à celui de zéro à zéro »⁽⁸⁾.

(7) Archives de l'École Polytechnique, 1956.

(8) LAGRANGE 1806 Leçons sur le calcul des fonctions, p. 1-2.

La notion de limite dont parle d'Alembert n'est pas celle que nous connaissons et qui vient justement de Cauchy, c'est plutôt une façon de parler, fondée sur l'intuition géométrique, dans la tradition Newtonienne.

Lagrange récuse « *cette espèce de métaphysique* » et construit une nouvelle méthode fondée sur la manipulation purement algébrique de ce que nous appellerions aujourd'hui les développements limités, ou les séries de Taylor. Méthode parfaitement efficace et rigoureuse pour les fonctions effectivement développables en série de Taylor, mais ce problème-là, comme les autres problèmes de convergence, n'était pas posé à l'époque et les fonctions étaient toutes de « bonnes » fonctions.

Quoiqu'il en soit, malgré l'admiration qu'elle suscita, la méthode de Lagrange ne fut pas retenue à l'École Polytechnique et, en 1811, le Conseil de perfectionnement demanda le retour à la méthode des infiniment petits parce que « *comme on était obligé de revenir à la méthode des infiniments petits dans les applications du calcul différentiel à la mécanique... l'on gagnerait beaucoup de temps et l'on épargnerait beaucoup de dégoût aux élèves* ». Les infiniment petits étaient donc des quantités considérées tantôt comme nulles (ou négligeables), tantôt comme susceptibles de calcul algébrique. Par contre, Cauchy parlait du concept de limite défini ainsi : « *lorsque les valeurs successivement attribuées à une même variable s'approchent indéfiniment d'une valeur fixe de manière à finir par en différer aussi peu que l'on voudra, cette dernière est appelée la limite de toutes les autres* » et « *on dit qu'une quantité variable devient infiniment petite lorsque sa valeur numérique décroît indéfiniment de manière à converger vers la limite zéro* »⁽⁹⁾. Pour les applications, il utilisait bien les infiniment petits, mais son souci de rigueur le poussait à consacrer du temps à ces nouveaux concepts et, même en récupérant le temps normalement consacré aux interrogations, il était obligé de sacrifier la partie concernant les applications. Résultat : « *Parfois un élève qui a parlé avec facilité sur des généralités est arrêté ou embarrassé dans les applications à un cas particulier, et il est à craindre que les théories abstraites ainsi isolées ne laissent pas de traces dans la mémoire. Il (Cauchy) continue à résister sur la suppression des considérations qui tiennent à la méthode des limites et qui allongent la démonstration sans la rendre plus concluante. Cette remarque est surtout nécessaire quand il s'agit d'un cours fait pour des jeunes gens destinés à devenir ingénieurs* »⁽¹⁰⁾.

Mais peut-être cet enseignement était-il stimulant pour les meilleurs, propre à éveiller des vocations de mathématicien ? D'après B. Belhoste, il semble que Cauchy n'ait trouvé aucun disciple parmi les quelques 1 500 élèves qu'il a eus à l'École Polytechnique (Ostrogradsky a suivi ses cours du Collège de France). Ses travaux seront repris vers 1840 par une nouvelle génération, qui leur donnera le retentissement que l'on sait.

Ce problème pédagogique de l'introduction de l'analyse s'est maintenant déplacé au niveau de l'enseignement secondaire. Il ne faudrait pas en déduire un progrès

(9) Cours d'Analyse de l'École Royale Polytechnique, 1821.

(10) PRONY - Conseil de Perfectionnement du 26-12-1828. On voit bien dans le choix des termes (soulignés par moi) que même pour un éminent scientifique comme Prony, la rigueur mathématique est sans valeur et même tout à fait étrangère à ses préoccupations.

pharamineux de l'intelligence, les élèves de l'École Polytechnique avaient parfois 17, 18 ans et avaient étudié très peu de mathématiques. La place des mathématiques et autres sciences avait d'ailleurs commencé à se réduire dans l'enseignement secondaire, dès 1809, marquant une rupture définitive avec le projet encyclopédiste⁽¹¹⁾.

3. Coriolis-Leverrier. Le sursaut des « industrialistes » contre les « spiritualistes »

Dans les rapports du Conseil de Perfectionnement, les discussions pédagogiques cèdent la place à d'interminables débats sur la nécessité d'exiger le Baccalauréat des candidats (1842), ou l'attribution de points supplémentaires aux différents Baccalauréats (1860 à 1880). C'est le reflet des réformes qui agitent l'enseignement secondaire. La restauration politique s'accompagne d'une restauration scolaire et d'un retour aux valeurs de l'Ancien Régime : « *La culture secondaire prônée par l'Université dans la première moitié du XIXème, culture dont le spiritualisme cousinien est l'expression philosophique la plus achevée, prétend élever l'âme du collégien jusqu'au monde supérieur des valeurs transcendantes* »⁽¹²⁾.

En conséquence, en 1840, le ministre Victor Cousin supprime toute étude scientifique avant la classe de philosophie, prétextant l'encombrement des programmes. Le mathématicien Gergonne (celui qui publia les fameuses Annales) n'est pas dupe :

« Il y a derrière tout ceci une pensée secrète qu'il faut découvrir. Un vieux proviseur de Nîmes, le premier nommé à la création des Lycées, me disait un jour : Quant aux mathématiques et autres arts d'agrément, etc... Beaucoup de gens en sont encore là aujourd'hui. À la création de l'Université, certains inspecteurs généraux que le mouvement du siècle n'avait pas pu entraîner, des hommes étrangers aux sciences que pourtant ils voulaient faire semblant d'aimer, et qui ne voyaient rien de mieux que de ressusciter les collèges de l'Ancien Régime, où ils avaient eux-mêmes étudié, me disaient souvent, avec une feinte pitié : ces pauvres mathématiques souffrent de leur mélange avec les études littéraires, elles sont exclusives, elles ne veulent point de partage, et on ferait mieux d'en renvoyer l'étude après la rhétorique. C'est cette pensée qui a présidé à la rédaction du règlement du 25 août 1840. Tout cela tient à ce qu'en majorité les hommes qui président aux destinées de l'enseignement, hommes d'ailleurs très éminents, sont littérateurs, et purement littérateurs. Ils ont trop d'esprit pour dire : Les mathématiques et autres arts d'agrément ; mais ils agissent comme s'ils le pensaient. Si les Arago, les Victor de Tracy et autres étaient à la tête de l'Université, l'on tomberait dans l'excès contraire, ce serait alors les études littéraires qui deviendraient purement facultatives »⁽¹³⁾.

