

## Pourquoi, pour qui enseigner les mathématiques ?

### Une mise en perspective historique de l'évolution des programmes de mathématiques dans la société française au XX<sup>e</sup> siècle(\*)

Hélène Gispert(\*\*)

La première partie du titre de cet article, « Pourquoi, pour qui enseigner les mathématiques ? » est une question on ne peut plus d'actualité. Elle a été en France récemment l'objet de débats, de déclarations publiques d'un ancien ministre de l'Éducation nationale, de l'Académie des sciences, de pétitions syndicales. C'est également une question-clé pour penser les perspectives de l'enseignement des mathématiques dans l'avenir. Mais ce sont aussi les réponses successives qu'apporta l'institution depuis un siècle à ces questions qui ont marqué les évolutions des programmes de mathématiques dans la société française.

Je construirai mon propos à partir de deux de ces réponses séparées d'une soixantaine d'années — l'une de 1908 et l'autre de 1967 — et qui, chacune, symbolisent un moment de réformes, de rupture dans l'enseignement secondaire des mathématiques en France. Ces deux citations, nous le verrons, appartiennent à deux mondes différents, à deux mondes mathématiques différents, dans lesquels les réponses au pourquoi enseigner des mathématiques, pour qui enseigner des mathématiques, ne se pensent pas de la même façon.

#### 1. Les réponses du début du siècle : Carlo Bourlet à la CIEM (1908)

« **La pénétration réciproque des mathématiques pures et des mathématiques appliquées dans l'enseignement secondaire** »

Nous sommes au début du vingtième siècle, un moment de crise pour l'enseignement des mathématiques dans le monde entier. Un moment où se crée, à Rome, en 1908, au congrès international des mathématiciens, la commission internationale de l'enseignement mathématique (CIEM) et, sous la direction de Henri Fehr et Charles Laisant, la revue internationale *L'Enseignement mathématique* ; un moment, aussi, où se discutent dans tous les pays ces questions que j'ai prises comme fil rouge de cet article.

---

(\*) Une première version de ce texte est parue dans le CDrom des actes du colloque EM 2000 organisé par la Commission française pour l'enseignement des mathématiques qui s'est tenu à Grenoble du 15 au 17 juillet 2000.

(\*\*) Groupe d'histoire et de diffusion des sciences d'Orsay (Université Paris-Sud) et IUFM de Versailles.

Carlo Bourlet, un des responsables de la sous-commission française de la CIEM, présente ici une réponse militante qui s'accompagne d'une réflexion sur les programmes sur laquelle je reviendrai :

« L'enseignement des mathématiques, dans nos lycées, collèges et gymnases de tous pays, passe actuellement par ce que d'aucuns nomment une crise et qui n'est, en somme, qu'une fièvre de croissance, un malaise né de la rapidité même de l'évolution du savoir humain.

Par un labeur formidable, le XIX<sup>e</sup> siècle, siècle qui sera sans égal dans l'Histoire du monde, nous a légué un trésor de matériaux scientifiques qui se sont accumulés avec une soudaineté et une abondance inimaginables. Brusquement, les professeurs se sont trouvés placés devant ce double problème à résoudre : non seulement acquérir eux-mêmes les connaissances nouvelles au fur et à mesure de leur éclosion, mais encore les faire pénétrer dans leur enseignement. Tandis que les limites de la science reculent de plus en plus loin, le nombre des heures dont nous disposons pour l'enseigner à la jeunesse de nos écoles reste, hélas, invariable. Il faut donc élaguer, simplifier l'enseignement ancien pour faire une place à l'enseignement nouveau. Telle matière qui, il y a vingt ans, n'était professée qu'à l'université, doit aujourd'hui descendre dans l'échelon secondaire. Pour que les fils puissent aller plus avant que leurs pères, il faut que nous aplanissions et que nous rectifions pour eux la route qui conduit aux frontières de nos connaissances actuelles.

Notre rôle, Messieurs, est terriblement lourd, il est capital, puisqu'il s'agit de rendre possible et d'accélérer les progrès de l'Humanité tout entière. Ainsi conçu, de ce point de vue général, notre devoir nous apparaît sous un nouvel aspect. Il ne s'agit plus de l'individu, mais de la société ; et lorsque nous recherchons la solution d'un problème d'enseignement, nous devons choisir une méthode non pas suivant sa valeur éducative pour l'élève isolé, mais uniquement suivant sa puissance vulgarisatrice pour la masse.

