

De l'influence de l'utilisation d'Internet sur la manière d'appréhender les mathématiques

Une expérience réalisée en Terminale S au lycée Couffignal à Strasbourg.

André Stoll et Gérard Kuntz

L'arrivée d'Internet dans les lycées a été l'objet d'une *publicité fracassante* de la part des responsables de l'Education Nationale. Tous les lycées sont, paraît-il, équipés et tous les lycéens ont une adresse électronique !

La belle affaire.

Le lycée Couffignal dispose de quatre postes pour ses 1700 élèves. Servis par Reda⁽¹⁾, véritable goulet d'étranglement, ces postes difficilement accessibles aux heures ouvrables, se connectent à Internet avec une lenteur à décourager les plus patients des élèves (en cours de nuit les choses s'arrangent) ! Ignorance ou propagande, nul ne sait... Un réseau interne est en cours d'installation. Un jour sans doute, il s'ouvrira sur l'extérieur. La situation sera meilleure, mais en attendant, il y a loin de la coupe aux lèvres.

Bien entendu, l'introduction d'équipements aussi exceptionnels a été accompagnée d'injonctions péremptoires des autorités du ministère : il est dorénavant *impensable* de se passer d'Internet dans le cadre éducatif !

Le malheur, c'est que nulle réflexion sérieuse et aucune expérimentation d'envergure n'ont précédé ces mises en demeure. Quels sont les apports, pour des élèves en formation initiale, des nouveaux outils ? Quels en sont les pièges ? Quels sont les pré-requis nécessaires (indispensables) à leur usage utile et intelligent ?

Ces questions de base ont été simplement occultées au profit d'un messianisme technologique qui révèle surtout l'ignorance de ses propagandistes. *Aucun principe de précaution* : l'institution fonce, tête baissée, dans un « modernisme » qui flatte le public, ignorant les réalités pédagogiques.

Dans le cadre des Irem, une réflexion approfondie sur ces thèmes est menée depuis quelques années. Il est vrai que l'enseignement des mathématiques a subi de plein fouet le choc des calculatrices de plus en plus perfectionnées. Les enseignants de cette discipline ont compris que *l'introduction de technologies très puissantes modifie totalement la manière d'apprendre les mathématiques*. Certains, au prix d'un gros travail collectif, ont trouvé pour ces outils une place qui ouvre des possibilités nouvelles et passionnantes de traiter les problèmes de la discipline. Mais dans de très nombreux cas, les calculatrices ont remplacé le travail de réflexion des élèves : faire des mathématiques, c'est pour eux *lire les résultats de la calculatrice* (sans les

(1) Le serveur du Rectorat de l'académie de Strasbourg.

comprendre et les interpréter). L'outil technique a contribué à masquer l'ignorance⁽²⁾ !

Il faut à tout prix éviter que l'usage d'Internet dans les lycées ne se traduise, sous des aspects clinquants et avec des paillettes, par un affaiblissement de la culture et de la formation scientifique des lycéens. Le risque n'est ni mince, ni théorique, l'expérimentation menée au lycée Couffignal (et décrite ci-dessous) le laisse entrevoir... Mais là comme ailleurs, le pire n'est jamais sûr. Au prix d'une réflexion sans concessions et d'un important travail d'explication auprès des élèves, l'utilisation des NTIC⁽³⁾ peut se montrer féconde pour apprendre des mathématiques au lycée. Il faut pour cela que les enseignants et les élèves disposent d'un temps suffisant pour explorer, choisir, discuter, comprendre et traiter les thèmes que proposent les sites mathématiques. Faute de temps (il est de plus en plus mesuré dans un système éducatif gagné par le consumérisme), l'utilisation des NTIC se limitera à l'usage expert du scanner et à la création de très beaux transparents dont le contenu dépasse totalement la compréhension des élèves. « Faire semblant de connaître et de comprendre » voilà le risque principal auquel sont exposés élèves et enseignants si ces outils technologiques très complexes étaient introduits à la sauvette.

Ces remarques introductives ont été développées dans des articles précédemment parus dans le Bulletin Vert de l'ApmeP. Le lecteur pourra s'y reporter⁽⁴⁾.

