

Variations sur un mini-problème de géométrie

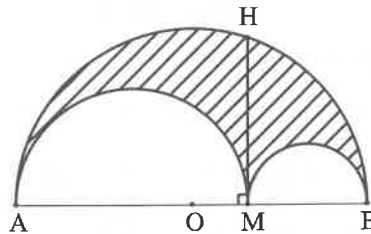
Henri Bareil(*)

I. Problème

Soit un segment AB fixe – on pourra prendre $AB = 10$ –, un point M variable sur $[AB]$, un demi-disque, d'aire S , de diamètre $[AB]$, et, à l'intérieur de ce demi-disque, les demi-disques d'aires respectives S_a et S_b , de diamètres $[MA]$ et $[MB]$.

Soit $f(M)$ l'aire, hachurée sur la figure, telle que

$$f(M) = S - (S_a + S_b).$$



L'aire $f(M)$ varie-t-elle avec M ?

Si oui, existe-t-il un minimum ? un maximum ? et lesquels ?

I.1. Remarquons d'abord que :

- $f(M)$ varie avec M : il n'est que de voir diverses positions de M .
Lorsque M est en A ou B , $S = S_a$ ou $S = S_b$ et $f(M) = 0$.
Tel est donc le minimum.
Comme, d'autre part, $f(M) < S$, il y a un maximum de $f(M)$ (éventuellement, *a priori*, pour une ou plusieurs positions de M).
- Des positions de M symétriques par rapport à O , milieu de $[AB]$, donnent des figures symétriques, donc la même valeur de $f(M)$.
- Il est équivalent de chercher le maximum de $f(M)$ ou le minimum de $S_a + S_b$.
- Le choix de $AB = 10$ ne diminue pas la généralité de nos études, encore qu'il puisse peut-être parfois la masquer..

I.2. Vers une conjecture

Soit avec un logiciel de géométrie, soit avec quelques calculs numériques, il semble que le maximum de $f(M)$ se produise une fois, lorsque M est en O .

I.3. Recherche du maximum

Méthodes 1 – qui utilisent la relation de Pythagore –

$$f(M) = \frac{\pi}{8} (AB^2 - AM^2 - MB^2).$$

(*) IREM de Toulouse

Première méthode

Soit H, sur le demi-cercle de diamètre [AB], dont le projeté orthogonal sur [AB] est M.

Alors $AB^2 = AH^2 + HB^2$,
 puis $AB^2 = (AM^2 + MH^2) + (MB^2 + MH^2)$.

D'où $f(M) = \frac{\pi}{8} \times 2MH^2 = \frac{\pi}{4} MH^2$: l'aire $f(M)$ est donc celle du disque de diamètre MH.

Le maximum de $f(M)$ est aussi celui de MH. Il se produit bien quand M est en O et il vaut $\frac{25\pi}{4}$.

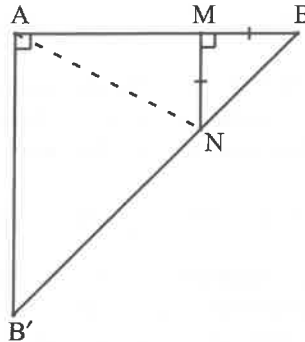
Cette méthode semble ignorer le rôle « central » de O. En fait elle utilise l'inscriptibilité d'un triangle rectangle dans le cercle dont l'hypoténuse est diamètre, ce qui, indirectement, fait intervenir le centre O du cercle.

Deuxième méthode

Le maximum de $f(M)$ correspond au minimum de $MA^2 + MB^2$.

Réduisons cette somme en « pliant » [AB] selon [AM] plus [MN], avec $MN = MB$ et $(MN) \perp (AB)$. Alors $MA^2 + MB^2 = AN^2$. Or, quand M décrit [AB], N décrit le segment $\widehat{BB'}$ tel que $\widehat{ABB'} = 45^\circ$ et $\widehat{BAB'} = 90^\circ$.

Le minimum de AN se produit lorsque (AN) est perpendiculaire à (BB'). Alors N est le milieu de [BB'] et M celui de [AB].