Un enseignement moderne ne saurait se contenter de cultiver les facultés de l'esprit, il doit savoir le meubler de faits, nombreux et précis. Nous n'avons pas à former des philosophes qui vivront en savants ermites, mais des hommes d'action qui devront contribuer, pour leur part, au progrès humain. Et voici pourquoi il ne nous est plus permis maintenant de présenter à nos élèves la science mathématique sous un aspect purement spéculatif et qu'il nous faut coûte que coûte, plus encore pour rendre service à la société dans son ensemble qu'à chacun de nos étudiants en particulier, nous efforcer de faire plier les abstractions mathématiques aux nécessités de la réalité. (... /...)

Il y a un premier point, auquel je faisais allusion à l'instant, sur lequel l'accord est parfait : c'est la nécessité d'harmoniser notre enseignement avec les besoins de la vie.

L'industrie, fille de la science du XIX<sup>e</sup> siècle, règne aujourd'hui en maîtresse dans le monde ; elle a transformé tous les procédés anciens, elle a absorbé en elle presque toute l'activité humaine. Le pauvre paysan qui se sert de machines agricoles et d'engrais chimiques n'échappe pas lui-même à son omnipotence.

Notre devoir impérieux est donc de préparer nos jeunes gens, dont on nous a confié l'éducation, à connaître, à pratiquer et à faire progresser les sciences expérimentales où cette industrie puise ses forces.

La conclusion qui en découle est inéluctable : dans nos classes secondaires, le professeur de mathématiques, soucieux, non pas d'orner les esprits de ses élèves, mais de rendre service à sa race et à l'humanité, doit résolument écarter de son enseignement tout ce qui n'aura pas une utilité plus ou moins directe dans les applications. »

L'insistance sur la pénétration réciproque des mathématiques pures et appliquées, sur le lien nécessaire du secondaire avec le monde contemporain, dont fait preuve Carlo Bourlet dans cette intervention, est en profonde rupture avec la tradition de l'enseignement secondaire au XIX<sup>e</sup> siècle, à laquelle une réforme vient de mettre fin en 1902. Celle-ci campe le paysage de l'enseignement secondaire tel qu'il s'est maintenu jusque dans les années 1960 avec la création d'un premier et d'un second cycles, d'une section moderne dès la classe de sixième et en donnant aux sciences (dont les mathématiques) une place et un rôle nouveaux dans la formation des jeunes gens dès le début du lycée.

Bourlet avance dans son intervention une double réponse au *pourquoi enseigner les mathématiques* : elles doivent tout à la fois participer à la formation de l'esprit et s'inscrire dans des finalités pratiques. C'est en cela qu'il y a changement dans les fonctions de cet enseignement, donc dans ses programmes, ses contenus comme ses méthodes. En effet, d'une part, il est nouveau que les mathématiques soient élevées au rang de discipline scolaire, formatrice de l'esprit à rang égal avec les humanités classiques. D'autre part, il est tout aussi nouveau que des finalités pratiques (en référence à des pratiques ou secteurs d'activités professionnelles ou sociales) soient reconnues comme relevant de l'enseignement secondaire.

Jusque là, sur tout le XIX<sup>e</sup> siècle – sauf une parenthèse au milieu du siècle sur laquelle je reviendrai – les mathématiques, avec les sciences, ont dû s'effacer derrière l'étude du latin et des humanités classiques. Le lycée est alors le lieu d'un enseignement désintéressé, réservé à 3 à 4 % d'une classe d'âge et aux seuls garçons, un enseignement payant, de culture, pour lequel les mathématiques sont disqualifiées, reléguées dans les classes terminales comme élément de spécialisation. Après les années 1860, l'enseignement des mathématiques est quelque peu développé mais le lycée a alors pour fonction, ainsi que l'exprime Victor Duruy alors ministre de l'Instruction publique de Napoléon III, de préparer des hommes qui fassent des plus hautes spéculations de la science ou des lettres leur étude habituelle, et non des industriels, des négociants, des agriculteurs.

