

Séances d'aide individualisée "français – mathématiques" au lycée Jean Monnet de Strasbourg

Par Jean-Pierre Richeton
en collaboration avec Dominique Maillard

L'idée de telles séances nous est venue tout naturellement, à ma collègue de français Dominique Maillard et moi-même, lors de la préparation de la réunion parents – professeurs de fin octobre 1999.

Notre classe de seconde est une classe faible ayant d'énormes difficultés et lacunes pour tout ce qui est expression orale et écrite. C'est une classe avec un fort pourcentage d'élèves de culture étrangère (maghrébine, turque, ...) mais une classe au demeurant sympathique, ce qui nous fait supporter le manque "quasi institué" de travail d'une séance à l'autre de la plupart des élèves... certes les devoirs à faire à la maison sont en général rendus, mais pour ce qui est d'apprendre et d'assimiler des connaissances, seule une minorité d'entre-eux s'en acquittent vraiment. C'est vrai aussi qu'il est souvent agréable d'enseigner dans cette classe, mais mon rôle d'enseignant n'a plus grand chose à voir avec celui de mes débuts de carrière : à chaque début de cours, il me faut faire le répétiteur de ce qui a été vu la fois précédente, parfois la veille, et qui n'évoque déjà que de vagues souvenirs à la plupart... sinon, en effet, à quoi bon poursuivre, ce serait bâtir sur du sable... C'est ainsi, et je crois, hélas, que bon nombre de mes collègues lecteurs doivent reconnaître leur classe dans cette description.

Nous avons consacré une séance préliminaire aux problèmes d'expression et de traduction de consignes (cf. annexe 1 avec en gras des éléments de réponses). Les réponses erronées relevées ce jour là nous ont de suite confortés dans l'utilité de notre démarche et incités à aller un peu plus loin en faisant travailler nos élèves sur la compréhension et l'argumentation à partir de poèmes extraits d'Euclidiennes de Guillevic¹. Cela nous a pris 3 séances dont voici le compte rendu détaillé.

Première séance : après avoir distribué les 8 poèmes sélectionnés par ma collègue (mais sans titre ni figure ; cf. annexe 2), deux poèmes sont "attribués" par groupe de recherche (2 ou 3 élèves) en leur demandant de trouver la figure géométrique correspondante, Mme Maillard insistant notamment sur les deux types de raisonnement attendus (voir tableau ci-dessous), déjà étudiés en Français dans des textes argumentatifs, et auxquels ils ont recours régulièrement pour les démonstrations en mathématiques.

Raisonnement déductif	Raisonnement inductif
Partir de la figure que l'on suppose convenir ; de l'idée générale : « Il s'agit de » suivi d'arguments, de preuves permettant d'étayer ce choix.	Partir d'éléments du texte, des indices permettant de se forger une première idée et proposer une figure...

Le plus souvent, les élèves ont utilisé le raisonnement inductif et ont vérifié leur résultat en utilisant le raisonnement déductif.

Poème ③

Bon pour danser,
Virevolter

Sur ma base, sur mon sommet,
Sur mes côtés, mes autres angles.

C'est que je suis toujours
Agité, tirailé,

Par des angles, par des côtés
Assemblés au hasard
Et sans égalité.

Le groupe chargé de ce poème propose un raisonnement par élimination : « **Ce n'est pas un carré, un losange, un rectangle, un parallélogramme...** », avec pour argument que la figure cherchée n'a pas les côtés de même longueur. La notion de "base" permet ensuite de s'orienter vers un trapèze mais le mot "tirailé" ne "colle" pas, ou du moins pas assez, d'où finalement le choix d'un triangle plutôt qu'un quadrilatère et par conséquent d'un **triangle quelconque** et l'occasion d'enrichir son vocabulaire avec la notion de **triangle scalène**... Il a fallu cependant expliquer pourquoi un triangle isocèle, et a fortiori équilatéral, n'est pas "agité, tirailé, par