L'expérience menée au Lycée Couffignal : Faire des mathématiques avec Internet

Description de l'expérience

L'expérience a eu lieu au deuxième trimestre de l'année scolaire 1999/2000. Elle s'adressait à des élèves de la Terminale S (option technologique) dont André Stoll assurait l'enseignement des mathématiques (obligatoire et de spécialité). Cette classe bénéficiait, en plus de l'horaire habituel, de deux heures par quinzaine de « mathématiques en environnement informatique ».

Dix-huit volontaires ont participé à l'expérimentation avec Internet, soit plus de la moitié de la classe. Ils ont travaillé par groupes de deux ou de trois, chaque groupe disposant de quatre séances de 2 heures.

Pendant la première séance, il s'agissait de « surfer » sur l'Internet pour trouver des sites ayant un lien avec les mathématiques. Au bout des deux heures, les élèves devaient remettre un sujet qu'ils exposeraient lors de la quatrième séquence.

Volontairement, André Stoll n'a fixé que peu de contraintes. Les élèves ont choisi librement leur sujet (qui devait toutefois parler de mathématiques).

(2) C'est si vrai qu'une prestigieuse école d'ingénieurs, l'INSA de Lyon, a imposé à ses étudiants en préparation intégrée une calculatrice « de base », qui les oblige à faire véritablement des mathématiques !

(3) Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication.

(4) N° 421. L'enseignement des mathématiques à l'ère des autoroutes de l'information : finalités et contenus. Page 213

N° 429. Avis de tempête. Page 469.

Comme cette expérience avait lieu dans le cadre de l'option « mathématiques en environnement informatique » et que le temps était compté, les thèmes choisis devaient être traités essentiellement à partir des sites Internet.

Voici les sujets retenus par les différents groupes :

- a) Le nombre pi
- b) Les mathématiques et la vie courante
- c) Mathématiques autour du nombre 2000
- d) L'Histoire des nombres
- e) L'étymologie
- f) Les jeux et la magie
- g) Les fractales
- h) le codage

Inévitablement, on trouve dans cette liste des sujets culturels et historiques (André Stoll a beaucoup parlé d'histoire des mathématiques dans sa Terminale S), des sujets traités partiellement en cours et en travaux dirigés (les fractales, le cryptage), mais aussi quelques sujets plus originaux.

Cela ne surprendra personne, la collecte d'informations n'a posé aucun problème aux élèves. Les sites visités furent nombreux (trop pour être tous cités) et, bien sûr, de qualité très variable.

Malgré toute la bonne volonté des documentalistes, les conditions matérielles étaient pour le moins précaires : quatre ordinateurs (lorsque aucun n'était en panne) pour 10 élèves dans un CDI exigu ressemblant plus à un lieu de passage qu'à un lieu de travail, un système poussif laissant le temps de rêver (c'est important certes, mais cela ne favorise guère la concentration).

Heureusement, les élèves ont fait preuve de persévérance, menant leur travail jusqu'au bout. Les plus favorisés – socialement parlant – ont bien entendu consulté Internet et préparé l'exposé chez eux...

Pour que le travail des élèves soit strictement personnel, l'enseignant n'est intervenu à aucun moment sauf pour régler des problèmes matériels (nombreux) et répondre à quelques rares questions mathématiques. La plus intéressante a d'ailleurs été traitée lors d'un TD d'arithmétique.

Jamais les élèves n'ont pensé à vérifier les informations, ni à prouver les théorèmes ou les propositions trouvés sur l'Internet. La seule démarche critique est venue des deux élèves ayant choisis comme thème « le nombre pi » Et encore, il leur a fallu trois heures (!) pour se rendre compte que le site retenu, tout en étant attractif, était superficiel. Pour l'anecdote, au CDI se trouvent deux livres passionnants consacrés au sujet...

Le jour des exposés, les élèves avaient invité d'autres classes et le Proviseur du lycée. Ils tenaient à partager leur expérience. André Stoll avait de son côté invité quelques collègues professeurs de mathématiques.

La manière d'exposer et les moyens utilisés étaient variables : certains se contentèrent de lire leurs notes, d'autres se servirent du tableau ou d'un rétroprojecteur.