Cette nouveauté de la réponse qu'apporte Carlo Bourlet ne vient pas d'un élargissement de la base sociale de recrutement du lycée qui n'accueille toujours qu'à peine 5% d'une classe d'âge. L'explication est d'un autre ordre et dépend de deux facteurs. À la nécessité affirmée de prendre en compte la formation de la diversité des élites, y compris celles du monde de l'entreprise et du commerce, s'ajoute l'importance du contexte positiviste de cette fin du XIX<sup>e</sup> siècle où l'on revendique pour les sciences le statut d'humanités scientifiques.

Il faut alors, en mathématiques comme dans les autres disciplines, partir des réalités, affirmer le primat de l'expérience. Là est la part spécifique des sciences dans la formation générale de type moderne, ces sciences qui donnent le sens de l'observation et de la rigueur ainsi que « les qualités de jugement et de raisonnement sans lesquels il n'y a pas d'esprit responsable ». S'il évite les procédés purement abstraits et les méthodes exclusivement déductives, l'enseignement des mathématiques peut y contribuer. L'enseignement mathématique doit ainsi être intuitif et concret dans le premier cycle, pour devenir dans le second cycle un enseignement plus formel où la démonstration et la rigueur ont alors toute leur place. Les conséquences pour les programmes sont importantes et la réforme des contenus est d'ampleur.

Premier élément, les contenus sont pensés en liaison avec ceux de la physique, domaine d'application privilégié de l'enseignement des mathématiques, comme il est dit explicitement à propos de la notion de fonction, de dérivée. Dans une conférence sur les définitions mathématiques dans l'enseignement secondaire prononcée au Musée pédagogique en 1904 dans le cadre de cette réforme, Poincaré affirme par exemple la nécessité de prendre en compte les besoins de formation des futurs ingénieurs dans l'enseignement secondaire des mathématiques. Second élément, les mathématiques, la géométrie sont conçues comme une discipline expérimentale, une science physique. Les programmes de géométrie, la progression proposée sont profondément modifiés ; ils s'éloignent du modèle euclidien que Bourlet enterre respectueusement dans la suite de sa conférence de 1908, proposant de « classer l'antique édifice d'Euclide, admirable d'harmonie et de perfection, au rang des monuments historiques » et de « bâtir, suivant un plan nouveau, une œuvre homogène conforme aux nécessités du jour ».

La conférence de Carlo Bourlet, les idées qu'il avance, correspondent à un élargissement du public auquel les mathématiques sont enseignées. Les classes du premier cycle des lycées de la Sixième à la Troisième, en particulier dans le premier cycle moderne, ont plus d'heures de mathématiques qu'avant la réforme de 1902, et tous les lycéens ont un enseignement de mathématiques. Mais le public concerné par les propos de Bourlet demeure singulièrement restreint. En premier lieu sa conférence, qui traite de l'enseignement secondaire, laisse de côté les filles. Si elles bénéficient depuis les années 1880 d'un enseignement secondaire, c'est un enseignement spécifié « féminin », sans latin, plus concret et sans baccalauréat, un enseignement de second ordre. Mais surtout, je l'ai déjà indiqué, le lycée demeure le lieu d'enseignement de l'élite, même avec sa filière moderne. La masse des jeunes ne reçoivent d'enseignement qu'à l'école primaire qu'ils quittent à 12 ans, âge de fin de scolarité obligatoire. Pour l'élite du peuple, le petit pourcentage des enfants qui continuent les études au delà du primaire élémentaire, ce n'est pas non plus au lycée qu'ils vont, mais dans le primaire supérieur qui a une toute autre fonction que l'enseignement secondaire et répond à une orientation essentiellement pratique. Le champ des applications de l'enseignement des mathématiques n'y est plus la physique ou la mécanique, mais l'arpentage et le dessin linéaire pour la géométrie, la comptabilité, les changes et le commerce pour l'arithmétique et l'algèbre.