¹ Il s'agit de 43 figures géométriques suivies chacune d'un poème qui la commente et lui sert de pendant. Très intéressé et séduit par l'expérience décrite dans le numéro 417 du BV de l'APMEP, je n'attendais qu'une occasion pour m'y lancer...

des angles, par des côtés” : l’explication retenue a consisté à faire référence au fait que ces triangles ont un axe de symétrie (et même 3 pour le triangle équilatéral) ce qui constitue une véritable « **colonne vertébrale** » empêchant tout “tiraillement” aussi bien des angles que des côtés qui doivent “rester égaux” ce qui, tout en leur laissant une certaine “marge de manœuvre” tout de même², ne peut faire qu’on les taxe “d’agitateurs”... ; quant aux triangles rectangles, ils ne peuvent guère être soumis à “agitation” sous peine de ne pas rester rectangles... tout au plus, si l’on fixe l’hypoténuse, le sommet resté libre peut-il se déplacer sur le cercle de diamètre cet hypoténuse mais cela n’a rien de commun avec l’idée de tiraillement ou d’agitation...

Poème ②

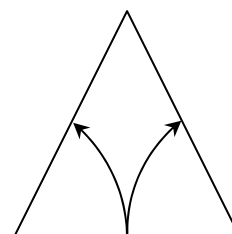
Chacun de tes côtés
S’admire dans les autres.
Où va sa préférence ?
Vers celui qui le touche
Ou vers celui d’en face ?
Mais j’oubliais les angles
Où le dehors s’irrite
Au point de t’enlever
Les doutes qui renaissent.

Première idée : un triangle isocèle voire équilatéral... Mais « **il n’y a rien en face** » donc la solution triangle est rejetée.

La solution parallélogramme est envisagée mais cela ne respecte pas l’égalité des côtés suggérée par le poème : “*chacun de tes côtés s’admire dans les autres*”.

Le losange semble s’imposer...mais « **un côté en touche deux** ».

Intervention de ma collègue de français pour faire remarquer que le poète ne suggère nullement l’unicité... entre temps une lecture plus attentive de la fin du poème suggère des angles droits “*qui irritent*”, donc « **c’est un**



carré ! »

↳ Je propose alors de rédiger une définition du carré qui “colle” le plus possible au poème...

Réponse : “*un carré est un quadrilatère dont les côtés sont égaux et qui a quatre angles droits*”. Mais un élève intervient pour que la définition soit encore plus en rapport avec le poème, ce qui donne : “*un carré est un quadrilatère dont les côtés opposés et consécutifs sont égaux et qui a quatre angles droits*”

Puis je leur fait chercher une définition “simplifiée” (ou “à l’économie”) qui lui correspond, ce qui amène la définition suivante : “*un carré est un quadrilatère dont les côtés ont même longueur et qui a un angle droit*”.

Poème ①

Au moins pour toi,
Pas de problème.
Tu crois t’engendrer de toi-même
A chaque endroit qui est de toi,
Au risque d’oublier
Que tu as du passé,
Probablement au même endroit.
Ne sachant même pas
Que tu fais deux parties
De ce que tu traverses,
Tu vas sans rien apprendre
Et sans Jamais donner.

2^{ème} séance :

Les élèves chargés de décrypter ce poème pensent à une médiatrice, une bissectrice ou à un axe de symétrie... cela permet de parler de points invariants par une symétrie axiale mais alors tous les points des figures essayées (triangle isocèle, par exemple) ne sont pas invariants alors que le poème semble le suggérer dans le 2^{ème} paragraphe. Le fait de chercher une figure invariante point par point amène la proposition qu’il peut s’agir d’une droite. Les élèves qui avaient pensé à quelque chose d’illimité et d’infini voient ainsi leur argument conforté. Reste à vérifier que tout le reste du poème concorde.