Certains scientifiques, essentiellement des Polytechniciens, (Dupin, Arago, Leverrier), conscients des dangers d'une telle éducation, et du retard industriel pris

(11) In [2], p. 11.

(12) In [2], p. 13.

(13) Lettre de Gergonne, 1841, citée dans [2].

par la France sur l'Angleterre, vont plaider pour un enseignement secondaire UTILE, donc scientifique, mais plus dans un but utilitaire que culturel. (Belhoste les appelle les industrialistes). Aidés par le chimiste Dumas, ils obtiennent la création d'une voie secondaire scientifique (Réforme Fortoul 1852) qui institue la « bifurcation », i.e. à partir de la Troisième une voie scientifique qui conduit à un Bac ès Sciences à égalité avec le Bac ès Lettres classique.

Ce débat va retentir sur l'enseignement mathématique à l'École. Coriolis, Directeur des Études, remet un rapport en 1840 :

« La société aujourd'hui, n'a plus pour ainsi dire le temps d'étudier la nature pour l'admirer, ni le loisir de chercher la vérité pour en faire l'objet de ses contemplations... Elle demande aux sciences quelle répand pour l'éducation publique des applications aux diverses industries ; elle veut que leur enseignement soit dirigé vers l'accroissement de son bien-être, en servant aux perfectionnements des arts utiles... ».

Il faut donc bien introduire plus de physique, par exemple, et pour compenser, on va tout simplement renvoyer une partie de l'enseignement dans les classes préparatoires.

Mais laquelle ? Faut-il placer dans le programme d'admission la physique ou le calcul différentiel ? L'introduction de la physique à l'admission avait été rejetée en 1807 car le Conseil de Perfectionnement craignait que « plusieurs élèves n'apportassent à l'École des notions fausses qui nuiraient à leur instruction »⁽¹⁴⁾, puis en 1831⁽¹⁵⁾, parce qu'elle nécessitait trop de connaissances en mathématiques, que cela risquait d'uniformiser l'enseignement dans les collèges, et enfin accoutumerait les élèves à parler de ce qu'ils connaissent imparfaitement, et encore en 1839, par Arago soutenu par Poisson, au motif que « les examinateurs ne sauront sur quels points poser leurs questions », « les questions physiques sont trop vagues ». En fait l'on ne sait pas évaluer un candidat sur ses compétences expérimentales, et la physique à ce niveau n'est pas encore assez théorisée. (On peut remarquer qu'aujourd'hui où la théorie physique est bien mathématisée, on a d'importantes épreuves de physique, mais que l'École Polytechnique déplore de ne toujours pas savoir recruter des candidats qui auraient un « vrai » sens physique !). Finalement la physique apparaît à l'écrit en 1846. Ce qui n'empêche pas de faire glisser aussi une bonne partie du calcul différentiel, arguant du fait que le contenu trop restreint du programme et la sévérité de la compétition poussent les enseignants et examinateurs à des finasseries inutiles, et qu'il vaudrait mieux poser des questions plus simples sur un programme plus vaste. Il « suffit donc » de mieux détailler le programme.

Ces propositions, qui constitueront le premier programme officiel des classes préparatoires (il n'existait auparavant qu'un programme de concours pour chaque École) ne forment qu'une faible partie du « rapport Leverrier ». C'est un énorme travail, 440 pages in 4°.

Il constitue une mine sur l'idée que l'on se faisait des mathématiques et de leur enseignement.

(14) Cf. [6], p. 283.

(15) Rapport du conseil d'instruction du 9-6-1831. Archives de l'École Polytechnique.

Cette réforme, réalisée sans consultation des enseignants de l'École fut très mal accueillie, à tel point que Liouville donna sa démission. Quant à Arago, il écrivit un livre : « *Sur l'Ancienne École Polytechnique* » en 1853, pour montrer que l'École avait su former des grands ingénieurs, dans lequel il contre-attaquait vigoureusement : « *Des généraux, dont tout l'avancement s'était fait sur les champs de bataille, des généraux, très braves canonniers, mais nullement artilleurs, harcelaient sans cesse l'Empereur de leurs doléances sur ce qu'ils appelaient les tendances trop scientifiques des officiers sortis de l'École Polytechnique* ».

De même que la réforme Fortoul, elle constituait, comme l'écrit Ernest Renan, « *un système d'abaissement intellectuel* », et même pour ceux qui la trouvaient « *inspirée par des intentions et des principes louables, trop éloignée des convenances didactiques* ». La bifurcation sera supprimée en 1863 par Victor Duruy à la satisfaction générale.

4. La fin du Siècle. Le déclin des mathématiques. Le concours d'admission. La naissance de l'humanisme scientifique

Je ne sais pas exactement ce que deviennent les cours de l'École Polytechnique⁽¹⁶⁾, après la réforme de Leverrier, mais on leur attribue une grande responsabilité dans le « *déclin des mathématiques* ».

Dans son rapport sur les progrès de la géométrie, en 1868, Chasles écrit :

« *L'état de nos études classiques des mathématiques a éprouvé, depuis une vingtaine d'années, un affaiblissement que l'on ne peut se dissimuler et dont nous devons dire ici nettement les causes. Ces causes se trouvent dans la malheureuse pensée, si essentiellement contraire à l'esprit et au but des mathématiques, qui a fait substituer aux études intellectuelles et théoriques sérieuses des études tronquées, formées de lambeaux de théories ayant pour objet suprême et immédiat des applications pratiques. Cette pensée, destructrice de la science et de ses progrès, a présidé aux nouveaux programmes qui, en 1850, ont causé l'affaiblissement subit des cours de l'École Polytechnique, et n'a point été étrangère à l'altération grave qu'ont éprouvée aussi nos études universitaires* »⁽¹⁷⁾.