Pour les jeunes, la réponse qu'apporte l'institution à la question : *Pourquoi enseigner les mathématiques ?* est profondément différente, dans la réalité des programmes, selon qu'ils se trouvent au lycée ou au primaire supérieur. Le recours au concret, à l'intuitif du premier cycle des lycées doit préparer à l'enseignement abstrait, théorique du second cycle. Pour le primaire supérieur, le concret qui a une valeur formatrice indéniable soulignée par les programmes, ne doit pas sortir du monde pratique qui est la finalité de cet ordre d'enseignement. Ainsi, la tension enseignement de culture / enseignement pratique, enseignement concret / enseignement abstrait, enseignement pratique / enseignement théorique ne se résout pas de la même façon pour les deux publics.

L'histoire de la filière moderne sans latin, nouvelle venue dans la réforme de 1902 des lycées, illustre cette différence des finalités de l'enseignement mathématique en fonction des publics. Son origine remonte au Second Empire et à l'échec d'une réforme du lycée imposée par le pouvoir en 1852, « la bifurcation ». Cette réforme se voulait une réponse au décalage entre le modèle exclusif de formation des élites par les seules humanités classiques et les besoins de la société française face à la révolution industrielle qui nécessitait la formation d'une élite pour le monde de l'industrie et du commerce ; décalage sanctionné de fait par la clientèle potentielle des lycées dont l'évolution des effectifs, alors en baisse, inquiétait le pouvoir. Il est ainsi institué à partir de la classe de troisième deux filières distinctes, une section des lettres héritière de l'enseignement classique, et une section des sciences entièrement nouvelle. La première seule conserve la référence à un enseignement de culture et désintéressé, fondé sur les humanités classiques et la formation de l'esprit ; la seconde s'inscrit dans une finalité utilitaire, voire utilitariste, assumée en grande partie par les sciences dont les mathématiques, mais aussi par une certaine fréquentation des auteurs latins et français qui « révèlent [aux élèves] le sentiment du beau, (...) le goût, ornement de notre civilisation, capital immense pour nos manufactures ».

L'avenir de ce plan d'étude est court. Il heurte en effet de plein fouet la vocation humaniste et désintéressée attachée à cet enseignement d'élite qu'est l'enseignement secondaire tel qu'il est compris jusqu'au début du XX<sup>e</sup> siècle. Il est définitivement mis à bas en 1864, dix ans après son instauration. Le problème de la formation des différentes élites restant entier, le pouvoir propose alors une nouvelle solution. En 1866, Victor Duruy crée, en dehors du cadre du lycée qui reste consacré à l'enseignement classique et de culture, un enseignement secondaire spécial – c'est le nom qui lui est donné – qui, à la différence du premier, est sans latin, doit délivrer des connaissances immédiatement utiles et n'est pas sanctionné par un baccalauréat. L'enseignement des mathématiques y est lié avant tout aux domaines du commerce, des arts et de l'industrie. Il en est ainsi, par exemple, pour la quatrième année d'enseignement, de l'algèbre et des logarithmes appliqués aux questions d'intérêt et d'épargne, de l'étude des courbes usuelles avec, entre autres, les applications industrielles de l'ellipse (raccordement des canaux, ponts suspendus), de la géométrie dans l'espace et de la géométrie descriptive. Il n'y a pas, par contre, de lien avec l'enseignement de la mécanique ou de la physique. L'enseignement de cette

dernière, est-il spécifié, doit exclure tout recours aux équations de l'algèbre, être principalement expérimentale et liée aux besoins de l'industrie locale.

Cet enseignement, qui dans la région parisienne regroupe presque autant d'élèves que le lycée classique, connaît un grand succès. Sa réussite même provoque son évolution liée à la volonté de « l'établir enfin à côté de l'enseignement classique, dans le rang auquel il a droit ». D'où, très vite, en 1882 puis 1891, une refonte des programmes des mathématiques qui prennent de la distance vis-à-vis des applications qui n'y sont presque plus mentionnées.

## 2. Les réponses des années 1960 : la commission Lichnerowicz (1967)

Venons-en au deuxième temps de cet exposé, consacré aux réponses données à nos questions-titre dans les années 1960 qui voient la création d'une commission ministérielle pour la réforme de l'enseignement des mathématiques. Présidée par André Lichnerowicz, cette commission présente un rapport préliminaire en 1967 dont j'extrais ici quelques passages de l'introduction.