Après relecture, les mots “*passé*”, “*au même endroit*” peuvent suggère de chercher un déplacement d’où l’idée « **d’un glissement de la droite sur elle-même** » qui finit par se faire jour puis celui

d’une translation de vecteur ayant même direction que la droite. L’idée suggérée par le poète n’est donc

² Il est difficile ici de ne pas céder à la tentation de citer Claude Allègre qui déclara (lors du séminaire bimensuel du gouvernement, réuni le jeudi 20 janvier 2000 à Matignon) : “*Les finances publiques, c’est un triangle (dont les pointes sont: recettes fiscales, dépenses de l’État, niveau du déficit) et il est impossible de bouger un sommet sans faire tout bouger.*”, mais aussi Jean Glavany qui a tenu à préciser : “*Ce qui est faux si le triangle est isocèle !*”.

A l’issue du séminaire, Jean-Pierre Chevènement, quant à lui ayant clairement tout expliqué aux journalistes : “*Nous avons parlé d’un triangle, nous avons beaucoup discuté sur le fait de savoir si changer la pointe d’un triangle ou la faire bouger modifiait en géométrie l’angle et, finalement, on a conclu que oui. Ce que je vous dis est vrai dans la géométrie d’Euclide, mais ne l’est pas dans la géométrie de Lobatchevski*”...!

pas celle d'une "invariance point par point" mais plutôt celle d'une figure "globalement invariante". Il est remarquable qu'à partir de cet exemple une telle subtilité ait pu être bien comprise alors que cela passe pourtant souvent bien "au-dessus de la tête" de la plupart de nos élèves... Cela a été l'occasion de parler d'autres géométries comme la géométrie sphérique... en effet, et en me limitant aux droites passant par les pôles, j'ai pu amener ces élèves à découvrir combien ce type de droites correspondaient bien au poème en question !

L'avant dernier paragraphe a permis de parler de demi-plan, des deux demi-plans ayant pour frontière une même droite avant même d'utiliser ce régionnement du plan pour la résolution graphique d'inéquations. Quant à la fin du poème, elle a permis aux élèves de philosopher à partir d'expressions du genre « **marcher tout droit** », « **aller droit devant soi** » (sans réfléchir, sans s'occuper de ce qu'il y a à droite ou à gauche, sans tenir compte des expériences passées, etc.), « **en droite ligne** » (directement, sans intermédiaire...), « **aller droit au but** » (sans détours, directement, ...)

Poème ④

I

On va, l'espace est grand,
On se côtoie,
On veut parler.
Mais ce qu'on se raconte
L'autre le sait déjà,
Car depuis l'origine
Effacée, oubliée,
C'est la même aventure.
En rêve on se rencontre,
On s'aime, On se complète.
On ne va pas plus loin
Que dans l'autre et dans soi.

II

Vous criez dans l'espace
Qui doit vous séparer.
Vous criez aussi fort
Au moins vers l'autre espace
Que vous coupez en deux,
Comme si vous étiez
A tout jamais les seuls
A ne pouvoir vous rencontrer.

Le mot "*origine*" (6^{ème} ligne du I) a quelque peu bloqué toute réflexion approfondie, les élèves cherchant à tout prix à y voir un repère... mais force leur a été donné de constater que leurs explications ne tenaient guère ensuite... Un élève a tenté de trouver une figure propre à la partie I et une figure propre à la partie II en proposant deux droites parallèles pour I et deux plans parallèles pour II, mais en fait cela n'était pas très satisfaisant car dans la partie II, "... *vers l'autre espace que vous coupez en deux*" s'explique bien par le fait que deux droites parallèles définissent un plan qui... "*coupe l'espace en deux*". Une solution peut cependant consister "à voir" en I les deux droites parallèles dans le plan qu'elles définissent et de les considérer dans l'espace en II. Le dernier paragraphe du II peut alors s'interpréter comme une forme de reproche : "*comme si vous étiez à tout jamais les seuls à ne pouvoir vous rencontrer*" alors que dans l'espace des droites non coplanaires ont le même "problème"..!

3^{ème} séance :

Les élèves étant déjà bien familiarisés avec le type de travail demandé, cette séance a pu être menée un peu plus rapidement, ce qui a permis de traiter l'intégralité des poèmes :

Poème ⑥

Je ne toucherai qu'une fois
Et vous saurez que c'est furtif.
Inutile de m'appeler,
Tout autant de me rappeler.
Vous aurez grandement le temps
De vous redire ce moment
Et d'essayer de vous convaincre
Que nous restons l'un contre l'autre.