Pour comprendre comment l'enseignement à l'École Polytechnique pouvait avoir de telles conséquences, il faut noter que tout mathématicien devait passer sinon par l'École Polytechnique, du moins par les classes préparatoires, d'abord en tant qu'élève, puis en tant que professeur, du moins jusqu'en 1890, où les chaires d'Université se firent moins rares.

En 1883, 61 % des membres de la Société Mathématique de France étaient des polytechniciens. Dans un rapport de 1896⁽¹⁸⁾, Jules Tannery, directeur de l'ENS Ulm, écrit : « *C'est vers cette maison (l'École Polytechnique) que se tournent de bonne heure presque tous ceux qui feront des mathématiques élevées* ».

(16) Pour en savoir plus, voir [8].

(17) Cité dans [7], p. 53.

(18) Archives de l'École Polytechnique.

Pourtant cette tendance utilitaire n'a pas bénéficié aux autres sciences ou à la technologie. Il est possible que le déclin en question soit plutôt dû à un manque d'élan novateur, peut-être entretenu par l'esprit « prépa ». L'activité de recherche mathématique reste très riche et tournée vers la théorie, mais se cantonne à des questions très pointues, dans des domaines hérités du début du siècle, au lieu de développer des théories plus générales comme en Prusse (voir Riemann, Weierstrass).

D'ailleurs Jordan, bien qu'élève de l'X promo 1855, est un brillant mathématicien. Devenu professeur à l'École Polytechnique, il s'attache avec Hermite à gommer les derniers effets de la réforme Leverrier.

Dans un rapport de 1880⁽¹⁹⁾, il écrit : « *en ce qui concerne l'enseignement à l'intérieur de l'École, une grande latitude a été donnée aux professeurs depuis quelques années. M. Hermite a usé de cette faculté pour apporter à l'enseignement de l'analyse des modifications profondes, que les progrès de la science rendaient, à mon avis, nécessaires. En effet, si l'École doit, avant tout, satisfaire aux exigences des services publics, il ne faut pas perdre de vue qu'elle absorbe la grande majorité des jeunes gens doués de l'aptitude mathématique ; elle nuirait aux progrès des sciences, si elle ne dirigeait pas son enseignement de manière à leur fournir les notions fondamentales dont ils auraient besoin plus tard pour se livrer à l'étude plus approfondie des mathématiques* ».

Évidemment, cela surcharge quelque peu l'enseignement à l'École. Jordan préconise donc « *d'introduire dans l'enseignement de Spéciales la notion des infiniments petits et des différentielles* » arguant du fait que MM. les Professeurs de Spéciales « *enseignent déjà près du tiers du cours de 1ère année de l'École, notamment tout ce qui concerne la dérivation des fonctions, la série de Taylor pour une ou plusieurs variables, le développement de e^x en série, la formule de Moivre et ses applications, les vraies valeurs des expressions indéterminées, les maxima et minima, les enveloppes, les développées, les points singuliers, les points d'inflexion, etc...* » alors que « *la notation différentielle n'est pas admise* ».

Il sait de quoi il parle, puisqu'il a examiné les cahiers de Stanislas :

« *J'y vois figurer toutes les théories de la géométrie analytique nouvelle, homographie, involution, courbes unicursales, polaires réciproques, coordonnées tangentielles, points cycliques, droites de l'infini, caractéristique, etc... etc... Je crois qu'il serait utile que MM. les examinateurs essayassent de mettre un frein à cette tendance exagérée* ».

Ce rapport est un exemple des débats qui se focalisent pendant cette deuxième moitié du siècle sur le concours d'admission. Très vite, l'École Polytechnique a abandonné le programme commun de la classe de Math. Spé. pour éditer son propre programme.

Le nombre d'heures réservé aux mathématiques à l'École diminue pour faire de la place à la physique et à la chimie, en pleine extension, sans évidemment que les contenus mathématiques ne rétrécissent, au contraire !

(19) Archives de l'École Polytechnique.

La solution consiste toujours à rejeter une partie du programme en Spéciales. Les rapports se succèdent [Cornu en 1880, Sarrau (Directeur des Études) en 1892, Tannery en 1896]. Pour justifier cette charge supplémentaire, on use d'arguments pédagogiques : « *l'expérience montre que les connaissances données aux élèves à l'École restent moins dans leur mémoire que celles qu'ils ont acquises avant d'y entrer* » (Jordan, idem Cornu). Les avis diffèrent seulement sur la forme à leur donner. Ainsi le calcul différentiel va tantôt apparaître sous forme de techniques, sans théorie, ou sans la notation différentielle, ou bien avec, avec des oscillations car les deux voies ont leurs inconvénients. Ceci entraîne évidemment des protestations, transmises par les Ministères, devant le surmenage des élèves, auxquelles on répond que ce n'est pas le programme qui est lourd, mais l'interprétation qu'en font les professeurs de Spéciales, et que ces augmentations de programmes ne font qu'entériner la situation réelle (Sarrau, Jordan).

Si l'on veut dépasser ce petit jeu de renvoi des responsabilités (les professeurs accusent évidemment les examinateurs), il faut analyser le rôle du concours.

L'École est bien consciente des imperfections du système. Lors du Conseil de Perfectionnement du 13-4-1833, on s'aperçoit qu'ayant rallongé tardivement la liste d'admission de 100 à 126, les derniers se révèlent en fait meilleurs que les premiers ! Les innombrables tentatives pour aboutir à un système parfait de classement sont d'une naïveté touchante, alors que de nombreuses anecdotes dénoncent par ailleurs « *la médiocre tyrannie des examinateurs* ». Le Conseil de Perfectionnement est également conscient des effets pervers du concours sur l'enseignement des Classes Préparatoires.

Dans une lettre du 19-11-1838, le proviseur du collège royal de Saint-Louis expliquait à l'Inspecteur Général les ennuis d'un jeune professeur. On se plaint qu'au lieu de s'astreindre à la marche vulgaire de l'enseignement mathématique, il vise à un enseignement plus relevé. « *Sa "méthode" peut avoir pour résultat de donner plus de ressort à l'intelligence et de développer avec plus de plénitude les esprits rigoureux, mais le but unique des élèves spéciaux, et par conséquent, des maîtres de pension, étant l'admission à l'École Polytechnique, la route la plus banale est celle qu'ils préféreraient encore, si elle menait plus sûrement à ce but* »⁽²⁰⁾.

