Ordre de grandeur et multiplication des décimaux

Eric Roditi(*)

Depuis la rentrée scolaire 1996-1997, en classe de sixième, les professeurs de mathématiques enseignent la multiplication des décimaux qui ne figure plus au programme de l'école primaire. Nous nous proposons d'étudier la méthode qui consiste à utiliser les ordres de grandeur pour contrôler le calcul du produit de deux décimaux : quel service peut-elle rendre, comment doit-on l'utiliser, est-il envisageable de l'enseigner ?

1. Du côté des élèves : la multiplication des décimaux

Erreurs d'hier…

Un travail approfondi sur la multiplication a été mené conjointement, en 1978, par l'IREM de Nice et le CDDP de Haute Corse[1] ; la multiplication des décimaux était au programme de l'école élémentaire. L'enquête dont nous allons citer quelques résultats a porté sur un échantillon de 303 élèves à l'entrée en sixième. Elle montre que le pourcentage de réussite obtenu au calcul du produit de deux décimaux non entiers est d'environ 20% inférieur à celui obtenu au calcul du produit d'un décimal par un entier :

$543 \times 0{,}12 \to 64{,}4\%$	$17{,}9 \times 32 \to 61{,}1\%$	$1\,246 \times 2{,}5 \to 62{,}7\%$
$2{,}6 \times 0{,}25 \to 47{,}2\%$	$912{,}4 \times 5{,}123 \to 43{,}6\%$	$37{,}35 \times 2{,}34 \to 42{,}9\%$

Une question se pose : comment expliquer un tel écart alors que la méthode enseignée pour placer la virgule au produit de deux décimaux est la même, que l'un des facteurs soit entier ou non ? Avant d'y répondre voyons les productions plus récentes des élèves.

… ou d'aujourd'hui

Dans les programmes actuels, en fin de cycle 3 (CE2, CM1, CM2), la multiplication est limitée à celle d'un décimal par un entier. Avant l'application de ce nouveau programme, les évaluations ministérielles des élèves à l'entrée en sixième ont montré que 20% des élèves déterminent correctement les chiffres du produit de deux décimaux non entiers puis se trompent en plaçant la virgule. Voici quelques exemples[2] :

1991	1992	1994
$11{,}4 \times 5{,}3$	$7{,}46 \times 3{,}1$	$63{,}4 \times 2{,}12$

(*) Professeur au collège Jean Perrin, Paris 20e (mél : eric.roditi@free.fr).

(1) IREM de Nice (Section de Haute Corse) et CDDP de Haute Corse (1981), *Le nombre décimal*, Bastia : CDDP de Haute Corse.

(2) Direction de l'Évaluation et de la Prospective, Évaluation CE2 - Sixième, *Résultats nationaux*, Les dossiers Éducation & Formation, Paris : Ministère de l'Éducation Nationale.

Le pourcentage des réponses correspondant au code 5 « chiffres exacts, mais virgule absente ou mal placée » atteint 21,2% en 1994 ; il était respectivement de 21,1% et de 20,1% en 1991 et en 1992.

Des hypothèses pour expliquer ces erreurs

En 1991 et en 1992, parmi les 20% des élèves qui échouent en ayant correctement déterminé les chiffres du produit, les résultats du ministère distinguent ceux qui « oublient » la virgule (deux sur trois) de ceux qui la placent mal (un sur trois). On peut se demander si l'oubli de la virgule est toujours vraiment un oubli ; néanmoins, certains d'entre ces élèves doivent effectivement l'oublier. Il faut dire qu'ils viennent de terminer un calcul pour lequel ils devaient commencer par ne pas tenir compte de la virgule des deux facteurs.