Lors d'une séance de bilan, l'enseignant et sa classe ont regretté que, par manque de temps, il n'ait pas été possible d'approfondir les sujets traités et, peut-être, de faire enfin des mathématiques...

Analyse de deux exposés

a) Merveilleuses FRACTALES

Il était impossible que le thème ne fût pas choisi par l'un des groupes, tant il est à la mode, vulgarisé depuis des années par d'innombrables journaux et revues. Les magnifiques images produites sur ordinateur attirent l'œil et surprennent : la science peut produire de la beauté !

L'exposé des élèves a montré une certaine aisance dans l'expression orale et une capacité certaine à récupérer sur ordinateur l'information figurant sur le site : importer des fichiers ne leur pose aucun problème. L'information recueillie a été ensuite transférée sur des transparents qui ont constitué la trame de l'exposé, le commentaire oral n'ajoutant que peu de choses à l'information projetée.

La relative aisance de ces élèves dans l'exposé oral est une bonne surprise. Ils n'ont que rarement l'occasion de pratiquer ce difficile exercice qui les attend dans le cadre des entreprises. L'attention des camarades, même extérieurs au projet, mérite d'être soulignée.

Le fond de l'exposé pose de nombreuses questions, dont certaines sont essentielles. Faute de temps et sans doute d'informations disponibles sur le site, le fond a été largement sacrifié à la forme.

Les outils mathématiques mis en œuvre dans les fractales sont nombreux et variés : la récursivité, les nombres complexes, les itérations de fonctions, les limites, la continuité, la dérivabilité. Ils font partie de la panoplie d'un élève de Terminale S. Mais la grande difficulté du sujet réside dans *leur mise en œuvre simultanée* ! Pour le comprendre vraiment et en maîtriser les subtilités, il faut, pour des élèves de Terminale, plusieurs mois de travail intense⁽⁵⁾.

On touche ici du doigt un des grands problèmes posés par l'usage des sites Internet au lycée. *Comment évaluer le niveau de connaissances requis pour tirer parti des informations qui y figurent ?* Pour répondre à la question, il faut connaître le sujet avec une précision suffisante, ce qui n'est pas le cas des élèves qui l'abordent. Le rôle de l'enseignant dans cette évaluation est essentiel. Mais sera-t-il compris s'il dissuade des élèves d'aborder un sujet « mode » dont la difficulté leur échappe ?

Comment sont obtenues les images fractales que vous projetez ? Qu'est-ce que la dimension d'une fractale ? Les élèves interrogés à l'issue de leur exposé ont clairement indiqué qu'ils ne savaient pas répondre à ces questions (faute de se les être posées).

La célèbre fractale de Von Koch a révélé des failles bien plus redoutables. « Elle est continue partout et dérivable nulle part » récitèrent-ils, sur la foi du site. Or, la courbe projetée était une suite de segments faisant entre eux des angles de 60 ou 120 degrés.

(5) L'expérience a été réalisée au lycée dans le cadre de la première « option informatique » il y a une dizaine d'années.

Ces élèves savent bien qu'un segment non vertical est représentatif d'une fonction affine, dérivable en tout point. La contradiction entre ce savoir et l'affirmation tirée du site leur avait totalement échappé. Et pour cause : aucune des courbes projetées n'est la fractale de Von Koch, courbe limite quand on itère indéfiniment le processus, et totalement inaccessible à toute représentation, surtout sur écran informatique ! Peut-on leur reprocher cette confusion entre un état du processus et son aboutissement à l'infini ? Certes non, mais cette erreur inévitable montre l'extrême difficulté du sujet que les belles et sympathiques images du site ne laissaient pas présager.

L'exposé des élèves n'a abordé aucune des questions mathématiques sous-jacentes aux fractales. Ont-ils d'ailleurs fait des mathématiques ? Ils ont plutôt fait œuvre de journaliste-vulgarisateur (encore qu'on soit en droit d'espérer de ce professionnel la connaissance intime des sujets qu'il aborde).