« Dans le monde où nous vivons, la meilleure mesure du développement d'une société est sans doute fournie par l'éducation moyenne de ses membres et la répartition harmonieuse de cette éducation à travers disciplines et techniques. Alors que, naguère, il suffisait à un homme de savoir s'exprimer dans sa langue, de savoir la lire et l'écrire, de savoir enfin effectuer sur les nombres décimaux quelques calculs élémentaires pour se sentir pleinement intégré à la société où il vivait, il n'en est plus de même aujourd'hui. Pour se sentir citoyen de plein droit de la société des humains, un homme de la seconde moitié du XX<sup>e</sup> siècle doit savoir se localiser dans l'espace et le temps, doit pouvoir communiquer avec des communautés étrangères à la sienne, mais il doit surtout percevoir quelques-unes des méthodes de pensée et d'action qui constituent le savoir-faire qu'est notre science et notre technique.

La mathématique joue là un rôle privilégié pour l'intelligence de ce que nous nommons le réel, réel physique comme réel social. Notre mathématique secrète, par nature, l'économie de pensée et, par-là, permet seule de classer, de dominer, de synthétiser parfois en quelques brèves formules un savoir qui, sans elle, finirait par ressembler à quelque fâcheux dictionnaire encyclopédique infiniment lourd. La mathématique a été, depuis toujours, discipline auxiliaire des sciences physiques et de l'art de l'ingénieur. Elle est devenue désormais, au même titre, discipline auxiliaire aussi bien d'une grande partie des sciences biologiques et médicales que de l'économie et des sciences humaines. (.../...)

Au cours du dernier demi-siècle, le paysage scientifique tout entier, certes, mais particulièrement le paysage mathématique, se sont profondément modifiés. Les mathématiques ont réfléchi sur elles-mêmes et leur ambition, leur rigueur, leur puissance manifestées à travers l'étendue et la diversité des applications, sont devenues radicalement différentes. Il s'agit là d'une véritable mutation intellectuelle qui s'est produite à un rythme dépassant de fort loin le renouvellement des générations humaines et, partout dans le monde, nous nous trouvons affrontés à un problème fondamental mais difficile : il nous faut désormais préparer nos enfants et nos étudiants à comprendre et à utiliser les mathématiques de notre temps. (.../...)

Élever le niveau mathématique moyen de ses membres et former suffisamment de mathématiciens qualifiés sont devenus des impératifs de toute nation soucieuse de son indépendance et des possibilités de développement.

Certains pourront dire : les mathématiques qui nous importent sont les mathématiques dites classiques qui suffisent bien aux applications. Il n'en est rien ; les mathématiques contemporaines sont infiniment plus applicables, plus riches d'applications, dans le domaine des sciences exactes comme dans celui des sciences sociales, que la démarche dite classique. (.../...) »

Nous sommes manifestement ici dans un autre monde que celui de Bourlet. La première différence se résume dans un des mots d'ordre des réformateurs de ces années 1960 : « des mathématiques pour tous », les mêmes mathématiques pour tous. Nous sommes devant l'affirmation d'une ambition démocratique portée par la politique de massification du secondaire qui s'affirme à partir de l'après seconde guerre mondiale. C'est la fin de la structure de classe de l'école républicaine avec ses deux filières – une filière primaire qui comprend le primaire supérieur et une filière secondaire, celle des lycées et de leur petites classes ; la fin d'un système dans lequel, par un phénomène de méritocratie, les « meilleurs » des enfants du peuple pouvaient, exceptionnellement, accéder aux filières de formation des classes dirigeantes dans les lycées. Ce qui est en jeu, alors, c'est l'accès de tous à un enseignement secondaire qui devient unique pour le premier cycle en 1975.

Une réforme des mathématiques dans l'enseignement secondaire se pense alors, et c'est donc une nouveauté, pour toute la population scolaire et non plus seulement comme en 1902 pour 3 à 5% d'une classe d'âge. Nouvelle réponse donc à la question : *pour qui enseigner les mathématiques ?* et nouveau défi pour la réponse à la seconde question, celle du *pourquoi* les enseigner. Cette dernière, en effet, ne peut plus renvoyer, en particulier pour le premier cycle, à la finalité traditionnelle d'un enseignement secondaire qui n'a été pensé que pour dégager et former l'élite des cadres de la nation.