Méthode 2 – qui utilise directement la symétrie par rapport à O en axant sur OM –

$$\begin{aligned} S_a + S_b &= \frac{\pi}{8} (MA^2 + MB^2) \\ &= \frac{\pi}{8} \left[(5 + OM)^2 + (5 - OM)^2 \right] \\ &= \frac{\pi}{4} (50 + 2OM^2). \end{aligned}$$

$S_a + S_b$ est donc minimum quand $OM = 0$.

Cette méthode correspondrait, s'il y avait choix initial d'une inconnue x , au choix de $x = OM$ qui privilégie le rôle de O.

Méthodes 3 – qui négligent d'abord le rôle de O et la symétrie par rapport à O –

$$\begin{aligned} f(M) &= \frac{\pi}{8} \left[(MA + MB)^2 - MA^2 - MB^2 \right] \\ &= \frac{\pi}{8} \times 2MA \times MB = \frac{\pi}{4} MA \times MB. \end{aligned}$$

Cette méthode correspondrait à un choix d'origine en A ou en B pour situer M, par exemple avec $AM = x$.

$$\text{Alors } f(M) = \frac{\pi}{4} x(10 - x).$$

À ce stade :

- Ou bien on sait que, *les deux facteurs x et $10 - x$ ayant une somme constante, leur produit est maximum quand ils sont égaux*. D'où $x = 5$.
- Ou bien on le retrouve, par exemple *en réintroduisant la valeur 5 (demi-somme) dans chaque facteur explicité à partir de 5* :

$$f(M) = \frac{\pi}{4} (5 + OM)(5 - OM) = \frac{\pi}{4} (25 - OM^2), \text{ maximum pour } OM = 0.$$

- Ou bien on utilise un *corollaire de la relation de Pythagore* : *Dans un triangle rectangle, la hauteur relative à l'hypoténuse est la moyenne géométrique des longueurs qu'elle détermine sur l'hypoténuse...* Ici $MA \times MB = MH^2$.

De là $f(M) = \frac{\pi}{4} MH^2$ et le maximum a lieu pour MH rayon donc M en O...

Remarquons que ces méthodes b) et c) pourraient aussi s'exprimer (hors du programme actuel des lycées, *a fortiori* du collège) en utilisant des expressions variées de la puissance de M par rapport au cercle de diamètre [AB].

- Ou bien *en comparant $f(M)$ au maximum présumé*.

Avec $AM = x$, (et $f(M) = f(x)$)

$$f(5) - f(x) = \frac{\pi}{4} (25 - 10x + x^2) = \frac{\pi}{4} (5 - x)^2. \text{ D'où le maximum de } f(x) \text{ obtenu pour } x = 5.$$

- Ou bien *en travaillant $x^2 - 10x$ comme le début du développement d'un carré* (cf. théorie du second degré), ce qui conduit à $f(x) = \frac{\pi}{4} [25 - (x - 5)^2]$. D'où le maximum.
- Ou bien, classe de Première, *avec la dérivée...*

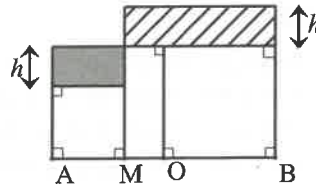
Méthode 4 – Comparaison géométrique au maximum présumé

$S_a + S_b$ varie comme $MA^2 + MB^2$, qui semble minimum quand $MA = MB$, M en O .

Comparons géométriquement $MA^2 + MB^2$ à $OA^2 + OB^2$ (cf. figure).

La première somme surpasse la seconde de (aire hachurée – aire grisée), l'aire hachurée étant supérieure ou égale à l'aire grisée (même dimension h , ...).

Le minimum de $S_a + S_b$ se produit donc pour M en O .