Des prolongements possibles

Pour aborder les thèmes mathématiques des fractales, l'enseignant est indispensable. Il faut qu'il explique aux élèves comment programmer récursivement ces objets. Cela suppose l'apprentissage, même minimal, d'un langage de programmation qui s'y prête. La fractale de Mandelbrot demande un retour sur les nombres complexes et les fonctions itérées. Beaucoup de travail en amont !

Quand enfin les courbes espérées se dessinent à l'écran, preuve de la maîtrise du programme, donc du processus intellectuel par les élèves, un grand pas est fait. Ils ont vraiment compris ce qui se cache derrière ces objets. Et l'on peut alors les amener à réfléchir au fossé entre ces images et les véritables fractales qu'aucun humain ne verra jamais : la philosophie n'est pas très loin.

Les plus combattifs pourront alors se pencher sur la fameuse dimension fractale (quel en est le sens ?), puis se faire plaisir à programmer toutes sortes d'objets fractals.

Ce vaste programme demande plusieurs mois de patient labeur : ce serait un excellent sujet de TPE, avec des équipes d'élèves très impliqués.

b) La magie du nombre 2000

Tout autre est le sujet choisi par un autre groupe : le nombre 2000. Il est vrai que nous étions dans le fameux millésime du bug annoncé avec fracas et qui fit faux bond ! Ces élèves ont eu bien du mérite : pas de belles images sur ce site. Il y est seulement question des propriétés arithmétiques de ce nombre. Un sujet austère s'il en est ! L'austérité a parfois du bon. Faute de disposer de documents spectaculaires, il fallait bien que les élèves prennent à bras le corps l'information du site et en tirent le meilleur parti. Ils ont donc vérifié les propriétés du nombre 2000 qui étaient énoncées et *ont essayé de démontrer certaines d'entre elles.*

En s'attelant à cette tâche, ce groupe a véritablement fait des mathématiques à partir du site Internet. Il a exploité le cours d'arithmétique de Terminale. Certaines questions difficiles ont été résolues avec l'aide de l'enseignant, André Stoll.

Dans un document qui servit de base à l'exposé, les deux élèves concernés ont présenté les aspects mathématiques des questions retenues. Dans la partie intitulée

« Quelle suite pour l'an 2000 ? » il s'agissait de rechercher la suite de Sexagogo⁽⁶⁾ la plus longue contenant 2000 et ayant pour premiers termes 1, 2, 4, 8. Ce problème conduit à résoudre en nombres entiers une équation diophantienne ($31x + 32y = 1584$) qui est au cœur de la spécialité « arithmétique » du programme de Terminale S. Les nombres premiers entre eux et le théorème de Gauss permettent d'en donner une solution simple et rapide.

Les autres questions abordées donnent une bonne idée du site consulté. Il s'agit d'une liste de petits problèmes qui font intervenir le nombre 2000. On y trouve la question controversée de la fin du siècle et du millénaire, la notion d'année bissextile et sa détermination, quelques suites d'entiers contenant 2000, des questions géométriques et des palindromes. Un inventaire à la « Prévert » ! Ces questions n'ont pas un intérêt majeur, mais elles étaient bien adaptées au temps dont disposaient les élèves pour les traiter. Le nombre 2000 est ici un simple prétexte pour faire un peu de mathématiques.

Bilan et avenir de l'expérience

De nombreuses conditions doivent être réunies pour que l'introduction d'Internet en formation initiale soit utile, intéressante et efficace.

D'abord il faut un **équipement informatique performant**, pour passer rapidement de nombreux sites en revue. Chaque groupe doit disposer d'un poste de consultation. Une imprimante de qualité est indispensable.

La sélection du site (et du thème de travail) est capitale : on oscille sans arrêt entre des sites simples et inintéressants et des sites passionnants mais complexes. L'intervention de l'enseignant est vitale pour évaluer **la nature et le niveau du contenu scientifique du site**. À choisir un contenu trop difficile, on tombe nécessairement dans un travail de vulgarisation superficiel et sans intérêt (cf. ci-dessus les fractales).