Pour les élèves qui s'abstiennent d'écrire la virgule parce qu'ils ne savent pas où la placer, comme pour ceux qui la placent mal, il nous semble qu'une des causes d'erreur à envisager est la confusion entre la « règle de la virgule » de la multiplication des décimaux et celle de l'addition ou de la soustraction. Expliquons-nous sur un exemple. Un élève doit calculer $543 \times 0{,}12$ et $2{,}6 \times 0{,}25$, il écrit :

$$\begin{array}{r} 5\,4\,3 \\ \times \quad 0{,}1\,2 \\ \hline 1\,0\,8\,6 \\ 5\,4\,3\,\bullet \\ \hline 6\,5\,1\,6 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 2{,}6 \\ \times\, 0{,}2\,5 \\ \hline 1\,3\,0 \\ 5\,2\,\bullet \\ \hline 6\,5\,0 \end{array}$$

Au moment de placer la virgule au produit, si l'élève applique la méthode qu'il utilise quand il additionne (et à ce moment il vient effectivement de terminer une addition) il obtiendra 65,16 au premier produit et 6,50 au second. Le résultat de son opération sera juste pour la première et faux pour la seconde. Autrement dit, un élève qui « aligne ses chiffres » (ou qui raisonne comme s'il l'avait fait) et qui applique la règle de la virgule de l'addition, obtiendra toujours une réponse juste au calcul de la multiplication d'un décimal par un entier.

Explication : en ajoutant 543 termes égaux à 0,12 on obtiendra un résultat qui contiendra, comme 0,12, deux chiffres après la virgule. Et c'est ce que les élèves ont retenu pour placer la virgule quand on multiplie un décimal par un entier…

2. Du côté du professeur : enseigner l'utilisation des ordres de grandeur

La mission du professeur de sixième est donc d'enseigner la multiplication des décimaux sachant que, depuis les changements de programme, la méthode pour placer la virgule risque d'entrer en conflit avec celle qui a été utilisée à l'école élémentaire et sachant que c'est précisément au moment de placer la virgule que de nombreux élèves échouent.

Différentes stratégies sont envisageables(3) pour enseigner la multiplication des décimaux, mais les résultats de l'enquête menée par l'IREM de Nice et le CDDP de Haute Corse comme ceux des évaluations nationales nous montrent que la partie n'est pas gagnée d'avance !

Les instructions officielles qui concernent la classe de sixième indiquent, à de

(3) Recourir à des opérateurs comme le font de nombreux manuels, recourir aux fractions décimales…

nombreuses reprises, qu'il faut entraîner les élèves à utiliser les ordres de grandeur pour contrôler les résultats affichés par la calculatrice, pour prévoir un résultat, pour entraîner au calcul mental...

Enseignant en classe de sixième, il nous a semblé qu'il pourrait être effectivement intéressant d'utiliser les ordres de grandeur pour contrôler la place de la virgule dans le produit de deux décimaux. Le manuel que nous utilisons au collège(4) évoque d'ailleurs cette possibilité dans sa page « Retenir... ». Il l'évoque seulement, et, il faut bien le constater, la littérature sur les ordres de grandeur n'abonde pas autant que les incitations à les utiliser en classe.

Une telle méthode offrirait un grand avantage. Puisque 20% des élèves déterminent correctement les chiffres du produit et se trompent au moment de placer la virgule, l'ordre de grandeur leur permettra non seulement de ne pas oublier cette virgule mais encore d'en contrôler la position dans l'écriture du produit. C'est au moment de mettre en pratique cette méthode que nous avons eu quelques surprises.

3. Du côté des mathématiques : comment recourir aux ordres de grandeur ?

Compte tenu des compétences des élèves actuels en calcul mental, il nous semble raisonnable de se limiter à un chiffre significatif pour choisir l'ordre de grandeur des facteurs. Voyons un exemple : $482{,}4 \times 62{,}15$.