La notion de **tangente** à un cercle est fortement induite par la première et la dernière phrase du poème ("*je ne toucherai qu'une fois*", "...*nous restons l'un contre l'autre*") mais il a fallu expliquer le mot "*furtif*" ce qui a permis ensuite de donner l'approche intuitive de la notion de tangente à une courbe en faisant pivoter une sécante à une courbe qui passe "furtivement" de la position de sécante en deux points, par exemple, à celle de tangente en un point pour reprendre de suite (idée de mouvement...) celle de sécante...

Poème ⑦

Je n'aurai pas le droit
D'avoir des préférences
Pour un des deux côtés.

Juste milieu je suis
Jusqu'à la fin des fins.

C'est donc ne pas savoir,
Jamais, si ie fais bien.

Bien que la figure trouvée par le groupe "en charge" de ce poème soit effectivement une **bissectrice** de deux demi-droites de même origine, un débat s'est instauré car certains y voyaient davantage une médiatrice, voire le milieu, d'un segment (le 1^{er} paragraphe pouvant laisser croire qu'"il" appartient à l'ensemble dont "il" parle...). Cependant "*jusqu'à la fin des fins*" du 2^{ème} paragraphe suggère qu'il s'agit bien d'une droite et la notion de "côtés" n'a vraiment son sens que dans le cas d'un angle (que signifierait "côtés d'un segment"?) et donc « **il s'agit bien d'une bissectrice !** »

Poème ⑤

Il me semble que j'imite
Et pourtant je cherche qui.

J'ai vu le sable et le vent
Essayer de faire un corps.

J'ai vu l'eau se soulever
Mais le plan est fait pour elle.

J'ai vu durer les rochers
Plus informes que le ciel.

Moi j'ai la stabilité,
J'ai la force dans ma base,

La patience dans mes faces
Et l'esprit dans mon sommet.

J'ai de coupantes arêtes,
Je suis on ne peut plus nette.

Et puis qui n'imite pas,
Qui n'est pas un peu pareil
A tout cela qu'il n'est pas,
Qui ne lui ressemble pas ?

Nous, figures, nous n'avons
Après tout qu'un vrai mérite,
C'est de simplifier le monde,
D'être un rêve qu'il se donne.

"*Moi j'ai la stabilité*", les mots "*base*", "*faces*", "*j'ai de coupantes arêtes*" induisent un solide de l'espace et celui qui s'impose parmi ceux étudiés au collège est sans conteste **une pyramide**. Il y a bien eu une tentative par certains d'imposer un cône ou un cylindre mais un rapide raisonnement déductif a montré que cela n'allait pas avec certains éléments du poème (à commencer par la notion de faces par exemple) alors que d'autres, comme le "*sable*" et le "*vent*" confirmaient qu'il s'agit bien d'une pyramide car solide étroitement associé à l'Égypte, alors que le 3^{ème} paragraphe renforce cette idée en faisant fortement penser à Moïse... L'occasion aussi pour ma collègue de français d'extrapoler en faisant référence à la construction du monde de Leibniz (cf. extraits ci-dessous) sous forme d'une pyramide figurant "*une suite réglée de mondes*" :

... / ... *Vous avez appris la géométrie quand vous étiez encore jeune, comme tous les Grecs bien élevés. Vous savez donc que, lorsque les conditions d'un point qu'on demande ne le déterminent pas assez et qu'il y en a une infinité, ils tombent tous dans ce que les géomètres appellent un lieu, et ce lieu au moins, qui est souvent une ligne, sera déterminé. Ainsi vous pouvez vous figurer une suite réglée de mondes qui contiendront tous et seuls le cas dont il s'agit, et en varieront les circonstances et les conséquences. ... / ...*