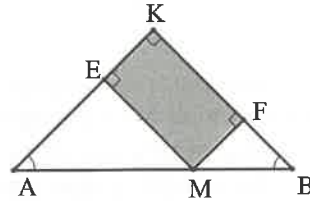
II. Tranferts sur d'autres figures

II.1. Sur des triangles rectangles isocèles

Les aires des demi-disques sont proportionnelles à celles des triangles rectangles isocèles d'hypoténuses respectives AB, AM, MB .

Soit toujours $f(M)$ l'aire grisée définie de façon analogue à la précédente.

Ici $f(M) = \frac{1}{4}(AB^2 - MA^2 - MB^2)$



Il s'agit, à un coefficient numérique constant près ($\frac{1}{4}$ au lieu de $\frac{\pi}{8}$), de la même expression.

On peut donc ramener le problème initial à une étude classique relative à la figure ci-contre, avec recherche du maximum de l'aire du rectangle MEKF. De là de nouvelles méthodes :

Méthodes 5

On sait que $ME = \frac{MA}{\sqrt{2}}$ et $MF = \frac{MB}{\sqrt{2}}$. Dès lors :

Première méthode

$MA + MB$ étant constante, $ME + MF$ l'est aussi.

Le rectangle MRKF est donc de périmètre constant. On peut en déduire que son aire est maximum quand il est carré, ce qui correspond à M en O .

Si ce résultat n'est pas connu, on peut le retrouver, par exemple par la méthode 3.b,

ou la 6.a ci-dessous, ou par $ab = \frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2]$, qui, pour $a + b$ constant,

indique que le maximum de ab se produit pour $a - b = 0$, i.e. $a = b$.

Deuxième méthode

$$MA^2 + MB^2 = 2(ME^2 + MF^2) = 2EF^2 = 2KM^2.$$

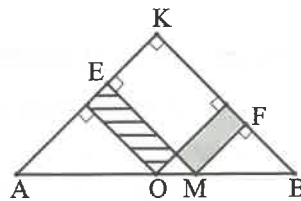
Le minimum de la somme se produit pour KM minimal, donc M en O .

Méthodes 6

La brochure APMEP n° 79 (« Classe de Seconde : un outil pour des changements » – Avril 1990) étudie un tel problème, ainsi que celui, plus général, où KAB est un triangle quelconque, avec $MEKF$ parallélogramme.

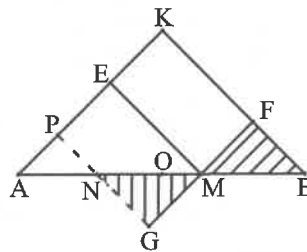
Elle signale plusieurs méthodes de résolution, notamment :

a) *Comparaison avec le carré conjecturé comme donnant l'aire maximale* (p. 133). On compare les aires hachurée et grisée.



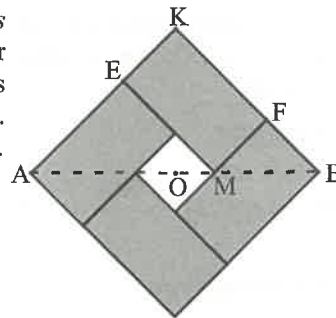
b) *Redistribution des aires* (p. 60) : par exemple, on peut symétriser MFB , par rapport à M , en MGN .

Alors aire $MEKF$ = aire $MEPG$ et la somme des aires de MAE et MBF excède celle de $MEKF$ de l'aire APN . Or, si $y + z$ est constant, et $z \geq y$, y est maximum lorsque $z - y = 0$.



Ici, il s'agit donc d'annuler l'aire APN , ce qui est fait quand M est en O .

c) *Triangle KAB complété en carré par des rotations* ($O, 90^\circ$) – pas besoin de cours sur les rotations pour cela – de façon à inscrire dans un carré quatre fois l'aire de $MEKF$... avec un trou (carré) central (p. 134 et 95). D'où le maximum en annulant ce trou ... avec M en O .

**II.2. Sur des triangles quelconques**

Remplaçons le triangle rectangle isocèle KAB par un triangle quelconque $K'AB$,

M variable sur $[AB]$, avec $ME'K'F'$ parallélogramme (cf. figure avec $\widehat{AK'B} < 90^\circ$). Je montrerai, au § II.3, comment obtenir immédiatement le maximum de l'aire de ce parallélogramme à partir du cas particulier où KAB est rectangle isocèle.