Premier exemple d'utilisation des ordres de grandeur

• Considérons le produit $482{,}4 \times 62{,}15$, c'est-à-dire xy où $x = 482{,}4$ et $y = 62{,}15$.
• Convenons donc que :
l'ordre de grandeur x' de 482,4 est 500, c'est-à-dire $x' = 500$;
l'ordre de grandeur y' de 62,15 est 60, c'est-à-dire $y' = 60$;
le produit xy est estimé à $x'y' = 500 \times 60 = 30\ 000$.
• Lorsqu'on effectue « à la main » le calcul du produit xy on associe respectivement, aux facteurs décimaux x et y, les deux facteurs entiers X et Y obtenus en supprimant la virgule à x et à y : $\mathrm{X} = 4\ 824$ et $\mathrm{Y} = 6\ 215$.
Le produit XY des facteurs entiers associés est $\mathrm{XY} = 29\ 981\ 160$.
• Il s'agit maintenant de placer une virgule à XY pour obtenir xy.
Le produit estimé est $x'y' = 30\ 000$, il semble donc que $xy = 29\ 981{,}16$ car, comparés à 30 000, le nombre 2 998,116 semble trop petit et le nombre 299 811,6 semble trop grand. Remarquons que les deux nombres rejetés sont respectivement $0{,}1xy$ et $10xy$.

Le doute mathématique de l'enseignant

C'est en classe, devant les élèves, que nous nous sommes posé la question de la pertinence de cette méthode qui présentait tous les avantages escomptés, sauf, peut-être, celui de la rigueur... Ayant interrogé de nombreux collègues sur ce point, nous avons constaté que l'idée d'utiliser les ordres de grandeur pour aider à multiplier deux décimaux était largement partagée mais que les doutes concernant sa validité l'étaient largement aussi. Et qu'y a-t-il de moins confortable pour un professeur de mathématiques que de douter de la validité de ce qu'il enseigne ?

---

(4) *Cinq sur cinq* 6e (1997), Paris : Hachette. [p. 60].

Nous nous posons cette question : les affirmations précédentes sont-elles fondées théoriquement ? En choisissant un chiffre significatif comme précision pour déterminer les ordres de grandeur x' et y' des facteurs x et y du produit xy, et en multipliant ces ordres de grandeur, on obtient une estimation $x'y'$ du produit xy. Obtient-on une estimation suffisamment précise pour placer correctement la virgule au produit XY des facteurs entiers X et Y calculé quand on effectue la multiplication sans tenir compte de la virgule des facteurs décimaux x et y ? Autrement dit, l'estimation $x'y'$ est-elle suffisamment proche du produit xy pour qu'on puisse, à coup sûr, en plaçant la virgule au produit XY, rejeter les deux valeurs $0{,}1xy$ et $10xy$ qui encadrent xy ?

Deuxième exemple d'utilisation des ordres de grandeur

Avant de chercher une réponse théorique à cette question, voyons un autre exemple qui explique notre doute. Multiplions 1,45 par 14,72.

$$\begin{array}{rcr} 1{,}4\,5 & \rightarrow & 1 \\ \times\quad 1\,4{,}7\,2 & \rightarrow & \times\ 1\,0 \\ \hline 2\,1\,3\,4\,4\,0 & & 1\,0 \end{array}$$

Remarques : ces choix d'ordre de grandeur sont bien sûr critiquables. Certains élèves (comme le fera le lecteur) remarquent qu'il est plus performant d'en choisir d'autres comme 1,5 et 15 ce qui donne un produit estimé de 22,5. Mais notre intention ici est bien d'examiner un cas « extrême » qui apparaît en classe lorsque les élèves proposent des ordres de grandeur ne comportant qu'un seul chiffre significatif, soit parce qu'il leur est encore difficile de choisir un ordre de grandeur et qu'ils privilégient alors une estimation assez « mécanique » de l'ordre de grandeur d'un décimal, soit parce que leurs difficultés avec le calcul mental les conduisent à ne garder qu'un chiffre significatif pour utiliser seulement les produits de la table de multiplication. Poursuivons donc l'étude de cet exemple.