... / ... *Les appartements allaient en pyramide ; ils devenaient toujours plus beaux à mesure qu'on montait vers la pointe, et ils représentaient de plus beaux mondes. On vint enfin dans le suprême qui terminait la pyramide et qui était le plus beau de tous ; car la pyramide avait un commencement, mais on n'en voyait point la fin ; elle avait une pointe, mais pas de base ; elle allait croissant à l'infini. ... / ...*

(Essai de Théodicée – troisième partie)

Conclusion :

L'expérience ainsi menée nous a paru assez concluante dans la mesure où elle a suscité un vif intérêt de la part d'élèves intrigués par le rapprochement de deux matières qu'ils pensaient jusque là incompatibles. Outre une meilleure compréhension des deux types de raisonnement pratiqués lors de ces séances, c'est un travail essentiel pour la lecture qui a pu être conduit. Cette séquence leur a ainsi offert une occasion supplémentaire de prendre conscience que la lecture - que ce soit des textes littéraires ou des consignes en mathématiques - relevait d'une même démarche rigoureuse et attentive au moindre détail. En effet, la forme même de l'énigme que présente chaque poème proposé sans leur titre encourage les élèves dans leur lecture ; ils éprouvent moins de réticence à rechercher de façon ludique le sens ou les sens possibles d'un texte. Mais comprendre le sens des mots ou une partie du poème - le travail sur la langue s'est avéré nécessaire dans un premier temps - ne suffisait pas. Ils ont vite compris que la recherche les obligeait à

prendre en compte l'ensemble du poème comme discours, unité de sens puisqu'ils devaient mettre en relation toutes les composantes du texte afin de trouver la figure évoquée dans le poème. Cette expérience de lecture a ainsi pu être prolongée en Français par une étude de textes dans lesquels les figures de l'allégorie et de l'ironie, parfois si difficiles à reconnaître pour ces élèves, a pu être abordée. Enfin ces séances ont favorisé une participation et une interlocution remarquables, plus difficiles à obtenir habituellement lors d'une explication en classe.

Si l'on rajoute les nombreuses notions mathématiques, dont certaines non au programme de seconde - comme la notion de tangente à une courbe par exemple - qui ont ainsi pu être abordées de façon décontextualisée sous un aspect qui leur donnait du sens, ces séances se sont donc révélées d'une très grande richesse et souvent bien au-delà de ce que l'on avait pu envisager a priori.

On peut toutefois regretter - comme les élèves dans l'ensemble l'ont d'ailleurs exprimé³ - la durée trop limitée d'une telle expérience qui aurait pu, si les conditions l'avaient permis, se prolonger par un passage à l'écriture de courts textes, poèmes sur le modèle de ceux qui avaient été étudiés.

Il reste également que ce type d'initiative à deux professeurs devant une classe n'est pas encore entrée dans les "mœurs pédagogiques", l'institution ne lui accordant pas la reconnaissance qu'il convient. Deux professeurs devant une classe pendant une heure se traduit pour l'instant par ½ heure rétribuée pour chacun malgré l'investissement que cela peut représenter. L'interdisciplinarité a un prix et il faudra bien que cela soit reconnu sous peine de décourager leurs initiateurs.

Remarques concernant l'annexe 3 :

1. En annexe 3 : “ Pour vous mettre sur la piste... ”, figurent deux types d'aides, l'une graphique et l'autre sous forme de définitions actuelles, que nous avons prévus au cas où nos élèves auraient vraiment été “bloqués”. Ce ne fut pas le cas et elles n'ont donc pas servi en tant que telles mais uniquement pour conforter les réponses données.
2. Toujours en annexe 3, il nous est également apparu intéressant de donner quelques exemples de références littéraires et/ou définitions et théorèmes mathématiques susceptibles d'aider nos collègues de français ou de mathématiques désireux de se lancer dans ce genre d'activité et en mal d'inspiration... Le livre de géométrie, datant de 1823, de A. M. Legendre s'est révélé pour cela une source très intéressante car rédigé selon une forme bien différente de celle d'aujourd'hui mais aussi parfois bien plus “parlante” pour nos élèves...

³ Voir “Bilan Aide Individualisée français-mathématiques”