Et pourtant, « *C'est le concours qui sauve, après 1840 comme après 1821, l'enseignement scientifique dans les classes d'humanités* »⁽²¹⁾. Dans un milieu où l'enseignement scientifique est dévalorisé car jugé uniquement utilitaire, seule la sélectivité de la préparation à l'École Polytechnique lui confère quelque prestige : « *Ce n'est pas le savoir, c'est le concours qui distingue socialement le candidat admis aux Écoles Spéciales* »⁽²²⁾.

Cette filière est maintenue en 1840 par l'existence d'une classe de Mathématiques Élémentaires, accessible dès la Troisième suivie d'une Mathématiques Spéciales. (En 1842, il y a 3 208 élèves dans ces deux classes contre 6 239 en Troisième, Seconde, Rhétorique ou Philosophie).

(20) Cité dans [2], p. 23.

(21) In [2], p. 26.

(22) In [2], p. 26.

Si le Ministère de la Guerre s'oppose fermement à l'inflation du programme du concours, il est désarmé devant l'orientation plus théorique de l'enseignement à l'École, celui-ci étant laissé à la décision des enseignants. On trouve aux Archives un brouillon de rapport daté du 14-6-1894, de l'Inspection Générale des Années, visant à introduire des personnalités extérieures dans le Conseil de Perfectionnement de l'École, où il attaque les enseignants avec virulence :

« Aux avantages d'une tradition puissante se joint une certaine inaptitude à se plier aux modifications réclamées incessamment par les services qui se recrutent à l'École ; la prépondérance dans les Conseils et par suite la Direction de l'Enseignement se place de plus en plus dans les mains des savants les plus abstraits qui ne peuvent, en raison même de la nature de leurs études spéciales, se subordonner aux nécessités des applications pratiques dont l'importance va constamment en grandissant.

Ce manque de correspondance entre l'enseignement propre à l'École et les exigences pratiques des services qui s'y recrutent, cette prédominance des études purement abstraites vont nécessairement en s'accroissant avec le temps. L'abstraction se généralise ; le professeur ne perd pas seulement de vue l'objet de son enseignement, il perd aussi de vue ses élèves et leurs aptitudes compréhensives ; son cours est fait non pas pour son auditoire, mais simplement pour lui-même, les cours de l'École se modèlent sur ceux du collège de France qui n'ont pas d'auditeurs...

C'est à tort que le langage conventionnel analytique tend à se substituer, souvent sans motif, au langage ordinaire, expédient facile pour le professeur, mais pénible pour l'élève. C'est à tort que les matières enseignées occupent une telle étendue que les élèves ne peuvent que les étudier superficiellement sans en approfondir aucune, s'habituant ainsi à un genre de travail auquel l'intelligence ne peut que perdre »⁽²³⁾.

Les arguments de l'Inspection Générale sont d'ordre didactique, mais elle s'oppose aussi à Jordan quant aux objectifs de l'École. Il n'est plus question de défendre l'avenir des mathématiques par l'enseignement à l'École. En effet, la situation a bien évolué. La défaite de 1870 a provoqué une prise de conscience. En mars 1871, Pasteur écrit dans le courrier Salut Public de Lyon⁽²⁴⁾ :

« Je me propose de démontrer dans cet écrit que si, au moment du péril suprême, la France n'a pas trouvé des hommes supérieurs pour mettre en œuvre ses ressources et le courage de ses enfants, il faut l'attribuer, j'en ai la conviction, à ce que la France s'est désintéressée, depuis un demi-siècle, des grands travaux de la pensée, particulièrement dans les sciences exactes... Tandis que l'Allemagne multipliait ses universités, qu'elle entourait ses maîtres et ses docteurs d'honneur et de considération, qu'elle créait de vastes laboratoires dotés des meilleurs instruments de travail, la France ... ne donnait qu'une attention distraite à ses établissements d'instruction supérieure ».

Il est écouté. Les Facultés des Sciences vont se développer largement (le nombre d'étudiants se multiplie par 30 entre 1875 et 1886). Elles deviennent des lieux de

(23) Archives de l'École Polytechnique, 1894.

(24) Cité dans [7].

recherche. Les nouveaux docteurs trouvent des postes en Faculté. Sous l'influence des idées positivistes d'Auguste Comte a progressé l'idée d'une culture qui associerait sciences et humanités. En 1891, Marcelin Berthelot écrit : « *La science n'a pas seulement pour but de former des hommes utiles ; mais elle forme en même temps des citoyens affranchis des préjugés et des superstitions d'autrefois... Par là, conclut-il, la science forme des esprits libres, énergiques et consciencieux avec plus d'efficacité que toute éducation littéraire et rhétoricienne* »⁽²⁵⁾.

Les Écoles Spéciales ont pris le nom de Grandes Écoles. L'École Polytechnique pourrait maintenant se consacrer à la formation des ingénieurs.

5. L'avant-guerre : La place de l'École dans l'Enseignement Supérieur

Dans le secondaire, le mouvement aboutit à la réforme Leygues en 1902. Toutes les classes et toutes les sections du secondaire bénéficient maintenant d'un enseignement scientifique. Les programmes sont rénovés et les plus grands savants s'intéressent aux problèmes pédagogiques. Par exemple, dans un article de 1904⁽²⁶⁾, Poincaré écrit :

« *Croit-on que les mathématiques aient atteint la rigueur absolue sans faire de sacrifice ? ... C'est en s'éloignant de la réalité qu'elles ont acquis la pureté parfaite. On peut parcourir librement tout leur domaine autrefois hérissé d'obstacles, mais ces obstacles n'ont pas disparu. Ils ont seulement été transportés à la frontière et il faudra les vaincre de nouveau si l'on veut franchir cette frontière pour pénétrer dans le royaume de la pratique* ».

Il se soucie aussi de l'utilité des notions enseignées pour la physique. À propos des différentielles, il conseille :

« *C'est ainsi que l'on apprendra à raisonner correctement sur les infiniments petits, qu'on se familiarisera avec la théorie des petites erreurs, si importante en physique, qu'on comprendra comment des petites variations des données peuvent influencer sur le résultat : et cela aussi, les physiciens ne s'en plaindront pas* ».