• Les deux décimaux sont $x = 1{,}45$ et $y = 14{,}72$.
• Les facteurs entiers associés sont X = 145 et Y = 1 472 ; donc le produit XY obtenu sans tenir compte des virgules de x et y est XY = 213 440.
• Les ordres de grandeur x' et y' des facteurs x et y sont $x' = 1$ et $y' = 10$; donc l'estimation $x'y'$ du produit xy à déterminer est $x'y' = 10$.
• Où placer la virgule à 213 440 pour déterminer xy sachant que son estimation est 10 ? Doit-on choisir 2,134 4 ou 21,344 ? Laquelle de ces deux valeurs est la plus proche de 10, le produit estimé ? À cette question, nous envisageons deux façons de répondre : on peut comparer des nombres en calculant leur différence ou en calculant leur quotient.

1. Comparer deux nombres en calculant leur différence

Si la valeur 10 est une estimation du nombre 2,134 4, alors la différence entre le nombre et son estimation est $10 - 2{,}134\,4 = 7{,}865\,6$.

Si la valeur 10 est une estimation du nombre 21,344, alors la différence entre le nombre et son estimation est $21{,}344 - 10 = 11{,}344$.

En calculant $|x'y' - xy| = \Delta xy$ pour comparer $x'y'$ et xy, on dira que $x'y'$ est d'autant plus proche de xy que Δxy est proche de zéro(5).

Choisir, pour xy, la valeur qui minimise l'erreur absolue Δxy conduit à écrire que $1{,}45 \times 14{,}72 = 2{,}134\,4$. C'est bien évidemment faux ! L'utilisation des ordres de grandeur pour contrôler la place de la virgule du produit de deux décimaux apparaît alors comme une méthode non pertinente.

2. Comparer deux nombres en calculant leur rapport

Si la valeur 10 est une estimation du nombre 2,134 4, alors le rapport entre le nombre et son estimation est $\dfrac{10}{2{,}134\,4} \approx 4{,}685$.

Si la valeur 10 est une estimation du nombre 21,344, alors le rapport entre le nombre et son estimation est $\dfrac{10}{21{,}344} \approx 0{,}469$.

En calculant $\dfrac{x'y'}{xy}$ pour comparer $x'y'$ et xy, on dira que $x'y'$ est d'autant plus proche de xy que $\dfrac{x'y'}{xy}$ est proche de 1 c'est-à-dire que $\left|\dfrac{x'y'}{xy} - 1\right| = \dfrac{\Delta xy}{xy}$ est proche de zéro(6).

Si 10 est une estimation de 2,134 4, alors l'erreur relative est d'environ 3,685. Mais si 10 est une estimation de 21,344, alors l'erreur relative est d'environ 0,531.

Choisir, pour xy, la valeur qui minimise l'erreur relative conduit donc à écrire $1{,}45 \times 14{,}75 = 21{,}344$. L'utilisation des ordres de grandeur pour contrôler la place de la virgule du produit de deux décimaux apparaît maintenant comme une méthode pertinente.

Deux questions se posent finalement. La première est de savoir si la méthode présentée ci-dessus est fondée mathématiquement. La seconde est de savoir si une telle méthode peut être enseignée en classe de sixième. La seconde question ne se pose que si l'on peut répondre par l'affirmative à la première, commençons donc par répondre à cette première question.

4. Retour aux mathématiques : les fondements de la méthode

Avant de passer à la démonstration, précisons bien le problème.

Formulation de la question

Soient

$$x \in \mathbf{D}^+,\ x = a \times 10^n \text{ où } 1 \le a < 10 \text{ et } n \in \mathbf{Z}$$

(5) Δxy est l'erreur absolue commise sur xy en l'estimant par $x'y'$.