Mais faisons d'abord des études directes, plus élémentaires :

1° Un lien direct avec le problème initial

Associons à chacun des triangles (semblables) $K'AB$, $E'AM$, $F'MB$, leurs cercles circonscrits Γ , γ_a et γ_b .

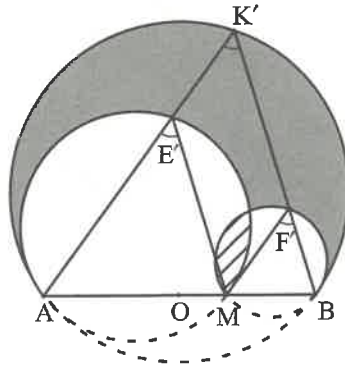
Par l'homothétie (ou le « théorème de l'angle inscrit » en son cas limite...), on démontre que Γ et γ_a sont tangents en A, Γ et γ_b en B.

Considérons les portions de disques d'aires respectives S , S_a et S_b définies par les cercles précédents et la droite AB dans le demi-plan qui contient K' . Ces aires sont respectivement proportionnelles à celles des triangles $AK'B$, $AE'M$ et $MF'B$.

Par différences, l'aire du parallélogramme $ME'K'F'$ l'est ainsi à celle de $d = S - (S_a + S_b)$.

Les aires d et $ME'K'F'$ sont donc maximales en même temps.

Pour la figure ci-dessus, $d = \text{aire grisée} - \text{aire hachurée}$, cette aire hachurée, intersection des portions de disques d'aires S_a et S_b , n'intervenant que si $\widehat{AK'B} < 90^\circ$.



2° Position de M pour le maximum de l'aire $ME'K'F'$

Aménageons, par exemple, quelques méthodes vues dans le cas particulier (on en trouvera d'autres dans la brochure APMEP n° 79 déjà citée...).

La méthode 6.b, qui n'utilise que des propriétés affines, reste la même.

Par contre, lorsque les méthodes du cas particulier s'appuient sur des propriétés métriques, il faut les reprendre.

Les relations initiales des méthodes 5 sont à modifier :

$$\text{Aire } ME'K'F' = ME' \times MF' \sin K'.$$

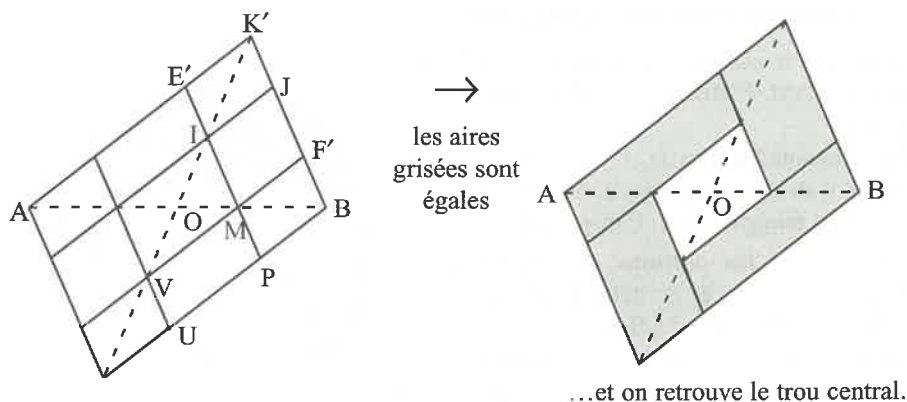
$$\text{Or, d'après « Thalès-triangle » : } \frac{ME'}{BK'} = \frac{MA}{AB} \text{ et } \frac{MF'}{AK'} = \frac{MB}{AB}.$$

$$\text{Donc } ME' \times MF' = (MA \times MB) \times \text{constante.}$$

On se retrouve au cœur des méthodes 3, par l'intermédiaire de $MA \times MB$ (alors qu'on démontrerait que $ME' + MF'$ n'est constante que si $\widehat{A} = \widehat{B}$).