La durée accordée à la recherche est un autre paramètre déterminant : si on dispose de quatre mois, les fractales ou la cryptographie sont de merveilleux sujets. L'élève y apprendra des mathématiques intéressantes et formatrices. Si on dispose de dix heures, le choix de tels sujets se traduira inévitablement par la sainte Trinité des nouvelles technologies : « importer, couper, coller ». De la poudre aux yeux des ignorants, du non-travail, du « faire-semblant » ! L'école n'a pas, **jusqu'à nouvel ordre**, vocation à occuper à grands frais les élèves à ces activités vides et creuses.

Les élèves doivent apprendre à **s'arracher à la contemplation du site** pour travailler (sur papier ou au tableau noir) la matière scientifique du site. C'est le moment où ils vont apporter une « valeur ajoutée » à l'information brute du site : comprendre, débattre, expliquer, démontrer, mettre en correspondance le thème avec des questions connues, l'essentiel du temps consacré au travail sur Internet doit être investi dans ces activités qui sont, elles, véritablement scientifiques⁽⁷⁾.

(6) Suite où chaque terme à partir du septième s'obtient en ajoutant les six termes qui le précèdent.

(7) Les élèves de ma Terminale S ont été très étonnés d'apprendre de la bouche d'un chercheur en mathématiques appliquées aux problèmes industriels, que les réunions de l'équipe de recherche consistaient surtout à échanger et à évaluer des idées devant un tableau !

Un travail sur Internet est un leurre s'il n'aboutit pas à un document écrit, à un exposé ou à une exposition, de façon plus générale à une présentation du *travail original réalisé à partir du site*.

L'évaluation de ce document se fonde essentiellement sur le travail que les élèves ont réalisé à partir des informations offertes par les sites consultés. La simple reproduction de documents tirés du site n'a ni intérêt ni valeur.

On le voit, travailler utilement avec Internet suppose de nombreuses conditions, difficiles à réunir. Il faut apprivoiser cet outil prodigieux, mais prompt à de multiples dérapages et détournements... Il y faudra du temps. Alors, mais alors seulement, Internet trouvera sa juste place parmi tous les outils de formation initiale (le livre, les encyclopédies, l'audiovisuel etc.). C'est un outil parmi d'autres, dont il faut évaluer les forces et les limites (le « tout Internet » est une absurdité).

Conclusion générale (très provisoire) sur l'usage d'Internet

Faire des mathématiques en environnement informatique est une nécessité impérative. Aucun scientifique ne peut se passer aujourd'hui de cet outil de calcul, de simulation et de communication. L'école doit prendre en charge cet apprentissage nouveau.

*Mais confondre l'activité mathématique avec le seul usage de logiciels ou d'Internet est une pure stupidité, à laquelle succombent parfois des personnages considérables. Plus que jamais, il est indispensable de maîtriser des mathématiques pour tirer parti de la puissance de l'outil informatique. Pour comprendre et interpréter les résultats, les courbes et les graphiques qu'il produit. Pour traduire en termes informatiques les résultats d'une modélisation. Pour en apprécier la valeur au vu des résultats calculés sur ordinateur. **L'informatique réclame plus de mathématiques, de meilleure qualité.***

C'est à cette tâche que l'option « mathématiques en environnement informatique » du lycée Couffignal s'est attelée depuis plusieurs années. Avec le soutien sans faille du Proviseur et d'une entreprise jumelée avec le lycée (Alcatel⁽⁸⁾). Et dans l'indifférence persévérante des autorités académiques qui n'ont jamais voulu la financer. Un paradoxe de plus dans une modernité très contrastée⁽⁹⁾.

(8) Elle a financé le renouvellement du parc d'ordinateurs, pour rendre possible l'utilisation de logiciels complexes.

(9) Le Rectorat de l'Académie de Strasbourg a, dans un premier temps, reconnu cette option. Il n'a pas accordé, en 6 ans de fonctionnement, un centime pour rémunérer les enseignants engagés dans ce travail (le lycée s'en est chargé, sur sa dotation globale). Puis il a fait savoir au Proviseur qu'il considérait cette option (parmi d'autres dans l'Académie) comme une « dérive sélective », à supprimer. Tout en rémunérant les trois enseignants concernés pour la rédaction d'un compte rendu d'expérience dans le cadre du ... troisième programme national d'innovation !!!