Mais, à l'École Polytechnique, il semble que rien n'ait changé. Les mêmes questions ressurgissent. En 1912, le journal « Le Temps » mène une campagne contre l'hégémonie des sciences pures à l'École Polytechnique. On envisage alors d'introduire de la biologie et de la sociologie, mais pas de modifier l'enseignement des mathématiques.

En 1914, un rapport confidentiel du Général de Division Chapel souligne le manque d'esprit créatif des polytechniciens et l'attribue à « *l'orientation de nos études en général un peu trop propres à faire prévaloir l'abstraction sur la réalisation, la formule sur le fait, la trituration aveugle de l'X sur la vision géométrique, le travail de mémoire sur l'effort de conception et d'imagination..., enfin favorisant la méthode déductive aux dépens de l'inductive...* »⁽²⁷⁾.

(25) « La crise de l'Enseignement secondaire – La science éducatrice ». Revue des deux mondes. 15-3-1891, p. 338-374. Cité dans [2].

(26) Cf. [11].

(27) Archives de l'École Polytechnique.

Aussi en 1937, Cournot (enseignant de chimie à l'École Polytechnique) reprend :

« **AVANT-PROPOS – La question fondamentale de la culture expérimentale constitue un problème général auquel il est urgent de donner une solution.**

Si je considère plus particulièrement ce problème dans le cadre de l'École Polytechnique, je dirai que tout l'enseignement est à revoir dans ce sens.

L'enseignement actuel reste par trop sur l'axe, dans le prolongement, de l'enseignement secondaire ; la plupart des cours de l'École Polytechnique ou bien sont trop théoriques, ou bien font trop appel à la mémoire ; la majorité des élèves s'en fatigue, plus ou moins inconsciemment d'ailleurs ; ces élèves d'une part perdent le goût de ces sciences, d'autre part ne sont pas orientés dès l'École vers les hautes applications qui constitueront leur métier.

Il existe actuellement une solution de continuité, - de plus en plus vaste, à mesure que la science en progressant éclaire les phénomènes naturels - entre la haute théorie et l'application.

L'enseignement de l'École Polytechnique reste trop noyé dans la théorie ou le dictionnaire ; celui des Écoles d'application prend alors, par rapport à lui, l'application trop loin.

*Il faudrait que l'enseignement de l'École Polytechnique **jette le pont** sur cet intervalle, qu'il réalise cette **haute**⁽²⁸⁾ liaison entre la science et l'application.*

Ce " pont ", en évolution continue, n'est d'ailleurs, à part quelques cas particuliers, bien établi nulle part, dans aucune École, à mon humble sens du moins.

Quant aux causes des " extraordinaires résistances " signalées par M. HADAMARD il y a d'abord, dans certains cas, une insuffisance de connaissance simultanée des deux bords ; ensuite la mise au point de tels enseignements nécessite des médiations profondes, parfois des réalisations expérimentales nouvelles, auxquelles l'existence fiévreuse actuelle, encombrée d'occupations de toutes sortes, ne laisse pas assez de temps disponible ».

Cournot a beaucoup d'idées de réforme pour l'enseignement secondaire :

« Certains côtés de l'enseignement secondaire actuel sont purement grotesques : nombre catastrophique des élèves dans les classes, affectation de trop de classes à un même professeur, conduisant à ce résultat que le professeur ne connaît plus ses élèves, leur donne un nombre insuffisant de devoirs, ne les fait plus assez " plancher ", évite les devoirs sur certaines parties du cours (en particulier la géométrie) parce que les copies sont trop longues à corriger.

Voilà donc une première question très grave d'organisation à laquelle il est indispensable de remédier. Ce n'est pas tout. Il faut espérer que l'égalité scientifique a vécu. Ensuite, pour les scientifiques qui veulent faire des humanités, maintien d'une large place au latin, mais suppression du grec ; ne pas réduire les langues de plus en plus utiles, le mode d'enseignement s'inspire des méthodes modernes vivantes et rapides ; développement de la physique et de la chimie, sous une forme rationnelle et expérimentale ; mise en harmonie des mathématiques avec la physique

(28) souligné par l'auteur du rapport, qui est un chimiste. rappelons-le !

(actuellement, en première, on a supprimé totalement la trigonométrie, mais en physique, on a maintenu la réfraction, etc...) ».

Lorsqu'il s'agit de l'École, les propositions sont beaucoup plus modestes :

« *REMÈDES DÉPENDANT DIRECTEMENT DE L'ÉCOLE – On ne peut développer l'esprit expérimental dans toute une promotion ; il faudrait reprendre les manipulations facultatives, sur des sujets soigneusement choisis ; le petit nombre d'élèves y assistant pourraient être pris parmi les premiers du classement, ou bien triés par les examinateurs et répétiteurs : mais les deux années d'École étant insuffisantes pour un tel but, il faut préparer l'élève avant et le suivre après* ».

L'Université en expansion critique avec virulence les classes préparatoires. En 1900⁽²⁹⁾, Paul Appell veut les supprimer. À Poitiers, en 1923, on affiche un tract adressé à « Messieurs les Pères de Famille », pour les dissuader d'envoyer leurs enfants en classes Préparatoires. Après des arguments d'ordre financier, le tract explique que « *le caractère de cette préparation (en Faculté), contraste entièrement avec le labeur passif infligé à l'élève de Spéciales, accablé de cours qui lui laissent à peine le temps d'étudier et de comprendre et l'astreint à un surmenage souvent fatal à sa santé* »⁽³⁰⁾.

Le problème du surmenage suscite de nombreux débats, y compris au Ministère de l'Éducation Nationale⁽³¹⁾.

Le petit jeu de renvoi des responsabilités continue. On introduit de nouvelles matières à l'École, la place des mathématiques se réduit ; donc on n'a pas de temps à consacrer à autre chose qu'à la théorie et on renvoie une partie du programme sur les classes préparatoires en prétendant les alléger de ce que les professeurs de prépas font en trop. Mais il s'agit justement de ce que l'on demande aux concours, etc. N'oublions pas au passage d'accuser l'enseignement secondaire !