La méthode 6.c se complique un peu, ... mais pas trop :

On peut retrouver des symétries (cf. figure ci-dessous) et en déduire des égalités successives d'aires par les seuls lemmes indiqués par Daniel Perrin dans le Bulletin 431, page 762. Des différences d'aires égales conduisent à l'égalité des aires $MIJF'$ et $MPUV$, puis à celle des aires $E'K'F'M$ et $F'BUV$...



II.3. Des généralisations grâce à l'affinité

1. Rappels

Soient deux droites sécantes Δ et D et un réel λ . L'affinité d'axe Δ , de direction D , de rapport λ , associe, à tout point N (du plan (Δ, D)), le point N' tel que (NN') soit parallèle à D et que, L étant l'intersection de (NN')

et de Δ , $\overline{LN'} = \lambda \overline{LN}$.

La donnée de D et de λ peut être remplacée par celle de deux points homologues.

La traduction de la définition par l'analytique est immédiate.

Grâce, par exemple, à la géométrie analytique ou à l'homothétie (ou, donc, à « Thalès-triangle »), on peut établir que :

- toute droite z sécante à l'axe Δ a pour image une droite z' qui la coupe sur Δ ;
- toute droite z parallèle à l'axe Δ a une image parallèle ;
- si deux droites sont parallèles, leurs images le sont.

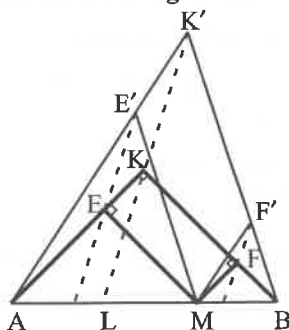
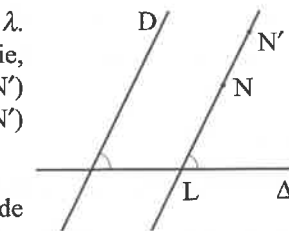
Par ailleurs l'affinité conserve les rapports d'aires, donc n'altère pas les problèmes de maxima ou de minima d'aires (cf. le texte de Daniel Perrin).

2. Utilisation de l'affinité pour passer du cas particulier à un cas général

La « forme » des triangles comptant seule, ramenons-nous à KAB rectangle isocèle et $K'AB$ quelconque, avec K et K' dans le même demi-plan de frontière (AB) :

Si $(KK') \parallel (AB)$, il en va de même de (EE') et (FF') et les aires de AKB , AEM , BFM sont conservées avec $AK'B$, $AE'M$, $BF'M$.

Sinon, il suffit de considérer l'affinité d'axe (AB) qui transforme K en K' .



Les propriétés rappelées démontrent que l'image du rectangle MEKF est le parallélogramme ME'K'F', et réciproquement par l'affinité qui transforme K' en K. La conservation des rapports d'aires induit aussitôt la simultanéité des maxima.

Remarque : On peut aussi se ramener au triangle rectangle isocèle AKB en situant AK'B dans un plan différent et en utilisant une projection cylindrique. *Ce type de démonstration* est développé dans le Deltheil-Caire cité, p. 155 à 157 des compléments.

3. Des cercles aux ellipses.

- Je rappelle que l'image d'un cercle par affinité est une ellipse.
Pour des démonstrations, par l'analytique :
 - cas général : voir le Deltheil-Caire « Géométrie et Compléments », page 202 des Compléments.
 - cas particulier : $D \perp \Delta$ et cercle centré sur Δ : démonstration immédiate.
- Associons les demi-cercles de la figure initiale à la figure précédente.
Dans l'affinité considérée, les cercles KAB, AEM, et BFM ont pour images des ellipses et, réciproquement, il en va de même pour les arcs de cercle de la figure initiale du 6 II.2, ce qui généralise d'autant notre problème initial et sa solution.
- *Ce § II.3 montre l'intérêt d'une intervention conjuguée de cas particuliers et de transformations géométriques pour résoudre immédiatement des cas plus généraux* (cf. Bulletin 431, p. 790), ou les susciter. Pour une étude théorique générale de cette possibilité, voir le chapitre 11, p. 349 à 356, de l'« Initiation à la géométrie » de Daniel Lehmann (« Initiation » pas tellement élémentaire...).