(6) Remarquons que $\left|\dfrac{x'y'}{xy} - 1\right| = \left|\dfrac{x'y' - xy}{xy}\right| = \dfrac{|x'y' - xy|}{xy} = \dfrac{\Delta xy}{xy}$ est l'erreur relative commise sur xy en l'estimant par $x'y'$.

et

$$y \in \mathbf{D}^+, y = b \times 10^p \text{ où } 1 \leq b < 10 \text{ et } p \in \mathbf{Z}.$$

On note a' l'arrondi à l'unité de a et b' l'arrondi à l'unité de b.
On pose $x' = a' \times 10^n$ et $y' = b' \times 10^p$. Les nombres x' et y' sont les ordres de grandeur respectifs de x et y, le produit $x'y'$ est une estimation du produit xy.

Question

L'erreur relative $\dfrac{\Delta xy}{xy}$ commise sur xy en l'approchant par $x'y'$ est-elle toujours inférieure, à la fois, à l'erreur relative $\dfrac{\Delta 10xy}{10xy}$ qui serait commise sur $10xy$ en l'approchant par $x'y'$, et à l'erreur relative $\dfrac{\Delta 0{,}1xy}{0{,}1xy}$ qui serait commise sur $0{,}1xy$ en l'approchant par $x'y'$?

Encadrement du rapport entre un nombre positif et son ordre de grandeur

Tirons les premières conséquences de notre choix pour déterminer les ordres de grandeur des facteurs : encadrons le rapport $\dfrac{x'}{x}$. Remarquons que $\dfrac{x'}{x} = \dfrac{a'}{a}$.

Si $x' \leq x$, alors $\dfrac{x'}{x} \leq 1$ et la valeur minimale du rapport $\dfrac{x'}{x}$ est obtenue dans le cas « limite » où $a' = 1$ et où $a = 1{,}5$. En conséquence, $\dfrac{2}{3} < \dfrac{x'}{x} \leq 1$.

Si $x' \geq x$, alors $\dfrac{x'}{x} \geq 1$ et la valeur maximale du rapport $\dfrac{x'}{x}$ est obtenue dans le cas où $a' = 2$ et $a = 1{,}5$. En conséquence $1 \leq \dfrac{x'}{x} \leq \dfrac{4}{3}$.

Finalement : $\dfrac{2}{3} < \dfrac{x'}{x} \leq \dfrac{4}{3}$ et, de même, $\dfrac{2}{3} < \dfrac{y'}{y} \leq \dfrac{4}{3}$.

Encadrements des erreurs relatives sur xy, 0,1xy et 10xy

De la conclusion précédente, on tire :

$$\frac{4}{9} < \frac{x'y'}{xy} \leq \frac{16}{9} \qquad (1)$$

• De (1) on déduit : $-\dfrac{5}{9} < \dfrac{x'y'}{xy} - 1 \leq \dfrac{7}{9}$, donc $0 \leq \dfrac{\Delta xy}{xy} \leq \dfrac{7}{9}$.

• De (1) on déduit : $\dfrac{4}{90} < \dfrac{x'y'}{10xy} \leq \dfrac{16}{90}$ donc $-\dfrac{86}{90} < \dfrac{x'y'}{10xy} - 1 \leq -\dfrac{74}{90}$. Comme

$$\left|\frac{x'y'}{10xy}-1\right| = \frac{\Delta 10xy}{10xy}\text{, on en déduit } \frac{74}{90} \leq \frac{\Delta 10xy}{10xy} < \frac{86}{90}.$$

• De (1) on déduit : $\frac{40}{9} < \frac{x'y'}{0,1xy} \leq \frac{160}{9}$ donc $\frac{31}{9} < \frac{x'y'}{0,1xy} - 1 \leq \frac{151}{9}$. Comme

$$\left|\frac{x'y'}{0,1xy}-1\right| = \frac{\Delta 0,1xy}{0,1xy}\text{, on en déduit } \frac{31}{9} \leq \frac{\Delta 0,1xy}{0,1xy} < \frac{151}{9}.$$

• Finalement, on obtient : $\frac{\Delta xy}{xy} < \frac{\Delta 10xy}{10xy} < \frac{\Delta 0,1xy}{0,1xy}$.