La référence à la nouveauté du contexte social dans lequel se pose la question de la fonction de l'enseignement des mathématiques n'épuise pas cette question même. Un autre changement dans le paysage des années 1960, d'où un autre élément de réponse, apparaît dans toute sa radicalité dans le texte de la Commission Lichnerowicz. Les arguments qu'elle avance à l'appui de cet enseignement sont totalement inscrits dans un monde mathématique et idéologique nouveau et résolvent d'une tout autre façon qu'au début du siècle la tension enseignement de culture / enseignement pratique.

Le monde mathématique de cette réforme est celui des structures, de l'axiomatique et du formalisme mathématique, celui que symbolisent Bourbaki et son traité dont les tomes se succèdent depuis la guerre, celui où vient d'être réformée, au milieu des années 1950, la vieille licence de mathématiques qui n'avait guère évolué depuis le début du siècle. Mais c'est un monde presque totalement étranger au corps enseignant du secondaire et, plus encore, du primaire supérieur, les deux horizons d'où vont venir enseignants et élèves de ces nouveaux collèves où doit se déployer la réforme dite des mathématiques modernes qui s'applique également au primaire.

C'est aussi un monde mathématique d'une ambition démesurée, totalisante, portée moins par les mathématiciens eux-mêmes que par le monde intellectuel qui lui reconnaît cette légitimité. Avec le structuralisme les sciences humaines et sociales récupèrent ces mathématiques des structures pour revendiquer et affirmer une nouvelle scientificité ; il en est de même, avec Piaget, de la théorie du développement de l'enfant. D'où, l'argumentation de la Commission qui étend le domaine des applications mathématiques, au delà de la traditionnelle physique, aux sciences humaines, aux sciences sociales et à l'économie. Elle affiche l'utilité de l'enseignement des mathématiques non plus dans les applications concrètes ou pratiques, mais dans la théorie, l'abstraction, le formalisme qui sont en eux-mêmes objets d'application.

Cette conception de la fonction de l'enseignement mathématique, les programmes qui en résultent à partir de 1970, ne sont pas du goût de tous, y compris à l'intérieur de la Commission. Des universitaires, des ingénieurs créent une Union des professeurs et utilisateurs des mathématiques (UPUM) dont un but est de revenir, dans la formation des scientifiques et des ingénieurs, à ces « mathématiques dites classiques » – selon les termes du rapport préliminaire – auxquelles la Commission ne veut justement pas se cantonner. Plusieurs sociétés savantes, l'Union des physiciens, la Société française de physique, la Société chimique de France, publient un communiqué commun protestant contre « l'envahissement par les mathématiques délibérément les plus abstraites » dans les sections scientifiques et dénonçant « cette école de dogmatisme [qui] a pour dernier souci, et de motiver ses abstractions par référence initiale à quelque problème concret, et de veiller à fournir aux autres disciplines les outils mathématiques (ou si l'on préfère de calcul) qui leur sont nécessaires ».

Pourtant la modernisation de l'enseignement des mathématiques est reconnue comme un enjeu économique majeur dans le monde entier et considérée comme nécessaire et pressante y compris, et même surtout car c'est cela qui a été le moteur des réformes, pour la formation des élites techniques et scientifiques. Dans les années 1950, aux Etats-Unis, la formation des ingénieurs, jugée vieillie, est mise en cause. L'avance prise alors par l'Union Soviétique dans la course de l'espace accélère l'engagement de certains états et organismes politiques et économiques dans cette modernisation. Or rénover la formation des ingénieurs, cela passe par la rénovation de l'enseignement mathématique. Le mouvement de réforme dit des mathématiques modernes est soutenu par l'Organisation de coopération et de développement économique (OCDE). L'OCDE est à l'initiative de plusieurs colloques en Europe occidentale (le monde est alors coupé en deux) auxquels participent des mathématiciens dont les promoteurs de la réforme en France, des pédagogues, des industriels. Quelles réponses apportent-ils à nos questions ?