Pendant un siècle, c'est le prestige de l'École Polytechnique, école d'élite, qui a soutenu les mathématiques, jugées tantôt comme art d'agrément, tantôt comme outil au service des autres sciences. Maintenant que les mathématiques ont conquis prestige et territoires (les Facultés), tout se passe comme si l'École Polytechnique (ou ses enseignants) ne pouvaient renoncer à l'aura qu'elles apportent (d'autant plus brillante qu'elles sont plus théoriques et plus près de la recherche).

En 1930, M. Chapelon, professeur d'analyse, fait un rapport :

« *On connaît assez le rayonnement extraordinaire de la pensée polytechnicienne pendant le dix-neuvième siècle et cette gamme étonnante de grands hommes s'échelonnant depuis CAUCHY et POINCARÉ jusqu'à COMTE et RENOUVIER. J'ose dire que ce succès est dû à la fidélité avec laquelle l'École a suivi jusqu'à ce jour l'idée fondamentale de LAGRANGE.*

C'est donc aller à l'encontre d'une tradition plus que centenaire et qui s'est montrée remarquablement féconde que de vouloir diminuer l'importance de

(29) Sur la classe de Mathématiques Spéciales – L'Enseignement Mathématique n° 5 15-9-1900.

(30) Bulletin APMEP, 1923.

(31) Voir Bulletin APMEP n° 64 (1930).

l'enseignement de l'Analyse à l'École Polytechnique. On peut ajouter que si cet enseignement intensément analytique, que l'on ne trouve nulle part ailleurs, s'amointrissait ou disparaissait, l'École Polytechnique ne serait plus qu'une quelconque des écoles préparant aux écoles d'ingénieurs et que les prérogatives données à ses anciens élèves et son existence même ne tarderaient pas à être menacées ».

Et pour justifier de façon plus morale ces prérogatives, il ajoute :

« Le procédé pédagogique de l'École Polytechnique consiste à donner aux élèves la tournure d'esprit analytique, tournure d'esprit qui prédispose à l'honnêteté intellectuelle et l'esprit critique d'une part, l'indépendance, la liberté, la précision et la lucidité de la pensée d'autre part. Peut-on trouver de plus enviables qualités d'esprit dans un homme ? ».

C'est en vain que d'autres professeurs, comme M. Dulac, répliquent :

« Si les élèves tiraient un profil intellectuel ou pratique du programme très étendu d'Analyse de l'École, j'hésiterais à en demander la réduction. J'ai dû malheureusement constater que le résultat de l'effort très grand demandé pour la compréhension de théories que les professeurs n'ont pas le temps de développer d'une manière suffisante est à près nul. Les élèves paraissent à la sortie de l'École, moins familiers avec les mathématiques qu'ils ne l'étaient à l'entrée ».

Mais si les programmes et ambitions ne diminuent pas, le nombre d'heures consacré aux mathématiques diminue sous la pression des autres disciplines. C'est donc sur le concours d'admission que se reporte la pression.

« Il y a lieu d'alléger le programme du cours d'Analyse de l'École de matières qui trouveraient avantageusement place dans le programme du concours d'admission et de matières étrangères au domaine de l'Analyse pure. Il ne convient pas de réduire l'amplitude de l'enseignement de l'Analyse pure à l'École et par suite, il est suggéré qu'à la place des matières supprimées, il soit introduit quelques questions nouvelles ». (Chapelon)⁽³²⁾

6. La réforme de 1955. Les « Maths modernes »

Interrompue par la guerre, la réflexion va aboutir à la réforme de 1955. Un décret du 17-7-56 réprecise les objectifs de l'École : *« L'École Polytechnique est destinée à donner à ses élèves une haute culture scientifique et à former des hommes aptes à devenir, après spécialisation, des cadres supérieurs de la Nation et plus spécialement des Corps de l'État, civils et militaires, et des services publics ».*

Les objectifs de la réforme sont l'allègement et la modernisation des enseignements.

On trouve aux Archives de l'École de nombreux textes préparatoires extrêmement intéressants. Par exemple dans un rapport de 1957 de la Commission de la Réforme 1956-57 :

(32) Tous ces textes proviennent des Archives de l'École Polytechnique (1930-1931).

« CONCEPTIONS DIVERSES SUR L'ENSEIGNEMENT DE L'ANALYSE

L'extrait suivant de M. le Professeur G. DARMOIS à un exposé au Congrès International des mathématiciens d'Amsterdam éclaire les conceptions actuelles sur l'enseignement de l'Analyse :

“ Une forme d'exposition qui nous paraît être arrivée à un point de perfection, parce qu'elle est complète, élégante et brève, peut dans la réalité n'être pour le plus grand nombre qu'un raccourci impraticable et que nous devons remplacer par un cheminement plus long sans doute, mais assez aisé et plus riche d'enseignement.

Nous devons tenir le plus grand compte, pour la puissance de pénétration d'un enseignement, du point dont partent nos auditeurs, de leur vocabulaire du moment, de la formation préalable que nous devons enrichir, très probablement infléchir, mais qui ‘il serait tout à fait désastreux d'ignorer en comptant sur on ne sait quel miracle d'adaptation ’.

C'est pourquoi nous nous trouvons en présence de deux thèses opposées :

a) La première voudrait que l'on enseigne surtout des mathématiques pratiques, voire même utilitaires, en oubliant peut-être que dans quelques années la difficulté sera de poser les problèmes et qu'ensuite des machines électroniques se chargeront de les résoudre.

b) La seconde voudrait au contraire s'attacher aux théories les plus générales et les plus abstraites, remettant sans cesse en cause les notions considérées comme premières pour les ramener à des principes premiers. D'après les partisans de cette thèse, là seraient les véritables mathématiques, avec toutes les possibilités d'expansion et tout l'enrichissement de la connaissance, mais malheureusement là aussi se trouvent toutes les difficultés de compréhension et d'assimilation qui risquent de paralyser et même de dégoûter le plus grand nombre.

Partant de thèses aussi opposées, il est curieux de constater que les grandes divisions du cours et les principales têtes de chapitres restent les mêmes ».