Conclusion

La méthode qui consiste à contrôler la place de la virgule d'un produit de deux décimaux (en estimant ce produit par celui des ordres de grandeur des deux facteurs) est fondée à condition de minimiser l'erreur relative commise sur le produit et non l'erreur absolue.

5. Retour au professeur : enseigner la méthode

Cette méthode demande à l'élève de posséder quelques savoir-faire indispensables à sa mise en œuvre.

Trois étapes pour utiliser la méthode

Après avoir calculé le produit de deux décimaux, l'élève doit savoir déterminer l'ordre de grandeur de chaque facteur. Pour ce faire, il lui suffit de penser qu'il ne veut garder qu'un chiffre significatif. Cela ne sera pas évident avec des facteurs inférieurs à 1 : pour de nombreux élèves, le chiffre le plus important d'un décimal inférieur à 1 est le chiffre zéro des unités.

Le calcul du produit estimé nécessite de savoir multiplier deux entiers positifs inférieurs à 10 (les élèves doivent connaître la table de multiplication) mais aussi de savoir multiplier deux puissances de dix. En fait, cette compétence est déjà enseignée par les professeurs qui justifient la technique opératoire de la multiplication des décimaux.

Enfin, l'utilisation de l'estimation du produit pour contrôler la place de la virgule demande que les élèves sachent évaluer le rapport de deux nombres. Afin d'illustrer la méthode, reprenons les deux exemples par lesquels nous avions commencé.

Illustration par deux exemples

• Soit à calculer 482,4 × 62,15. On effectue le calcul avec la technique usuelle puis on détermine une estimation du produit.

$$\begin{array}{rcr} 482,4 & \rightarrow & 500 \\ \times\quad 62,15 & \rightarrow\times & 60 \\ \hline 29981,160 & \leftarrow & 30000 \end{array}$$

On contrôle la place de la virgule : le produit doit être proche de 30 000 ; c'est le cas de 29 981,16 alors que 2 998,116 est environ dix fois plus petit que 30 000 et que, 299 811,6 est environ dix fois plus grand que 30 000.

Conclusion : la virgule est bien placée ; un élève qui l'aurait écrite avant le chiffre 6 comme dans une addition aurait obtenu un résultat bien trop grand par rapport à son estimation.

• Reprenons le cas « extrême » déjà étudié : soit à calculer 1,45 × 14,72.

$$\begin{array}{rcr} 1{,}4\,5 & \rightarrow & 1 \\ \times\,1\,4{,}7\,2 & \rightarrow & \times\,1\,0 \\ \hline 2\,1{,}3\,4\,4\,0 & \leftarrow & 1\,0 \end{array}$$

On contrôle la place de la virgule : le produit doit être *proche* de 10 ; c'est le cas de 2,134 4 mais aussi de 21,344. Comme cinq fois deux font dix, le nombre 2,134 4 est environ cinq fois plus petit que 10 alors que le nombre 21,344 est environ deux fois plus grand que 10.

Conclusion : le nombre 21,344 est donc plus *proche* de 10 que ne l'est le nombre 2,134 4 : la virgule est donc bien placée.

Remarques : nous renouvelons les précisions apportées lors de l'examen précédent de cet exemple. Ajoutons encore qu'il ne nous a pas échappé, comme il n'échappe pas à certains élèves, que d'autres méthodes, encore plus simples, permettent d'éliminer la valeur 2,134 4 (par exemple : on multiplie 14,72 par un nombre supérieur à 1 donc le produit est supérieur à 14,72) mais nous voulions nous assurer, ici, que la méthode reposant sur les ordres de grandeur est suffisante.