Après avoir constaté que « l'on s'est enfin aperçu que l'enseignement traditionnel des mathématiques et des sciences ne répondait plus aux exigences de la science, de l'industrie et de l'économie de notre société moderne », ils décrivent la modernisation nécessaire en trois points : l'enseignement doit être fait dans une optique générale totalement différente qui « peut s'exprimer par un effort pour

unifier l'ensemble du sujet en insistant sur les structures fondamentales » ; il faut inclure dans les programmes les théories et les matières qui ont acquis une grande importance du fait de leurs applications dans d'autres sciences, en particulier les sciences physiques ; il faut améliorer les méthodes d'enseignement et, entre autres, développer l'aptitude des élèves à rechercher la solution de problèmes concrets dans un cadre mathématique.

L'écart manifeste entre ce qu'il est advenu de la mise en pratique de la réforme et les intentions que je viens de décrire, pose une question majeure qui concerne tant les réformes et les programmes de 1902 que ceux des années 1970. Dérives ? Erreurs ? Difficultés d'applications ? Je ne signale cette question que pour ajouter que je ne la traiterai pas ici, en restant à mon intention initiale : proposer les réponses de l'institution. Je n'aborderai donc pas ce que nous appelons la contre-réforme et stopperai l'histoire à cette première moitié des années 1970. J'insisterai seulement sur la façon dont, malgré les intentions démocratiques des réformateurs que j'ai soulignées, la réforme a buté sur la réalité de la massification.

### 3. L'exemple de l'enseignement de la géométrie

Je voudrais pour finir illustrer au travers de l'exemple de la géométrie les effets des différentes réponses croisées à la question des publics et des finalités de l'enseignement mathématique. Reprenons cette fois l'histoire dans l'ordre chronologique et partons de la réforme de la bifurcation au milieu du XIX<sup>e</sup> siècle qui instaure donc deux sections à partir de la classe de troisième, une section littéraire avec un enseignement scientifique (donc mathématique) minimal, et une section scientifique destinée aux futurs candidats aux différentes grandes écoles, aux universités de médecine ou pharmacie, et aux élèves se destinant « à l'exercice intelligent de l'agriculture, de l'industrie et du commerce ».

Précisant que l'enseignement des sciences peut être envisagé à divers points de vue, la commission chargée de présenter les nouveaux programmes de cette réforme indique que c'est à un « point de vue modeste, mais pratique, qu'elle a préparé, discuté et arrêté tous ses programmes pour l'enseignement mathématique ». Pour ce qui est de la géométrie – qui est « après la connaissance de l'arithmétique, ce qu'il y a de plus indispensable à tous les hommes » – les instructions critiquent les anciens programmes qui accordaient trop d'importance et de temps à « donner une forme dogmatique à des vérités immédiatement saisies par l'esprit ». S'appuyant sur Clairaut et Bezout, elles « recommandent de ne pas multiplier le nombre des théorèmes, propositions et corollaires, (...) tout cet appareil qui éblouit les élèves et au milieu duquel ils se perdent ». Ce qu'il faut, c'est donner à cet enseignement, et à ses démonstrations, une tournure simple et naturelle, évidente, en s'appuyant sur des notions naturelles rencontrées par les élèves sur le terrain.

Les débuts du Second Empire sont ainsi caractérisés par une rupture particulièrement sensible dans les programmes de géométrie. À la recherche d'un nouveau public, le pouvoir propose une formation mathématique aux finalités différentes, conçue comme un enseignement spécialisé ancré dans ses applications et non pas comme un élément d'une « formation générale caractérisant les hommes doués d'une instruction élevée ». La fin du régime de la bifurcation scolaire au début

des années 1860 provoque de nouveaux changements : pour les lycées qui voient réaffirmée leur fonction exclusive de formation générale, le retour à Euclide, « à l'admirable enchaînement de ses propositions dès les classes de quatrième et de troisième » et une critique violente des programmes précédents qui « habitaient les élèves à se contenter de l'à peu près en matière géométrique » ; pour l'enseignement spécial par contre, comme je l'ai mentionné dans la première partie, un enseignement de la géométrie ancré dans les applications. Le professeur doit « conserver à son cours, pendant toute sa durée, un caractère d'utilité pratique : il ne cherche donc pas à mettre dans son enseignement un ordre scientifique absolu et à démontrer des théorèmes pour eux-mêmes ; il le conduit de manière à l'appuyer sans cesse sur les applications ». L'opposition ici est claire, catégorique, entre les intentions – et les contenus et méthodes – des programmes de géométrie correspondant soit à un enseignement utilitaire soit à un enseignement de culture, tous deux étant cependant explicitement conçus pour la formation d'une élite sociale.