III. Des lapins hors des chapeaux.

1. Nous avons étudié, séparément d'abord, diverses figures élémentaires (demi-cercles, triangles isocèles, triangles quelconques) ainsi que des passages des unes aux autres qui ont étendu nos propos à des arcs de cercles quelconques et à des ellipses.

• Cela relèverait-il d'une configuration générale ?

Oui, dit un premier lapin sortant du chapeau :

Il s'agit toujours d'une courbe (ou figure) F associée à [AB] fixe et de deux courbes (ou figures) F_a et F_b en « réduction » de F (i.e. « semblables » ou, plus précisément « homothétiques »), associées l'une à [MA], l'autre à [MB] : F_a est l'image de F dans l'homothétie (A, MA/AB), et F_b l'est de F dans l'homothétie (B, MB/AB).

Nous envisagerons désormais cela quelle que soit la courbe (ou figure) initiale F, pourvu qu'elle permette de cerner les aires qui interviennent, (AB) intervenant pour fermer F si besoin est.

• **Comment traiter un cas aussi général ?**

... Grâce à un deuxième lapin sorti du chapeau, nommé « proposition A-R » (Agrandissement-Réduction) par Jean-Pierre Friedelmeyer, qui dit que « Dans un agrandissement-réduction de rapport k , l'aire est multipliée par k^2 ».

Associations nos deux lapins :

Soit S , S_a , S_b les aires respectives cernées par F , F_a , F_b .

$$S_a = S \times \left(\frac{MA}{AB} \right)^2 \quad \text{et} \quad S_b = S \times \left(\frac{MB}{AB} \right)^2.$$

$$D'où \quad S - S_a - S_b = \frac{S}{AB^2} \left[AB^2 - (MA^2 + MB^2) \right].$$

Nous voilà ramenés, *quelle que soit F*, à l'étude faite en I et II de diverses façons. Plus besoin de se limiter à des figures élémentaires ou de multiplier les outils (affinité par exemple) pour aller de l'une à l'autre...

Désormais, grâce à la « basique » (dès le collège) « propriété A-R », voilà réglé un problème général !

Quelle superbe efficacité dans la simplicité ! Cela parce que la propriété utilisée est liée à une claire perception de la structure interne de la figure, structure d'abord ignorée à l'occasion des études séparées des cas particuliers.

J'aurais certes pu utiliser la propriété « A-R » pour compléter, dans chaque cas, la kyrielle des méthodes proposées, mais elle aurait alors peu apporté et j'ai préféré la réserver à son effet sur une configuration générale !

Pour autant nous n'en sommes pas à une clôture de la situation-problème : par exemple, que se passerait-il avec d'autres transformations que l'homothétie ? Mais nous voyons déjà que l'utilisation conjointe de la structure interne d'une figure, quelles que soient les modalités de son expression, et d'un théorème général, est donc un merveilleux outil.

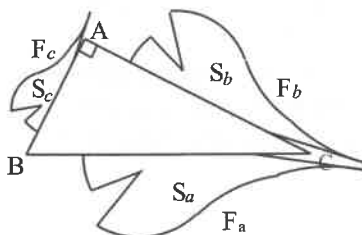
2. Je me permets d'en donner un autre exemple, qui est une variante des pages 225-226 du très bel article de Jean-Pierre Friedelmeyer, paru dans notre Bulletin 427, consacrées à la famille de figures relevant de la relation de Pythagore.

Cette variante permet d'accéder directement au cas général :

• Soient **trois figures semblables** dont les dimensions sont respectivement proportionnelles aux longueurs des côtés d'un triangle rectangle ABC.

Soient S_a , S_b , S_c les aires respectives de ces figures.