Belle lucidité ! L'auteur du rapport décrit ensuite les cours d'analyse de trois professeurs.

« a) Le cours 1956-57 de M. FAVARD à l'École tendrait à une grande abstraction à base d'une axiomatique développée et d'un vocabulaire très adapté, s'attachant à la généralité des définitions et à la rigueur d'exposés très abstraits.

Cette mathématique moderne est plutôt une fin en soi. En tout cas, à un niveau aussi élevé, le contact entre le maître et son auditoire doit être direct et total. Quelle que soit la haute présence spirituelle du maître, elle semble ne pouvoir être efficace que devant un groupe restreint et bien préparé. Un auditoire de 300 élèves, leur formation antérieure, leur niveau moyen ne sont pas des éléments favorables ou suffisants pour que les élèves suivent avec profit de tels cours, quelle que soit leur discipline. De fait, pour la plupart d'entre eux, un décrochage s'est produit à un moment ou à un autre, et a été souvent définitif.

b) Le cours 1956-57 de M. Paul LÉVY conservait une forme traditionnelle et se rapprochait des grands traités d'Analyse de GOURSAT et d'HADAMARD qui ont

fait autorité pendant 50 ans. Ces cours sont assez éloignés des théories modernes, qu'ils considèrent comme des annexes plutôt que comme des bases.

C'est un fait, tenant à la psychologie des jeunes, qu'ils sont considérés avec suspicion " parce qu'ils datent ". On doit d'ailleurs constater que la forme du raisonnement mathématique s'est modifiée depuis 20 ou 30 ans.

c) Le traité de M. BASS, plus complet sans doute que son enseignement à l'École des Mines de Paris et à l'École Normale Supérieure d'Aéronautique, s'attache moins à la rigueur des déductions mathématiques (les démonstrations étant souvent suggérées) et fait un large appel à l'intuition et à la géométrie.

Dans le livre, le professeur a cherché à rassembler tout ce qui pourra être utilisé dans les autres cours, et a été amené ainsi à constituer un véritable dictionnaire.

Cet essai est remarquable, notamment la partie bibliographie et documentation, les recueils d'exercices empruntés à la physique moderne, les choix d'exercices à résoudre en font un bel outil pour le futur ingénieur. Un tel mode d'enseignement est bien à sa place dans une école d'application pour des élèves qui ne disposent que d'un an pour compléter le bagage théorique des Mathématiques Spéciales, et dont bien peu auront le temps et les moyens de dominer un tel volume de connaissances.

Nous pensons qu'à l'X on doit viser plus haut et. tout en s'interdisant d'enseigner tout ce qu'un jeune ingénieur peut utiliser aujourd'hui, donner à celui-ci les moyens d'aborder les problèmes mathématiques que les chercheurs seront amenés à lui poser ».

On voit ici comment un cours qui correspond parfaitement aux objectifs scientifiques de l'École, aux compétences des élèves est rejeté sous prétexte qu'« il faut viser plus haut ».

Cette conception de l'excellence va conduire à la « réforme des maths modernes ».

7. La mutation de l'École Polytechnique à partir des années 70

Dix ans de discussions confuses entre représentants des « mathématiques modernes », des « mathématiques appliquées », des « applications des mathématiques » ne font guère avancer la situation.

La rénovation va démarrer à l'arrivée d'un grand mathématicien doublé d'un grand pédagogue, Laurent Schwartz (en 63). Il enseigne un cours d'Analyse remarquable dont les étudiants de ma génération rachetaient les photocopies aux élèves de Polytechnique⁽³³⁾. Voici l'avis de Jacques Attali, major de la promotion 63 : « le cours d'Analyse est excellent, trop bon peut-être car il donne un critère élevé. M.Schwartz a inculqué sa manière de raisonner, tout n'est pas démontré mais on sait ce que l'on fait, ce qu'on admet, ce qu'on démontre, quels sont les postulats, etc. Les autres cours, notamment la physique, qui procèdent par approximations successives et par intuition, doivent emprunter plus au cours d'analyse, ils passent mal »⁽³⁴⁾.

(33) Avant sa publication en 1967 chez Hermann.

(34) Cité par Amy Dahan-Dalmedico dans [3], p. 313.

Parmi les réformes, celle du corps enseignant permet de recruter d'éminents scientifiques immergés dans la recherche, dont l'objectif est de donner un enseignement fondamental au plus près des problèmes de la recherche contemporaine. Pour eux, conformément à l'évolution interne des disciplines, de la physique en particulier, la voie mathématique doit être primordiale, dans toutes les disciplines. La compréhension des phénomènes et l'études des problèmes concrets suivront. Simultanément, sous l'action en particulier de Jacques Louis Lions (qui prend le cours de « mathématiques appliquées » en 69), lesdites « mathématiques appliquées » ont conquis des lettres de noblesse en France ; les mathématiciens s'intéressent davantage à l'utilisation de leurs théories (probabilités, systèmes dynamiques, équations aux dérivées partielles).

Cette orientation de l'enseignement mathématique ne satisfait toujours pas tout le monde. Dans une conférence de 1966, le Directeur des Études, R. Cheradame explique : *« Hier, la géométrie tenait une place appréciable, ce qui satisfait tous les ingénieurs qui travaillent en trois dimensions. L'analyse mathématique n'était pas trop loin des applications ; elle était sans doute davantage rigueur que philosophie. Elle desséchait peut-être un peu, mais elle était accessible à tous les bons ingénieurs, polytechniciens ou non. Aujourd'hui la géométrie a disparu, l'analyse est transformée. De grandes théories généralisatrices fort abstraites, accessibles aux meilleurs, éloignées des applications, très philosophiques, ont remplacé les petits chapitres en apparence très variés de ma jeunesse. Nous avons certes accepté cette évolution [...] Faut-il maintenir ce cours d'abstraction pour tous nos élèves, en pensant notamment qu'il est formateur pour l'esprit de synthèse ? Faut-il s'orienter vers un enseignement plus physique pour certains d'entre eux que rebuterait l'abstraction ? »*

Conscients de l'impossibilité de tout enseigner à haut niveau, Laurent Schwartz et le physicien Louis Leprince-Ringuet proposent un système d'options, évidemment refusé par les conservateurs qui rêvent toujours d'encyclopédisme et de classement unique. Les débats sont sauvés de l'enlisement par Mai 68. Les commissions (où participent les élèves) stigmatisent la « passivité » des élèves due au « gavage », à l'organisation rigide et à la forme « taupinale » de l'enseignement. Sous la pression des représentants des élèves, le duo « Bambignon », comme l'appelle Laurent Schwartz dans ses mémoires, constitué de J.P. Bourguignon et Y. Bamberger (promotion 66), va débiter la mise en place d'un système de « majeures » et « options », qui permet la diversification des parcours et l'introduction de nouvelles disciplines, comme la biologie, qui entre dans le tronc commun en 1986. Notons la révolution que produit en 1974 la création d'une nouvelle voie au Concours d'entrée, la voie P', à dominante plus physique que la voie traditionnelle (M').