Cette dichotomie et la hiérarchie qu'elle induit – valorisant dès les commencements la démarche du traité euclidien, l'abstraction et la rigueur consubstantielles à la formation de l'esprit, par rapport à une géométrie dite pratique, aux contenus éventuellement plus avancés mais adossés aux applications du monde de l'industrie ou de la technique – vont être discutées au début du XX<sup>e</sup> siècle à la faveur de la réforme de 1902. Les instructions de 1905 sur l'enseignement de la géométrie dans le premier cycle des lycées précisent que cet enseignement « doit être essentiellement concret, [qu'] il a pour but de classer et de préciser les notions acquises par l'expérience journalière, d'en déduire d'autres plus cachées et de montrer leurs applications aux problèmes qui se posent dans la pratique ». Et reprenant un terme significatif de ce moment scientifique et pédagogique, elles ajoutent : « Au point de vue de l'explication des faits, le professeur devra faire appel à l'expérience et admettre résolument comme vérité expérimentale tout ce qui semble évident aux enfants ». Le concret, le sensible, voire même l'utile deviennent partie prenante de la formation de l'esprit géométrique.

L'enjeu, tel que le définit Carlo Bourlet dans la conférence présentée plus haut, est « d'instituer un mode d'exposition plus concret et plus accessible, quoique parfaitement rigoureux ». Pour cela, rompant donc avec Euclide et s'inspirant de Charles Méray, il propose de fonder la géométrie sur la notion de déplacement, instrument fondamental de la démonstration ; « alliant sans cesse l'exercice graphique à la démonstration théorique, nous les [les déplacements] réaliserons sous les yeux des élèves (...). La théorie et l'application marcheront ainsi main dans la main ». Et la théorie en est d'autant moins exclue que, pour « l'élève curieux », cette géométrie débouche sur la théorie des groupes de transformations.

Si, aux côtés de Carlo Bourlet, Henri Poincaré, Emile Borel, Jules Tannery soutiennent l'esprit des programmes de géométrie de la réforme, ces positions sont loin d'être unanimes. Arguant d'une perte de la rigueur et du raisonnement logique avec l'abandon de l'exposé euclidien, des mathématiciens, des enseignants s'inquiètent d'un affaiblissement dans la formation mathématique secondaire de ce qui demeure l'élite (sociale) de la jeunesse. La question, toujours la même, est posée

clairement par Borel en 1904 dans une conférence à des enseignants dont le titre même – « Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire » – est déjà une prise de position : « Ne risque-t-on pas, demande-t-il, de diminuer cette valeur éducative [de l'enseignement secondaire] en y rendant plus pratique et moins théorique l'enseignement des mathématiques ? ». La réponse de l'institution est donnée dans les années 1920 quand de nouveaux programmes entérinent le retour à une géométrie classique pratiquée dans les lycées. Par contre, dans le primaire supérieur, dont la finalité pratique explicite ne conduit pas au même type de contradiction, ce nouvel enseignement de la géométrie a un succès nettement plus grand.

Pour ce qui est des années 1960, l'effet de la réforme dite des mathématiques modernes sur l'enseignement de la géométrie est bien connu : si Dieudonné, comme Bourlet finalement, lance « À bas Euclide », le résultat n'est pas l'élaboration d'une géométrie plus expérimentale, plus intuitive. C'est l'effacement de la géométrie derrière l'algèbre linéaire et la quasi-disparition de l'enseignement de la géométrie élémentaire au collège et au lycée pour une dizaine d'années.

Ce parcours partiel et trop rapide des principes qui ont guidé les orientations de différents programmes de géométrie depuis un siècle et demi illustre bien la diversité des enjeux à l'œuvre dans l'enseignement des mathématiques. Celui-ci se trouve en effet au carrefour de contraintes d'ordre disciplinaire, épistémologique, social, idéologique, pédagogique dont la résultante a dépendu des temps et des publics concernés. Les perspectives pour l'enseignement des mathématiques pour le siècle à venir sont ainsi à réfléchir en fonction de l'état des mathématiques, du rôle qu'elles jouent aujourd'hui dans la société et des ambitions affichées pour l'école.