Exercice d'entraînement

Au collègue qui souhaiterait essayer seul, nous proposons une opération posée sans placer la virgule :

$$\begin{array}{rcl} 2\,6{,}4\,8 & \rightarrow & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \times\,1\,5\,2{,}1 & \rightarrow & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \hline 4\,0\,2\,7\,6\,0\,8 & \leftarrow & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

6. Retour aux élèves : utiliser les ordres de grandeur, un double bénéfice

Les ordres de grandeur pour mieux maîtriser la notation décimale

En utilisant les ordres de grandeur, les élèves se posent systématiquement la question du contrôle de leur résultat ; nous n'avons pas besoin de vanter les qualités de cette attitude dans notre discipline…

La méthode décrite invite l'élève à se demander si le produit trouvé correspond à l'estimation qu'il peut en faire en multipliant les ordres de grandeur des deux facteurs. Il se pose donc la question de la place de la virgule, ce qui lui évitera de l'oublier. Et la façon de se poser la question de la place de la virgule renvoie au sens de l'écriture du nombre décimal : pour déterminer l'écriture décimale du produit 1,45 × 14,72, on place la virgule au nombre 213 440 de façon à écrire un nombre de l'ordre de deux dizaines.

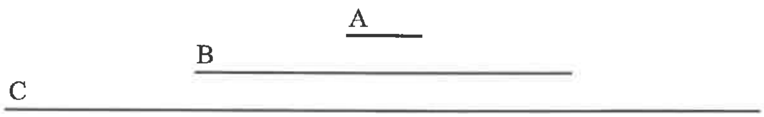
Une méthode qui enrichit la notion de proximité de deux nombres

Le deuxième exemple d'utilisation de la méthode, montre que l'élève doit affirmer que 10 est plus proche de 20 que de 2 ; il indique aussi les arguments qu'il peut utiliser pour le faire. Néanmoins, la différence entre 2 et 10 n'est que de 8 alors que la différence entre 10 et 20 est de 10.

Cette situation semble paradoxale : suivant la façon de comparer les nombres (en calculant leur différence ou leur quotient) on change la notion de proximité et on n'obtient pas les mêmes résultats.

Un débat enrichissant sur ce sujet peut animer la classe : la recherche d'un ordre de grandeur ne correspond pas à la recherche d'une différence (mesurée par une soustraction) mais plutôt à celle d'une ressemblance (mesurée par un rapport) entre les nombres.

Citons un exemple de dialogue avec un élève :



Le professeur : « voici trois segments de longueurs différentes, lequel des segments A et C est-il le plus " proche " du segment B ? »
L'élève : « en les mesurant, on trouve que la différence entre le premier et le deuxième est plus petite que celle entre le deuxième et le troisième. Mais, si on oublie les mesures et qu'on regarde juste le premier et le deuxième, alors le deuxième paraît vraiment beaucoup plus grand que le premier. Si on regarde juste le deuxième et le troisième, le troisième n'est pas beaucoup plus grand que le premier. »
Le professeur : « effectivement, le segment B est cinq fois plus long que le segment A, alors que le segment C n'est que deux fois plus long que le segment B. C'est pour cela que votre camarade trouve que les segments B et C sont plus ressemblants que les segments A et B. »

En quelque sorte, comparer deux nombres consiste aussi à évaluer leur ressemblance plutôt que leur différence.

Conclusions

Il est possible d'utiliser, en toute rigueur, les ordres de grandeur pour contrôler la place de la virgule du produit de deux nombres décimaux.

La méthode demande quelques précautions mais il nous semble qu'elle peut contribuer à aider les élèves à éviter certaines erreurs, elle les habitue à anticiper la valeur d'un résultat par une estimation, et à porter un regard critique sur un calcul ou sur une approximation. Autant d'activités importantes à développer en calcul parallèlement à l'usage du calcul mental, du calcul écrit et des calculatrices.