Mais le privilège de la « voie royale » des mathématiques, d'ailleurs jugées trop théoriques, est toujours contesté. En 1982, on lit dans le rapport Friedel-Lecomte : *« Une évolution des programmes est en cours pour l'horizon 84 et devrait inclure une modernisation en physique et chimie, et le début d'un basculement vers le concret, ceci s'appliquant également aux mathématiques où une place convenable doit être rendue à la géométrie ».*

Dans le monde de la physique, sous l'impact de physiciens comme Charpak et de Gennes, l'expérimentation a repris de l'importance. Mais en 2001, la géométrie est toujours absente des programmes (hélas ! car les mathématiques de l'image en réclament de plus en plus, indépendamment de son attrait propre). Cependant, les options proposant des applications des mathématiques (analyse de données, finance, assurances...) sont de plus en plus nombreuses⁽³⁵⁾.

La contradiction théorie/applications est résolue par la juxtaposition des options. L'importance respective des options se mesure en multipliant le nombre d'heures de l'option par celui des étudiants qui la choisissent. À cette aune, les mathématiques pures sont en nette régression. On peut l'expliquer de plusieurs façons : la diversification des filières d'entrée fait que les élèves venus de PC (option physique-chimie) n'ont jamais rencontré auparavant une certaine façon, très abstraite, de faire des mathématiques. Par ailleurs, nombreux sont les élèves qui imaginent, à tort, que les mathématiques théoriques n'ont pas de débouchés.

Mais si l'on discute moins du problème des mathématiques nécessaires au futur ingénieur, c'est peut-être aussi parce que l'École Polytechnique ne forme plus réellement des ingénieurs ! Amy Dahan-Dalmédico⁽³⁶⁾ conclut ainsi (en 1994) : « [L'École Polytechnique] représente avant tout une étape de sélection et de transition. Sélection et transition, d'une part vers le système des grands corps de l'État, auquel elle reste organiquement liée ; d'autre part vers les autres écoles " ordinaires " d'ingénieurs, qui sont ses écoles d'application ; enfin, et de manière plus massive et significative, sélection et transition vers des formations supérieures de troisième cycle, de type universitaire et recherche. »

Un autre élément pèse lourd sur les orientations actuelles de l'École Polytechnique : le nécessaire ajustement à la situation internationale. Une réforme a débuté en 2001, pour permettre des passerelles et échanges avec le système anglo-saxon. Après 9 mois de service civil et 3 mois de cours axés sur la méthodologie (problèmes stochastiques, analyse fonctionnelle, mécanique quantique), les élèves entrent en deuxième année dans un système de cours semestriels et trimestriels qui les conduit au niveau « graduate ». Ensuite la troisième année ne se fait plus nécessairement à l'École et la quatrième année pas forcément dans les écoles d'application⁽³⁷⁾. La carrière future des polytechniciens sera de moins en moins déterminée par le sacro-saint classement de sortie, spécificité française, qui portait la responsabilité d'une grande partie de la rigidité de l'enseignement. En contrepartie, ce seront de plus en plus les élèves qui décideront de la quantité et du style des mathématiques réellement enseignées à l'École.

Bibliographie

- [1] BELHOSTE B. Cauchy un mathématicien légitimiste au XIX^{ème} siècle. Belin, 1985. (L'exposé utilise surtout les chapitres et thème 3, mais tout le livre est passionnant).

(35) On peut en consulter la liste sur le site www.polytechnique.fr

(36) Cf. [3], p. 330.

(37) On peut consulter tous les détails sur le site de l'École.

- [2] BELHOSTE B. Les caractères généraux de l'enseignement secondaire scientifique de la fin de l'Ancien Régime à la Première Guerre Mondiale. Histoire de l'Éducation. INRP Janvier 1989 n° 41.
- [3] BELHOSTE B., DAHAN-DALMÉDICO A., PICON A. La formation polytechnicienne 1794-1994. Dunod, 1994.
- [4] CHARLOT, B. Histoire de la réforme des « maths modernes ». Bulletin APMEP n° 352, p. 15.
- [5] DHOMBRES, J. et N. Naissance d'un nouveau savoir. Sciences et savants en France 1793-1824. Payot, 1989.
- [6] FOURCY A. Histoire de l'École Polytechnique. Belin, 1987. (Il s'agit d'une réédition d'un ouvrage de 1828 augmentée d'une préface, de notes, de bibliographies, par J. DHOMBRES. C'est cette préface qui m'a donné l'envie et les fils conducteurs pour étudier ce thème).
- [7] GISPERT H. L'enseignement scientifique supérieur et ses enseignants, 1860-1900 : les mathématiques. Histoire de l'éducation. INRP janvier 1989 n° 41.
- [8] GUITARD T. La querelle des infiniments petits à l'École Polytechnique au XIXe siècle. Historia Scientiarum 30 (1986).
- [9] PICON A. Les ingénieurs et la mathématisation. L'exemple du génie civil et de la construction. Revue d'histoire des Sciences, 1989 LXII/1-2.
- [10] SCHWARTZ, L. Un mathématicien au vingtième siècle. Odile Jacob, 1997.
- [11] GRECO « Didactique des connaissances scientifiques ». Procédures différentielles dans les enseignements de mathématiques et de physique au niveau du premier cycle universitaire. IREM Paris VII, 1989.
- [12] Bulletin de l'UPS n° 152, février 1988.