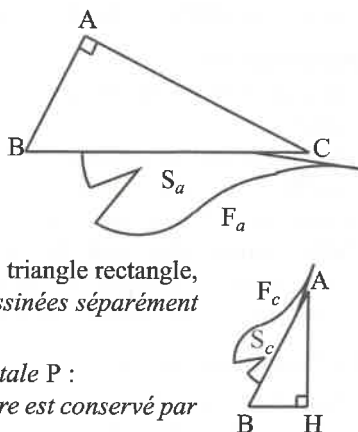
On peut, d'abord, toujours se ramener à des figures F_a , F_b , F_c isométriques des précédentes, pareillement construites, extérieurement au triangle ABC, à partir de ses côtés. Cf. exemple de la figure ci-contre.



Existe-t-il une structure interne générale de la figure globale qui lui étendrait les similitudes des F_i ?

Pourrait-on, par exemple, associer à F_b et F_c deux triangles rectangles qui leur seraient ce qu'est le triangle ABC à F_a ?

Eh bien, oui ! *en traçant la hauteur* [AH] qui décompose ABC en deux triangles rectangles AHB et AHC, les trois triangles rectangles relevant des mêmes similitudes que F_a, F_b, F_c . Dès lors, en associant à chaque figure F_i « son » triangle rectangle, voici, par exemple, deux figures semblables, dessinées séparément ci-contre, extraites de la figure générale :



Faisons alors intervenir une *propriété fondamentale* P :

« *Le rapport des aires de deux parties d'une figure est conservé par agrandissement-réduction* »,

propriété qui peut apparaître rapidement lors de la construction expérimentale de la notion d'aire et qui est un des invariants fondamentaux soulignés par Daniel Perrin.

$$\text{Dès lors } \frac{S_a}{\text{aire ABC}} = \frac{S_b}{\text{aire HBA}},$$

$$\text{d'où } S_a \times (\text{aire HBA}) = S_b \times (\text{aire ABC}).$$

De même, en utilisant les figures mixtilignes formées par « ABC et F_a » et « AHC et F_b », il vient :

$$S_a \times (\text{aire HCA}) = S_c \times (\text{aire ABC}).$$

De là, par addition membre à membre :

$$S_a \times (\text{aire HBA} + \text{aire HCA}) = (S_b + S_c) \times (\text{aire ABC}).$$

C'est-à-dire :

$$S_a = S_b + S_c.$$

Ce résultat général vaut quelle que soit F_a ... : carré, triangle, demi-disque, lunule, poisson ou chat, ... !

• En prenant pour F_a le carré de côté BC, F_b et F_c sont les carrés de côtés respectifs AC et AB, on obtient la célèbre relation :

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

• **C'est bien une structure interne du triangle rectangle qui a été utilisée** : parmi tous les triangles, le triangle rectangle se caractérise par son partage en deux triangles semblables entre eux et au premier. **Cette structure interne « épouse » celle des trois figures F_i ...** Une méthode qui les unifie ne peut qu'être féconde !

3. De telles situations se retrouveraient en *géométrie dans l'espace* où, s'agissant de volumes, interviendrait alors, si besoin était, le coefficient k^3 .

IV - Exploitation selon les classes

– avec des adéquations selon les classes et les élèves –

• **Dès la Sixième,**

on peut faire réaliser le dessin initial, avec des choix différents de M selon les élèves.

Il est possible de calculer le périmètre de la figure grisée. Avec une bonne amplitude des choix de M et les cas particuliers, on pourrait faire percevoir que l'aire (non calculée) est variable, tandis que le périmètre est constant.

Même conclusion pour la figure des triangles rectangles isocèles... Ainsi s'enrichirait la panoplie des figures à périmètre constant et aire variable, ce qui contribue à la distinction aire-périmètre.

• **En Cinquième,** dès que l'aire du disque est connue, on peut :

a) Pour le dessin initial

- faire calculer $f(M)$ – avec une notation plus simple – ainsi que l'aire du disque de diamètre HM ,
- travailler sur les approximations, les cas aberrants d'erreurs de calcul,
- aller vers des conjectures,
- expliquer que cela ne permet pas d'affirmer,
- faire dégager l'intérêt de la mise en évidence de la symétrie par rapport à O .

b)

- aborder des démonstrations « géométriques » (méthodes 4 et 6) qui ont, de plus, le mérite d'un réinvestissement de la proportionnalité (parmi les méthodes 6, la comparaison au maximum présumé peut être préconisée).

• **En Quatrième-Troisième :**

- outre ce qui précède, on peut apprécier des interventions multipliées, dans les méthodes ci-dessus, de la relation de Pythagore, des « identités remarquables », ainsi que l'intervention des symétries et d'une rotation simple.

Les figures traitées conduisent à l'étude, pour $f(M)$, d'un facteur du type $(a + b)^2 - (a - b)^2$, ce qui lutte d'autant contre l'assimilation de $(a + b)^2$ et de $a^2 + b^2$...

- Peut-être pourrait-on aussi comparer utilement des méthodes des § I et II.1 : simplicité, par exemple, de la méthode 2 ou de celle du trou central. Or la méthode 2 utilise d'emblée la symétrie par rapport à O , tandis que la méthode du trou central *complète une figure pour l'enrichir en symétries...*

• **Dès la Seconde,**

- outre ce qui précède, on pourrait faire dégager le théorème sur le maximum d'un produit de deux facteurs dont la somme est constante : il s'agit en effet d'une situation fréquente, et, ici, il rend la méthode 3 rapidement performante ;
- on pourrait aussi s'intéresser au § II.2.

- **En Première,**
la recherche du maximum peut se faire par la dérivée. Mais le présent problème montre que les dérivées n'ont pas à monopoliser la recherche de façon systématique : ici il y a plus simple, plus éclairant ou plus joli !
- **Dès la Terminale,**
 - le § II.3 peut être proposé en exercice et la méthode « cas particulier démontrant le cas général » dégagée !
 - le § III serait bienvenu pour une réflexion sur les classes de problèmes et les méthodes de résolution et une vision panoramique de la progression des § I, II, III...

V. Des maths « utiles » ?

L'intérêt pratique de la situation initiale n'est pas évident !

Mais son étude ne va-t-elle pas bien au-delà ?

Elle a fait émerger tant de problèmes, tant d'approches, de recouvrements, d'extensions exemplaires ! Ces émergences mêmes, la façon de les susciter, de les accompagner et de les exploiter ne sont-elles pas au cœur d'un enseignement qui a l'ambition d'être transférable ?

Il s'est agi, tout au long, d'être à l'écoute des situations, d'en débattre, de se référer à des savoirs fondamentaux ou de les créer, d'imaginer, de saisir et d'exploiter des analogies, de rechercher la substance même des choses... Il doit d'ailleurs apparaître que nous ne sommes sûrement pas allés au bout, qu'il n'y a pas de « bout », ... qu'il n'y a que des approfondissements successifs...

Une telle formation me semble une école de pensée, de jugement, de capacité de se créer, donc de liberté, c'est-à-dire une école de vie. Dès les années de collège ou de lycée, elle contribuera à armer nos élèves pour affronter au mieux aussi bien les problèmes de la vie courante et citoyenne que ceux inhérents aux plus essentiels questionnements de l'humain.

De quoi mettre en évidence le profond intérêt de l'enseignement des mathématiques !

Henri BAREIL

en remerciant chaleureusement Christiane Zehren pour une éminente et patiente contribution à la rédaction de l'article.

Bibliographie

- Brochure APMEP n° 79 : Classe de Seconde, Avril 1990.
- Bulletin APMEP n° 427, article de Jean Pierre Friedelmeyer.
- Bulletin APMEP n°431 : articles de Daniel Perrin, Michel Carral et Roger Cuppens.
- Coxeter. « Redécouvrons la géométrie ». Réédition Gabay.
- Deltheil-Caire, « Géométrie et compléments ». Réédition Gabay.
- Lehmann D. « Initiation à la géométrie ». P.U.F.